

# 第10章 海氷

本章では、海氷部分の解説を行う。MRI.COM の海氷部分は、質量は持つが熱容量をもたない海氷の生成・融解と移動を解く、簡略化されたモデルである。10.1 節では定式化を含めた概要説明を行い、10.2 節では熱力学について、10.3 節では力学について、それぞれ詳しい説明を行う。10.4 節で差分化について説明を行い、10.5 節でモデル使用時に有用となる情報や注意点を挙げる。

## 10.1 海氷モデルの概要

### 10.1.1 概要

海氷部分は、海洋モデルにとっては、海面の境界条件を与えるものである。熱フラックスや、結氷や融解に伴う淡水フラックス、海氷の運動に伴う運動量フラックス（応力）が海洋と海氷の間でやりとりされる。

海氷自体に関しては、結氷や融解、既にできている海氷の運動やそれによる移流や拡散などを解いている。

基本としたのは、Mellor and Kantha (1989) の海氷-海洋結合モデルであるが、いくつか簡単化を施している。主なものは、海氷・雪氷に熱容量がないとしたこと、昇華に伴う淡水フラックスを扱っていないこと、frazil ice（海洋内部で結氷して海面に浮いてきた海氷）を扱っていないことなどである。今後の開発が望まれる。

運動に関しては、海氷の間に生じる内部応力（レオロジー）の扱いが大きな部分をしめることになる。MRI.COM では、Hunke and Dukowicz (1997, 2002) による、EVP (Elastic-Viscous-Plastic) モデルに従って解いている。この運動を解かない場合、海洋 1 層目の速度で自由漂流させることもできる。

海氷モデル内で予報される主な変数は、氷厚、雪厚、被覆率、境界面の温度、塩分、海氷の速度などである。図 10.1 及び表 10.1 に本章で使用する変数と意味、MRI.COM での変数名等について示した。

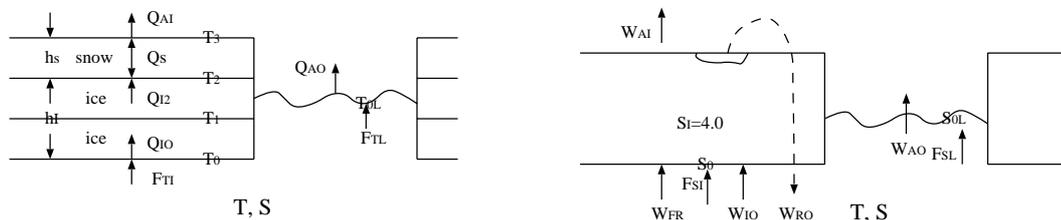


図 10.1: 変数の意味と配置。左が熱フラックスに関するもの。右は水フラックスに関するもの。海氷全体を海水が結氷した部分（厚さ  $h_I$ 、塩分  $S_I = 4.0$  [psu]）と、雪氷（厚さを  $h_s$ ）に分ける。前者についてはさらに上半分と下半分に分けることで、海氷全体を 3 層に分ける。各層の境界の温度を海水との接触面から  $T_0, T_1, T_2, T_3$  とする。熱フラックスは各層内で、下から順に  $Q_{I0}, Q_{I2}, Q_s$  とする。大気海氷の境界面のフラックスは  $Q_{AI}$ 、海洋海氷境界面のフラックスは  $F_{TI}$  とする。開氷部分 (open leads) においては、基本的に  $L$  の添え字がついている。淡水フラックスについては、表 10.1 と相互参照のこと。

第 10 章 海氷

表 10.1: 海氷部分で扱う物理量 (図 10.1 を参照) と MRI.COM での変数名

	意味	MRI.COM での変数名
$h_I$	海氷の厚さ	hiceo
$h_s$	雪氷の厚さ	hsnwo
$A$	被覆率 (compactness)	a0iceo
$T_3$	海氷上面の温度	tsfci
$T_0, T_{0L}$	海洋-海氷境界面の水温	t0iceo, t0icel (海氷, 開水)
$S_0, S_{0L}$	海洋-海氷境界面の塩分	s0, s0l (海氷, 開水)
$Q_{IO}, Q_{AO}$	海面直上の熱フラックス	fheat_i, fheat (海氷, 開水)
$F_{TI}, F_{TL}$	海面直下の熱フラックス	ftio, ftao (海氷, 開水)
$F_{SI}, F_{SL}$	結氷・融解に伴い海洋を駆動する塩分フラックス	sflux_i = $F_{SI} + F_{SL}$
$W$	結氷・融解に伴い海洋を駆動する淡水フラックス	wflux_i = $W_{IO} + W_{AO} + W_{RO} + W_{FR}$
$W_{AI}$	海氷上面の降水・昇華 (未導入) による淡水フラックス	snowfall
$W_{IO}$	海氷下面の結氷・融解に伴う淡水フラックス	wio
$W_{AO}$	開水部分の結氷に伴う淡水フラックス	wao
$W_{RO}$	海氷上面の融解に伴う淡水フラックス	wrss, wrsi (雪氷, 海氷)
$W_{FR}$	frazil ice の生成に伴う淡水フラックス	未導入
$u_I$	海氷の速度の東西成分	uice
$v_I$	海氷の速度の南北成分	vice

10.1.2 氷塊に対する運動方程式

氷塊 (質量  $\rho_I Ah_I$ ) に対する運動方程式は、水平 2 次元、移流項を無視し、速度 ( $u_I, v_I$ ) に対して以下のものになる。

$$\rho_I \frac{\partial}{\partial t} (Ah_I u_I) - \rho_I Ah_I f v_I = -\rho_I Ah_I g \frac{1}{h_\mu} \frac{\partial h}{\partial \mu} + F_\mu(\sigma) + A(\tau_{AIx} + \tau_{IOx}) \quad (10.1)$$

$$\rho_I \frac{\partial}{\partial t} (Ah_I v_I) + \rho_I Ah_I f u_I = -\rho_I Ah_I g \frac{1}{h_\psi} \frac{\partial h}{\partial \psi} + F_\psi(\sigma) + A(\tau_{AIy} + \tau_{IOy}) \quad (10.2)$$

$$(10.3)$$

$h$  は海面高度 (粘性係数に  $\eta$  が出てくるため、重複を避けるために  $h$  とする)、( $F_\mu, F_\psi$ ) は海氷の内部応力による力で海氷の内部応力テンソル ( $\sigma$ ) の関数、 $\tau_{AI}, \tau_{IO}$  は、それぞれ大気-海氷間、海氷-海洋間の応力 (海氷が大気・海洋から受ける応力)。これらについては 10.3 節で詳細を述べる。

10.1.3 質量保存の式

$$\frac{\partial}{\partial t} (Ah_I) + \mathcal{A} (Ah_I) = \mathcal{D} (Ah_I) + \frac{\rho_o}{\rho_I} \left[ A(W_{IO} - W_{AI}) + (1 - A)W_{AO} + W_{FR} \right] \quad (10.4)$$

$\mathcal{A}, \mathcal{D}$  は移流及び拡散演算子である。詳しくは第 1 章を参照されたい。なお、拡散は主に数値計算の安定のために加えたものである。

### 10.1.4 被覆率に対する式

$$h_I \left[ \frac{\partial A}{\partial t} + \mathcal{A}(A) \right] = h_I \mathcal{D}(A) + \frac{\rho_o}{\rho_I} \left[ \Phi(1-A)W_{AO} + \Psi AW_{IO} + (1-A)W_{FR} \right] \quad (10.5)$$

open leads におけるエネルギーの出入りも直ちに結氷 ( $W_{AO}$ ) に使われる。 $\Phi$  はチューニングファクターで、必ず  $\Phi > 1$  でなくてはならず、MRI.COM では 4.0 を用いている。 $\Psi$  はエッジの部分で融解をおこす (融解により被覆率を小さくする) ためのチューニングパラメータであり、MRI.COM では以前  $\Psi = 0.05$  を用いていたことがあるが、現在の標準設定では感度実験が不十分であるため、 $\Psi = 0.0$  としている。従って必ずしも  $\Psi = 0.0$  の使用を強制するものではない。

なお、質量保存に対するのと同様、拡散は主に数値計算の安定のために加えたものである。

## 10.2 熱力学

海洋モデルでは、海面フラックスは鉛直下向き (海洋に入ってくる向き) を正としているが、海氷モデルの熱・淡水フラックスは鉛直上向きを正としてコーディングされている。そのため、本節では、フラックスは鉛直上向きを正として解説を行う。

### 10.2.1 海氷の生成

海氷の生成要因は、海面が冷されて結氷点以下になることであるから、海面水温が、前の時間ステップの計算の結果、塩分の関数で決まる結氷温度以下になっていたときに、結氷点に戻し、その際生じる熱を結氷の際の潜熱の放出とみなして海氷を生成する。

生成する海氷の体積 ( $\Delta S h_I$ ,  $\Delta S$  はモデル格子の面積) は、海洋モデル 1 層目の格子箱全体 (体積  $\Delta S \Delta z_1$ ,  $z_1$  は海洋 1 層目の厚さ) が結氷点 ( $T_{freeze}$ ) になるとして、以下の式で計算される。

$$h_I = (T_{freeze} - T) \Delta z_1 \rho_o C_{po} / \rho_I L_F \quad (10.6)$$

ここで、 $C_{po}$  海水の比熱、 $\rho_I$  海氷の密度、 $L_F$  は融解時に生じる潜熱である。海氷ができると、海氷の上面・下面では接するものが違う (上面は大気・下面は海水) ので、扱いも異なってくる。また、海氷の存在する海洋モデルの水平格子箱においても、必ずしも全体が海氷に覆われるわけではなく、覆われている部分と覆われていない部分 (開氷, open leads という) とで、扱いを別にする必要がある。

### 10.2.2 海氷-大気境界

図 10.1 における、各層に対する熱バランスを解くことにより、熱フラックスや熱量を求めていく。

熱力学方程式 (各層の熱量を決める)

$$E(T, r) = r(L_F + C_{po}T) + (1-r)C_{pl}T \quad (10.7)$$

$r$  は brine fraction (氷塊中の海水存在率)、 $E(T, 0) = C_{pl}T$  は純粋な氷のエンタルピー、 $E(T, 1) = L_F + C_{po}T$  は海水のエンタルピー、 $C_{pl}$  は海氷の比熱である。

## 第 10 章 海氷

MRI.COM では海氷とその上に積もる雪には熱容量がない ( $C_{pl} = 0$ ) とするので、雪氷の層 (厚さ  $h_s$ ) に関しては、

$$E(T, r) = r(L_F + C_{po}T) \quad (10.8)$$

となる。

brine fraction は、融解がおきる時に ( $r = 1$ )、雪氷、海氷内部では ( $r = 0$ ) とする。

以後、海氷の上に積もる雪には熱容量がないとするが、海水が結氷してできた海氷の層 (厚さ  $h_I$ 、内部温度  $T_1$ ) に関しては将来的に熱容量を持つように改良が施される可能性を考慮し、当面熱容量を採り入れた議論を進める。

海氷上面-大気の熱フラックス ( $Q_{AI}$ )

$$Q_{AI} = Q_{SI} + Q_{LI} - (1 - \alpha_I)SW - LW + \epsilon_I \sigma (T_3 + 273.16)^4 \quad (10.9)$$

$SW$  は短波放射 (海洋モデルで読み込まれる量)、 $\alpha_I$  は海氷のアルベド (表面が雪の場合は雪のアルベド)、 $LW$  は大気から入ってくる長波放射 (海洋モデルでは陽に扱っていない)、 $\epsilon_I$  は海氷の輻射率、 $\sigma$  は Stefan-Boltzmann 定数である。

$Q_{SI}$  は顕熱フラックスで、バルク式を用いて求める。

$$Q_{SI} = \rho_a C_{pa} C_{HAI} U_{10} (T_3 - T_A) \quad (10.10)$$

ここで、 $\rho_a$  は大気の密度、 $C_{pa}$  は大気の比熱、 $C_{HAI}$  は大気-海氷間のバルク係数、 $U_{10}$  は海氷上 10m の風速、 $T_A$  は海氷上の大気の温度であり、海洋モデルのパラメータ或は input として読み込まれる量で新たに海氷モデル内で計算する必要はない。 $T_3$  は海氷の表面温度である。

$Q_{LI}$  潜熱フラックスで、こちらもバルク式を用いて求める。

$$Q_{LI} = \rho_a L_s C_{HAI} U_{10} (q_i - q_a) \quad (10.11)$$

ここで、 $L_s$  は昇華時の潜熱、 $q_i$  海氷表面温度 ( $T_3$ ) における飽和比湿、 $q_a$  海氷上の大気の比湿である。

海洋上面-大気 (開氷部分) における熱フラックス ( $Q_{AO}$ )

$$Q_{AO} = Q_{SO} + Q_{LO} - (1 - \alpha_o)SW - LW + \epsilon_o \sigma (T_0 + 273.16)^4 \quad (10.12)$$

この部分の解説は、第 9 章に譲る。

長波放射に関する注意点

海洋モデルで外力データとして読み込んでいる長波放射は、

$$-LW_O = -LW + \epsilon_o \sigma (T_0 + 273.16)^4 \quad (10.13)$$

である ( $LW$  は陽に扱っていない)。この場合、海氷に対する長波放射を求めるには、

$$-LW_I = -LW_O - \epsilon_o \sigma (T_0 + 273.16)^4 + \epsilon_I \sigma (T_3 + 273.16)^4 \quad (10.14)$$

が考えられる。しかし、データとして与えられる長波放射が海氷存在域も考慮したものであれば、

$$-LW_I = -LW + \epsilon_I \sigma (T_3 + 273.16)^4 \quad (10.15)$$

であるはず。データソースの海氷存在域とモデルのそれが必ずしも一致しないので、十分注意しなければならない。この解説では、(10.15) が成立すると仮定する。上述のデータとモデルにおける海氷存在域の不一致はとりあえず無視する。

雪中の熱フラックス ( $Q_S$ )

雪に熱容量がないとすれば、熱フラックスは一定で、

$$Q_S = \frac{k_s}{h_s} (T_2 - T_3) \quad (10.16)$$

となる。但し、 $h_s$  は雪の層厚、 $k_s$  は雪の熱伝導率。

海氷の内部での熱フラックス ( $Q_{I2}, Q_{I0}$ )

海氷の上半分では、

$$Q_{I2} = \frac{k_I}{h_I/2} (T_1 - T_2) \quad (10.17)$$

である、ここに  $k_I$  は海氷の熱伝導率である。雪および海氷に熱容量がないとすると  $Q_S = Q_{I2}$  となる。

海氷の下半分では、

$$Q_{I0} = \frac{k_I}{h_I/2} (T_0 - T_1) \quad (10.18)$$

である。

海氷または雪氷上面での融解 ( $W_{RO}$ )

$T_3$  が結氷温度より低ければ、 $Q_{AI} = Q_S$  として  $T_3$  を求めることができる。

$T_3$  が結氷温度と等しければ、 $Q_{AI}$  と  $Q_S$  の間の不釣合が雪または氷 ( $h_s = 0$  のとき) を融かすことになる。このときの融解率は

$$W_{RO} = (Q_{AI} - Q_S) / (\rho_o L_3) \quad (10.19)$$

$$L_3 \equiv [E(T_3, 1) - E(T_1, r_1)] \quad (10.20)$$

となる。海氷および融解した海水に熱容量がない ( $C_{po} = C_{pl} = 0$ ) とすると、 $r_1 = 0$  (海氷一層目は全て氷であるとする) として、 $L_3 = L_F$  となる。融解した海水は海洋へ入れられるが、この時点で熱容量は復活し、海氷が融けたものであれば  $-0.1^\circ\text{C}$ 、雪氷が融けたものであれば  $0^\circ\text{C}$  の水温をもつものとする。

海氷内部の熱バランス

海氷内部の熱バランスは、上下方向には熱フラックス、水平方向には移流による熱流入・流出により、エンタルピーに対する以下の式になる。

$$\rho_I h_I \left[ \frac{\partial}{\partial t} E(T_1, r_1) + u_I \frac{\partial}{\partial x_i} E(T_1, r_1) \right] = Q_{I0} - Q_{I2} \quad (10.21)$$

## 第 10 章 海氷

海氷の熱容量を考慮せず ( $C_{pI} = 0$ )、一層目の海氷に海水が含まれない ( $r = 0$ ) とすると、上式の左辺は 0 になる。このとき、

$$Q_{I0} = Q_{I2} = \frac{k_I}{h_I}(T_0 - T_2) \quad (10.22)$$

とすることができる。

### その他の注意点

- 氷の上の降水は全て雪であるとする（海氷の上には雨は降らない）。
- $W_{RO}$  は全て海洋に入っていくことにする。
- 全部融けてしまった場合、余った  $Q_{AI}$  は  $Q_{I0}$  に加える。
- 昇華時の淡水フラックスを扱っていない。

### 解く手続き

MRI.COM では、海氷にも熱容量はないとするので、 $Q_{I0} = Q_{I2} = Q_S$  となる。

実際に解く手続きは、雪氷も、海氷も同じである。

雪が積もっていない、海氷だけの場合 ( $h_s = 0, T_3 = T_2$ ) を例にとって説明する。まず、上面の温度 ( $T_3$ ) が結氷温度より低いものとして、 $T_3$  を求める。つまり、(10.9)、(10.18) より  $Q_{AI} = Q_{I0}$  として ( $T_3 \rightarrow T_3 + \delta T_3$ )

$$Q_{SI} + Q_{LI} - (1 - \alpha_I)SW - LW + \epsilon_I \sigma ((T_3 + \delta T_3) + 273.16)^4 = \frac{k_I}{h_I}(T_0 - (T_3 + \delta T_3)) \quad (10.23)$$

黒体輻射の部分テイラー展開した式

$$Q_{SI} + Q_{LI} - (1 - \alpha_I)SW - LW_I + 4\epsilon_I \sigma (T_3 + 273.16)^3 \delta T_3 = \frac{k_I}{h_I}(T_0 - (T_3 + \delta T_3)) \quad (10.24)$$

から  $\delta T_3$  を求め、 $T_3$  に足し込む。

$$\delta T_3 = \frac{-Q_{SI} - Q_{LI} + (1 - \alpha_I)SW + LW_I + \frac{k_I}{h_I}(T_0 - T_3)}{4\epsilon_I \sigma (T_3 + 273.16)^3 + \frac{k_I}{h_I}} \quad (10.25)$$

$$T_{3new} = T_{3old} + \delta T_3 \quad (10.26)$$

$T_{3new}$  が結氷温度より低ければ、そのまま。高ければ、 $T_{3new}$  を結氷温度にした上で、余った熱で融解量 ( $W_{RO}$ ) を求める。

雪氷がある場合は、まず雪氷に対して、上記の処理を行ない、雪氷が全て融けてしまった場合には、余った熱で海氷を融かす。

### 10.2.3 海氷-海洋境界面

前節同様、図 10.1 の海氷-海洋境界面における各フラックスを求めていく。

熱フラックス、淡水（塩分）フラックス ( $F_T, F_S, W_{IO}, W_{AO}$ )

海氷に覆われているところと、大気に接している部分 (open leads) では別に扱う。(Mellor and Kantha (1989) では一緒にして扱っている。)

エネルギーバランス

$$F_{T_I} = Q_{IO} - W_{IO}\rho_o L_o \quad (10.27)$$

$$F_{T_L} = Q_{AO} - W_{AO}\rho_o L_o \quad (10.28)$$

$$L_o \equiv [E(T_o, 1) - E(T_1, r_1)] (= L_F) \quad (10.29)$$

海洋を駆動する熱フラックス

$$F_T = (AQ_{IO} + (1-A)Q_{AO}) - W_O\rho_o L_o \quad (10.30)$$

$$W_O \equiv AW_{IO} + (1-A)W_{AO} \quad (10.31)$$

塩分バランス

$$F_{S_I} = W_{IO}(S_I - S) \quad (10.32)$$

$$F_{S_L} = W_{AO}(S_I - S) \quad (10.33)$$

Mellor and Kantha (1989) と違い、右辺第 1 項を  $S_0$  ではなく  $S$  (海洋モデル 1 層目の塩分) とするのは、 $S_0$  を求める式を 1 次方程式にするためである。また、海氷下における結氷・融解以外のもの (塩分の気候値等へのリストア項、海氷上面における融解による流出など) は除いている。

海洋を駆動する塩分フラックス

$$F_S = (AW_{IO} + (1-A)W_{AO})(S_I - S) \quad (10.34)$$

海洋を駆動する塩分フラックスには、これとは別に海氷上面における融解

$$F_S' = -A\{W_{ROice}(S_I - S) - W_{ROsnow}S\} \quad (10.35)$$

が加わることに注意。

$z \rightarrow 0$  のときの境界条件

$$F_{T_I}/(\rho_o C_{po}) = -C_{T_z}(T_{oI} - T) \quad (10.36)$$

$$F_{T_L}/(\rho_o C_{po}) = -C_{T_z}(T_{oL} - T) \quad (10.37)$$

$$F_{S_I} = -C_{S_z}(S_{oI} - S) \quad (10.38)$$

$$F_{S_L} = -C_{S_z}(S_{oL} - S) \quad (10.39)$$

ここで

$$C_{T_z} = \frac{u_\tau}{(Pr k^{-1} \ln(-z/z_o) + B_T)} \quad (10.40)$$

## 第 10 章 海氷

であり、 $u_\tau$  は friction velocity で  $u_\tau \equiv (\tau_{IO_x}^2 + \tau_{IO_y}^2)^{1/4} \rho_o^{-1/2}$ 。  $k$  は von Karman's constant で 0.4、 $z_0$  は roughness parameter、また、 $(\tau_{IO_x}, \tau_{IO_y})$  は海洋-海氷間にはたらく応力、また、

$$B_T = b \left( \frac{z_0 u_\tau}{\nu} \right)^{1/2} Pr^{2/3} \quad (10.41)$$

である。ここに、 $Pr \equiv \nu / \alpha_t = 12.9$  である。その他の定数については、本章の付録 Appendix B.1 を参照のこと。

塩分関連のパラメータは、

$$C_{S_z} = \frac{u_\tau}{(Pr k^{-1} \ln(-z/z_0) + B_S)} \quad (10.42)$$

$$B_S = b \left( \frac{z_0 u_\tau}{\nu} \right)^{1/2} Sc^{2/3} \quad (10.43)$$

で、 $Sc \equiv \nu / \alpha_s = 2432$  である。

roughness parameter  $z_0$  は次のようにして求める。

$$\ln z_0 = A \ln z_{0I} + (1 - A) \ln z_{0L} \quad (10.44)$$

$$\begin{aligned} z_{0I} &= 0.05 \frac{h_I}{h_{lim}} \\ h_{lim} &= 3.0 [\text{m}] \end{aligned} \quad (10.45)$$

$$z_{0L} = 0.016 \frac{\rho_o}{\rho_a} \frac{u_\tau^2}{g} \quad (10.46)$$

MRI.COM では、どちらの場合にも (10.45) を用いる。

束縛条件

$$\begin{aligned} W_O &= 0 & A &= 0 \\ T_0 &= m S_0 & A &> 0 \end{aligned} \quad (10.47)$$

$m$  は、塩分の関数として結氷温度を決める係数である。

解く手続き

(10.27)、(10.32)、(10.36)、(10.38)、および (10.28)、(10.33)、(10.37)、(10.39) を用いて、まず  $S_{0I}$ 、 $S_{0L}$  を求める。

$$S_{0I} = \frac{C_{S_z} S + (\rho_o C_{po} C_{T_z} T - Q_{IO})(S_I - S) / \rho_o L_o}{C_{S_z} + \rho_o C_{po} C_{T_z} m (S_I - S) / \rho_o L_o} \quad (10.48)$$

$$S_{0L} = \frac{C_{S_z} S + (\rho_o C_{po} C_{T_z} T - Q_{AO})(S_I - S) / \rho_o L_o}{C_{S_z} + \rho_o C_{po} C_{T_z} m (S_I - S) / \rho_o L_o} \quad (10.49)$$

(10.47) から  $T_{0I}$ 、 $T_{0L}$ 、(10.36)、(10.37) から  $F_{T_I}$ 、 $F_{T_L}$ 、(10.38)、(10.39) から  $F_{S_I}$ 、 $F_{S_L}$ 、最後に、(10.27)、(10.28) より  $W_{IO}$ 、 $W_{AO}$  を求める。 $W_{AO}$  は正 (海氷の生成) しかあり得ないので、 $W_{AO} < 0$  のときは、 $W_{AO} = 0$  で置き換える。そうすると、(10.33)、(10.39) から  $S_{0L} = S$ 、さらに (10.28) で  $F_{T_L} = Q_{AO}$  とした上で、結氷がない場合には、open leads では海氷の影響がないと想定して、 $T_{0L} = T$  とする。最後に (10.30)、(10.34) から熱フラックス、塩分フラックスを求め以下の海洋モデルに対する境界条件とする。

$z \rightarrow 0$ :

$$-\kappa_V \frac{\partial T}{\partial z} = F_T \quad (10.50)$$

$$-\kappa_V \frac{\partial S}{\partial z} = F_S \quad (10.51)$$

ここで、 $\kappa_V$  は海洋の鉛直拡散係数である。

$W_{IO}\Delta t > Ah_I$  のときは、海氷が全て融けてしまうので、融かすのに必要な熱量を求め、余った分は海洋に戻す。つまり、海氷を融かすのに必要な熱量だけを海洋表層の熱フラックスとする。具体的には  $W_{IO}$  を

$$h_I = \frac{\rho_o}{\rho_I} W_{IO}\Delta t \quad (10.52)$$

から求め、

$$F_{T_I} = -W_{IO}\rho_o L_o \quad (10.53)$$

とする。

#### 10.2.4 frazil ice の取り扱い

frazil ice は MRI.COM には導入されていないが、将来の導入も考慮して解説を記す。

今までの結果を使って新しく予報された  $T$ 、 $S$  が必ずしも温度、塩分、圧力の関数で決まる海水と海氷の共存線 (freezing line) に載っているとは限らない。過冷却 (supercooling) が起きたらその分は氷にならないといけない。

$\delta t$  の間に  $T$ 、 $S$  が  $\delta T$ 、 $\delta S$  だけ変化した場合、移流の影響がないとしたら、

$$\frac{\delta T}{\delta S} = \frac{F_T}{F_S} \quad (10.54)$$

となる。

前節のフラックスに対する境界条件を用いると、

$$\frac{\delta T}{\delta S} = \frac{C_{T_z}(T_0 - T)}{C_{S_z}(S_0 - S)} \quad (10.55)$$

となるが、海氷があるところでは、 $T_0 = mS_0$  かつ、 $T = mS$  なので、

$$\frac{\delta T}{\delta S} = m \frac{C_{T_z}}{C_{S_z}} \quad (10.56)$$

となる。

一般に、 $C_{T_z} > C_{S_z}$  なので、 $m < 0$  も考慮すると  $\delta T < m\delta S$ 、つまり過冷却になる。実際には、freezing line の式が圧力 (深さ) にも依存する ( $T_f = mS + nz$ ) ためこれも考慮した議論を進めていく。

frazil ice の生成量  $W_{FR}$  を求めるにあたり、

$$\gamma = \frac{\text{incremental mass of frazil ice}}{\text{total mass}} \quad (10.57)$$

とし、supercooled 状態を 1、frazil ice が作られて、正常な fusion 状態になった状態を 2 とすると、熱と塩分バランスの式は

$$C_{po}T_1 + L_o = (1 - \gamma)(C_{po}T_2 + L_o) + \gamma C_{pl}T_2 \quad (10.58)$$

$$S_1 = (1 - \gamma)S_2 + \gamma S_I \quad (10.59)$$

## 第10章 海氷

となるが、 $\gamma$  が小さい場合、

$$T_2 = T_1 + \gamma L / C_{po} \quad (10.60)$$

$$S_2 = S_1 + \gamma(S_1 - S_I) \quad (10.61)$$

を得る。ここに  $L = L_F + (C_{po} - C_{pl})T_1$  である。

$T_2 = mS_2 + nz$  であることを考慮すると、

$$\gamma = \begin{cases} \frac{C_{po}(mS_1 + nz - T_1)}{L - C_{po}m(S_1 - S_I)} & mS_1 + nz - T_1 > 0 \\ 0 & S_1 + nz - T_1 < 0 \end{cases} \quad (10.62)$$

が得られるので、これを鉛直積分して frazil ice 生成量  $W_{FR}$  を得る。

$$W_{FR} = \delta t^{-1} \int_H^0 \gamma dz. \quad (10.63)$$

## 10.3 力学

### 10.3.1 氷塊に対する運動方程式再掲

$$\rho_I \frac{\partial}{\partial t} (Ah_I u_I) - \rho_I Ah_I f_{vI} = -\rho_I Ah_I g \frac{1}{h_\mu} \frac{\partial h}{\partial \mu} + F_\mu(\sigma) + A(\tau_{AIx} + \tau_{IOx}) \quad (10.64)$$

$$\rho_I \frac{\partial}{\partial t} (Ah_I v_I) + \rho_I Ah_I f_{uI} = -\rho_I Ah_I g \frac{1}{h_\psi} \frac{\partial h}{\partial \psi} + F_\psi(\sigma) + A(\tau_{AIy} + \tau_{IOy}) \quad (10.65)$$

### 10.3.2 上下の境界における応力

大気-海氷間（海氷が大気から受ける応力）：

$$\tau_{AI} = c_a \rho_a |\mathbf{U}_a| (\mathbf{U}_a \cos \theta_a + \mathbf{k} \times \mathbf{U}_a \sin \theta_a) \quad (10.66)$$

海氷-海洋間（海氷が海洋から受ける応力）：

$$\tau_{IO} = c_w \rho_o |\mathbf{U}_w - \mathbf{u}_I| [(\mathbf{U}_w - \mathbf{u}_I) \cos \theta_o + \mathbf{k} \times (\mathbf{U}_w - \mathbf{u}_I) \sin \theta_o] \quad (10.67)$$

$\mathbf{U}_a$  は大気の流れ、 $\mathbf{U}_w$  は海洋の流れ、 $c_a$ 、 $c_w$  は大気-海氷間、海洋-海氷間のバルク係数、 $\rho_a$ 、 $\rho_o$  は、大気の密度、海洋の密度、 $\theta_a$ 、 $\theta_o$  は大気の流れ角、海洋の流れ角である。

### 10.3.3 海氷の内部応力

密度が高い海氷の運動には、連続体としての海氷の間に働く力（内部応力）がコリオリ力や、大気や海面からの応力と同等の大きさで効いてくる。この内部応力は、条件によって非常に大きな値をとることがあるため、時間発展問題を explicit に解く際には、積分時間間隔を短くとらなくてはならない。従って、陰解法をとらざるを得ず、その場合は粘性項を implicit に扱うため、係数行列はとてつもなく大きな物となってしまう、いずれにしても、海氷の運動を解くのに必要な計算機資源のコストは多大になる。

Hunke and Ducowicz (1997) は、この問題を解決するため、物理的にはあまり正しいとはいえないが、それまで用いられていた定式化の方法 (viscous-plastic) を基本としながら海水を弾性体としても扱うことにより局所的にかかる大きな内部応力を開放する機構を導入した。これを EVP (elastic-viscous-plastic) モデルという。

EVP モデルでは、応力テンソルの従う方程式 (constitutive law と呼ぶ) を

$$\frac{1}{E} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} + \frac{1}{2\eta} \sigma_{ij} + \frac{\eta - \zeta}{4\eta\zeta} \sigma_{kk} \delta_{ij} + \frac{P}{4\zeta} \delta_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij} \quad (10.68)$$

とする ( $i, j = 1, 2$ )。ここで、 $\zeta$ 、 $\eta$  は粘性パラメータ、 $P$  は海水にかかる圧力を表すパラメータ、 $E$  は弾性パラメータ (ヤング率のようなもの) である。viscous-plastic モデルでは、上式で時間変化項がないものを constitutive law としていた。

$\dot{\epsilon}_{ij}$  は歪み速度テンソルで、デカルト座標で書くと、

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (10.69)$$

である。次のように歪み速度の divergence, tension, shear を定義すると、

$$D_D = \dot{\epsilon}_{11} + \dot{\epsilon}_{22}, D_T = \dot{\epsilon}_{11} - \dot{\epsilon}_{22}, D_S = 2\dot{\epsilon}_{12} \quad (10.70)$$

応力テンソルに対する方程式は  $\sigma_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22}$ 、 $\sigma_2 = \sigma_{11} - \sigma_{22}$  に対して

$$\frac{1}{E} \frac{\partial \sigma_1}{\partial t} + \frac{\sigma_1}{2\zeta} + \frac{P}{2\zeta} = D_D \quad (10.71)$$

$$\frac{1}{E} \frac{\partial \sigma_2}{\partial t} + \frac{\sigma_2}{2\eta} = D_T \quad (10.72)$$

$$\frac{1}{E} \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial t} + \frac{\sigma_{12}}{2\eta} = \frac{1}{2} D_S \quad (10.73)$$

となる。

一般直交曲線座標系で divergence, tension, shear を表現すると、

$$D_D = \frac{1}{h_\mu h_\psi} \left[ \frac{\partial (h_\psi u)}{\partial \mu} + \frac{\partial (h_\mu v)}{\partial \psi} \right] \quad (10.74)$$

$$D_T = \frac{h_\psi}{h_\mu} \frac{\partial}{\partial \mu} \left( \frac{u}{h_\psi} \right) - \frac{h_\mu}{h_\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{v}{h_\mu} \right) \quad (10.75)$$

$$D_S = \frac{h_\mu}{h_\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{u}{h_\mu} \right) + \frac{h_\psi}{h_\mu} \frac{\partial}{\partial \mu} \left( \frac{v}{h_\psi} \right) \quad (10.76)$$

となり、内部応力テンソルの発散をとって内部応力を求めるがその表現は

$$F_\mu = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{h_\mu} \frac{\partial \sigma_1}{\partial \mu} + \frac{1}{h_\mu h_\psi^2} \frac{\partial (h_\psi^2 \sigma_2)}{\partial \mu} + \frac{2}{h_\mu^2 h_\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} (h_\mu^2 \sigma_{12}) \right] \quad (10.77)$$

$$F_\psi = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{h_\psi} \frac{\partial \sigma_1}{\partial \psi} - \frac{1}{h_\mu^2 h_\psi} \frac{\partial (h_\mu^2 \sigma_2)}{\partial \psi} + \frac{2}{h_\mu h_\psi^2} \frac{\partial}{\partial \mu} (h_\psi^2 \sigma_{12}) \right] \quad (10.78)$$

$$(10.79)$$

である。

## 第 10 章 海氷

粘性パラメータは海氷の密接度や速度から

$$\zeta = \frac{P}{2\Delta} \quad (10.80)$$

$$\eta = \frac{P}{2e^2\Delta} \quad (10.81)$$

$$\Delta = \left[ D_D^2 + \frac{1}{e^2}(D_T^2 + D_S^2) \right]^{1/2} \quad (10.82)$$

として求める。海氷にかかる圧力は

$$P = P^* Ah_I e \exp[-c^*(1-A)] \quad (10.83)$$

で、密接度、氷厚の関数とする。 $P^*$ 、 $c^*$  は、それぞれ圧力のスケーリングファクター、密接度による圧力の増減を定めるパラメータである。 $e$  は内部応力テンソルが従う降伏曲線（楕円）の長軸と短軸の比（ $e=2$ ）である。

弾性体のヤング率にあたる  $E$  は

$$E = \frac{2E_o\rho_I Ah_I}{\Delta t_e^2} \min(\Delta x^2, \Delta y^2) \quad (10.84)$$

として求める。 $E_o$  は  $0 < E_o < 1$  のチューニングファクター、 $\Delta t_e$  は海氷の運動方程式の積分時間間隔、 $\Delta x^2, \Delta y^2$  は東西・南北の格子間隔である。

### 10.3.4 境界条件

海氷にかかる外部応力は、当然、海氷の存在する範囲、つまり、被覆率の分だけかかる。

海洋上面の応力については、海氷で覆われているところでは海氷-海洋間の、海氷で覆われていないところでは大気-海洋間の応力を用いる。

$$v_V \left( \frac{\partial U}{\partial z}, \frac{\partial V}{\partial z} \right) = -\frac{A}{\rho_o} (\tau_{IOx}, \tau_{IOy}) + \frac{(1-A)}{\rho_o} (\tau_{AOx}, \tau_{AOy}) \quad (10.85)$$

$(\tau_{IOx}, \tau_{IOy})$  は、海氷が海洋から受ける応力として式 (10.67) で定義しているので、海洋が受ける応力としては、負の符号がつくことに注意。

### 10.3.5 解く手続き

外力としての大気-海氷間応力、海洋-海氷間応力（を求めるための海洋表層の流速）等が与えられた状況で、弾性体的な性質を海氷が持つとして、運動方程式 (10.64)、(10.65) と、応力テンソルの時間発展式 (10.71) (10.72) (10.73) を解く。

まず応力テンソルの時間発展式を解いて、その結果を用いて運動方程式を解く。基本的にそれぞれの方程式において、予報変数について陰解法を用いる。応力テンソルについては、 $\sigma_1$  を例にとると、

$$\frac{1}{E} \frac{\sigma_1^{m+1} - \sigma_1^m}{\Delta t} + \frac{\sigma_1^{m+1}}{2\zeta^m} + \frac{P}{2\zeta^m} = D_D^m \quad (10.86)$$

として、 $\sigma_1^{m+1}$  に関して解く。なお、歪み速度テンソル、粘性パラメータも海氷の速度変化に応じて毎回計算しなおす。

運動方程式はここで得られた  $\sigma^{m+1}$  を用いて解く。

$$\rho_I A h_I \frac{u_I^{m+1} - u_I^m}{\Delta t} = \rho_I A h_I f v_I^{m+1} - \rho_I A h_I g \frac{1}{h_\mu} \frac{\partial h}{\partial \mu} + F_\mu(\sigma^{m+1}) + A \tau_{AIx} \quad (10.87)$$

$$+ A c_w \rho_o |\mathbf{U}_w - \mathbf{u}_I^m| [(U_w - u_I^{m+1}) \cos \theta_o + (V_w - v_I^{m+1}) \sin \theta_o] \quad (10.88)$$

$$\rho_I A h_I \frac{v_I^{m+1} - v_I^m}{\Delta t} = -\rho_I A h_I f u_I^{m+1} - \rho_I A h_I g \frac{1}{h_\psi} \frac{\partial h}{\partial \psi} + F_\psi(\sigma^{m+1}) + A \tau_{AIy} \quad (10.89)$$

$$+ A c_w \rho_o |\mathbf{U}_w - \mathbf{u}_I^m| [(V_w - v_I^{m+1}) \cos \theta_o - (U_w - u_I^{m+1}) \sin \theta_o] \quad (10.90)$$

$\tau_{AI}$  はモデルの外力として読み込まれるものに被覆率をかけて求め、 $\tau_{IO}$  については、海洋側の積分回数を  $n$  から  $n+1$  の中で、海氷のサブサイクル  $m$  から  $m+1$  積分をする際、 $m+1$  における海氷の速度 ( $u_I$ ) と、 $n-1$  (leap frog 使用時) における海洋の速度 ( $U_w$ ) を用いる。

$$\tau_{IO} = c_w \rho_o |\mathbf{U}_w^{n-1} - \mathbf{u}_I^{m+1}| [(\mathbf{U}_w^{n-1} - \mathbf{u}_I^{m+1}) \cos \theta_o + \mathbf{k} \times (\mathbf{U}_w^{n-1} - \mathbf{u}_I^{m+1}) \sin \theta_o] \quad (10.91)$$

海氷側の積分時間間隔は弾性波の伝播速度に制限されるが、弾性パラメータ  $E$  は可変として、海洋モデル側 (海氷にとっての外力) の積分時間間隔に対して 30 回程度解くようにしている。

## 10.4 差分化

### 10.4.1 質量保存式、被覆率に対する式

質量保存式、被覆率に対する式は、基本的には移流拡散方程式であり、温度・塩分方程式と同様にフラックス形式を用いて差分化を行っている。

移流項には中央差分を用いているため、格子境界における予報変数の値には、隣り合う格子点の値の単純平均を用いる。拡散については、調和型 (中央差分) である。以下には、被覆率の東西方向 ( $FA_X$ ; 図 10.2 の で計算される)、南北方向 ( $FA_Y$ ; 図 10.2 の で計算される) の移流・拡散フラックスの差分式を記す。海氷の厚さなど ( $h_l$  や  $h_s$ ) も全く同様に計算される。

$$(FA_X)_{i+\frac{1}{2},j} = \left\{ \frac{1}{2} (U_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + U_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}) \times \frac{1}{2} (A_{i,j} + A_{i+1,j}) - \kappa_H (A_{i+1,j} - A_{i,j}) / \Delta x_{i+\frac{1}{2}} \right\} \Delta y_j \quad (10.92)$$

$$(FA_Y)_{i,j+\frac{1}{2}} = \left\{ \frac{1}{2} (V_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + V_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}) \times \frac{1}{2} (A_{i,j} + A_{i,j+1}) - \kappa_H (A_{i,j+1} - A_{i,j}) / \Delta y_{j+\frac{1}{2}} \right\} \Delta x_i \quad (10.93)$$

なお、ここに  $\kappa_H$  は拡散係数 (単位  $[m^2 \cdot s^{-1}]$ ) で、海氷の厚さ被覆率とも同じ値を用いる。

手続きに関しては、単位格子を囲む四辺におけるフラックスを計算する毎に予報する変数 ( $A, Ah_l$  等) に足し込んでいっており、温度・塩分方程式とは多少異なる。

例えば、 $(FA_X)_{i+\frac{1}{2},j}$  が計算された時点で、

$$\begin{aligned} A_{i+1,j}^{n+1} &= A_{i+1,j}^n + \Delta t \times (FA_X)_{i+\frac{1}{2},j} / \Delta S_{i+1,j} \\ A_{i,j}^{n+1} &= A_{i,j}^n - \Delta t \times (FA_X)_{i+\frac{1}{2},j} / \Delta S_{i,j} \end{aligned} \quad (10.94)$$

の計算を行う。格子単位を構成する四辺を通るフラックスは順次加減されることになる。なお、 $\Delta S_{i,j}$  は  $A_{i,j}$  を中心とする格子面積である (図 10.2 で点線で囲まれた格子単位)。

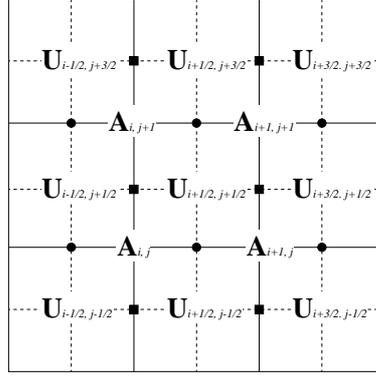


図 10.2: 被覆率 ( $A$ ) および速度 ( $U$ ) 変数の配置。海氷の厚さなど ( $h_I$  や  $h_S$ ) も被覆率と同じ点で定義される。  
 では、東西方向のフラックスが、 では南北方向のフラックスが計算され、 $A$  の収支が求められる。

#### 10.4.2 運動方程式

圧力項の空間差分は容易であるので、ここには記さない。海氷の運動方程式では移流項を無視している。  
 ここでは内部応力の差分化に関して記す。

歪み速度テンソル ( $\dot{\epsilon}$ )、応力テンソル ( $\sigma$ ) は T-点 上で定義する (図 10.3)。

歪み速度テンソル (divergence, tension, shear) の差分式は以下のように、定義に基づいて T-点で計算される。

$$\begin{aligned}
 (D_D)_{i,j} &= \frac{1}{\Delta x_{i,j} \Delta y_{i,j}} \left( \frac{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j}}{2} (u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + u_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}) - \frac{\Delta y_{i-\frac{1}{2},j}}{2} (u_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + u_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\Delta x_{i,j+\frac{1}{2}}}{2} (v_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + v_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}) - \frac{\Delta x_{i,j-\frac{1}{2}}}{2} (v_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + v_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}) \right) \\
 (D_T)_{i,j} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\Delta y_{i,j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i,j+\frac{1}{2}}} \left( \frac{u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} - \frac{u_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{\Delta y_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \right) + \frac{\Delta y_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i,j-\frac{1}{2}}} \left( \frac{u_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} - \frac{u_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{\Delta y_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} \right) \right] \\
 &\quad - \frac{1}{2} \left[ \frac{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j}} \left( \frac{v_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} - \frac{v_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} \right) + \frac{\Delta x_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y_{i,j-\frac{1}{2}}} \left( \frac{v_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} - \frac{v_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} \right) \right] \\
 (D_S)_{i,j} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\Delta y_{i,j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i,j+\frac{1}{2}}} \left( \frac{v_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} - \frac{v_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{\Delta y_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \right) + \frac{\Delta y_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i,j-\frac{1}{2}}} \left( \frac{v_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} - \frac{v_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{\Delta y_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} \right) \right] \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left[ \frac{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j}} \left( \frac{u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} - \frac{u_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} \right) + \frac{\Delta x_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y_{i,j-\frac{1}{2}}} \left( \frac{u_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} - \frac{u_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} \right) \right]
 \end{aligned}$$

応力テンソルから内部応力を求める差分式は以下ようになる。定義は U-点である。

$$\begin{aligned}
 (F_\mu)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{(\sigma_1)_{i+1,j+1} + (\sigma_1)_{i+1,j} - (\sigma_1)_{i,j+1} - (\sigma_1)_{i,j}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \right) \right. \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta y_{i+1,j+\frac{1}{2}}^2 [(\sigma_2)_{i+1,j+1} + (\sigma_2)_{i+1,j}] - \Delta y_{i,j+\frac{1}{2}}^2 [(\sigma_2)_{i,j+1} + (\sigma_2)_{i,j}]}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^2 \Delta x_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \right) \\
 &\quad \left. + \left( \frac{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j+1}^2 [(\sigma_{12})_{i+1,j+1} + (\sigma_{12})_{i,j+1}] - \Delta x_{i+\frac{1}{2},j}^2 [(\sigma_{12})_{i+1,j} + (\sigma_{12})_{i,j}]}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^2 \Delta y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \right) \right] \quad (10.95)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (F_{\psi})_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} = & \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{(\sigma_1)_{i+1,j+1} + (\sigma_1)_{i,j+1} - (\sigma_1)_{i+1,j} - (\sigma_1)_{i,j}}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \right) \right. \\
 & - \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j+1}^2 [(\sigma_2)_{i+1,j+1} + (\sigma_2)_{i,j+1}] - \Delta x_{i+\frac{1}{2},j}^2 [(\sigma_2)_{i+1,j} + (\sigma_2)_{i,j}]}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^2 \Delta y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \right) \\
 & \left. + \left( \frac{\Delta y_{i+1,j+\frac{1}{2}}^2 [(\sigma_{12})_{i+1,j+1} + (\sigma_{12})_{i+1,j}] - \Delta y_{i,j+\frac{1}{2}}^2 [(\sigma_{12})_{i,j+1} + (\sigma_{12})_{i,j}]}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^2 \Delta x_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \right) \right] \quad (10.96)
 \end{aligned}$$

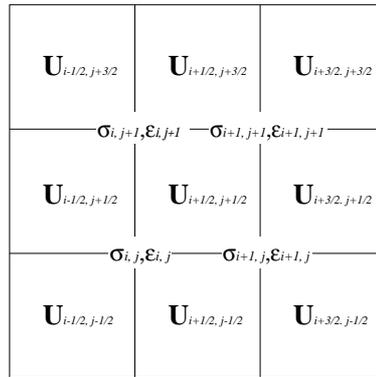


図 10.3: 力学モデルで使用する変数の配置

## 10.5 海氷モデル使用時のための情報や注意点

### 10.5.1 技術的なこと

- 海氷モデルは前方差分を用いているため、海洋モデルで松野スキーム (Eular backward scheme) を用いているときには、その前半部分でのみ一度呼びだけとした。
- 海氷モデルは、各タイムステップの最初に海洋上面の各物理量フラックスを求めるプログラム (mkflux) の中で呼び出し、海氷の生成・融解によって生じる熱・塩分フラックスと海氷の運動により変化した応力を求めて他のプログラムに渡している。海氷が関係しない、大気-海洋熱フラックス、塩分の緩和境界条件は、海氷の被覆率を考慮する以外は、海氷がない時と同様に扱う。
- 結果の出力は、海洋モデルと同じ制御パラメータを用い、同じタイミングで行なっている。ファイルは別にしてある。

### 10.5.2 海氷部分を解くプログラム

**siinit.F90:** 時間積分の前にパラメータ等をセットし、瞬間値をファイルから読み込むなどして、初期状態を設定する。

**paramice.F90:** 海氷モデルで使用する物理定数パラメータをセット。

## 第 10 章 海氷

**simain.F90:** 海氷部分を解く基幹プログラム（熱力学と移流拡散方程式が中心）

**iaflux.F90:** 大気と海氷の間の熱力学過程を解くプログラム。

**sidynevp.F90:** 運動方程式を解く基幹プログラム。

**mkstress.F90:** 内部応力を求める。

**stmrgni.F90:** 並列計算時、海氷部分に関わる変数を他のプロセッサに送る

**mkhisti.F90:** ヒストリーを出力するため、平均を計算

**writdt.F90:** history, restart の出力（海洋本体と一緒に）

コンパイル時に `OGCM_ICE` を指定した時は、熱力学と free drift（海面の流速の 1/3 で海氷が動く）で海氷部分を解く。さらに `OGCM_SIDYN` を指定すると、海氷の運動方程式も解くようになっている。

## References

Gill, A. E., 1982: *Atmosphere-Ocean Dynamics*, Academic Press, 662pp.

Hunke, E. C, and J. K. Dukowicz, 1997: An Elastic-Viscous-Plastic Model for Sea Ice Dynamics, *J. Phys. Oceanogr.*, **94**, 1849–1867.

Hunke, E. C, and J. K. Dukowicz, 2002: The Elastic-Viscous-Plastic Sea Ice Dynamics Model in General Orthogonal Curvilinear Coordinates on a Sphere – Incorporation of Metric Terms, *Mon. Wea. Rev.*, **130**, 1848–1865.

Mellor, G. L., and L. Kantha, 1989: An Ice-Ocean Coupled Model, *J. Geophys. Res.*, **94**, 10,937–10,954.

## Appendix A 飽和蒸気圧と潜熱

昇華時の潜熱、飽和比湿は、Gill(1982)の教科書の Appendix 4 を参考にして以下のように求める。  
水上における純粋な水蒸気の飽和蒸気圧  $e_w$  (単位 [hPa]) は以下の式で与えられる。

$$\log_{10} e_w(t) = (0.7859 + 0.03477t) / (1 + 0.00412t) \quad (10.97)$$

大気においては、飽和水蒸気分圧は上の値とは少し異なる値をとる。

$$e'_w = f_w e_w \quad (10.98)$$

$$f_w = 1 + 10^{-6} p (4.5 + 0.0006t^2) \quad (10.99)$$

$p$  は気圧 (単位 [hPa]) である。

氷の上の飽和蒸気圧  $e_i$  はさらに少し異なる値をとる。

$$\log_{10} e_i(t) = \log_{10} e_w(t) + 0.00422t \quad (10.100)$$

...現在のモデルでは、この部分は扱っていない。

飽和比湿  $q$  は定義から、

$$e' / p_s = q / (\varepsilon + (1 - \varepsilon)q) \quad (10.101)$$

なので ( $\varepsilon$  は水蒸気と大気分子量の比で  $m_w/m_a = 18.016/28.966 = 0.62197$ )、これを用いて

$$q = \varepsilon e' / (p_s - (1 - \varepsilon)e') \quad (10.102)$$

とする。 $p_s$  は海面気圧 (単位 [hPa]) である。

昇華時の潜熱は以下の式で求める。

$$L_s = 2.839 \times 10^6 - 3.6(T_3 + 35)^2 \text{ Jkg}^{-1} \quad (10.103)$$

## Appendix B 物理定数・パラメータ

### B.1 熱力学関連

海氷モデルは SI 単位系でコーディングされているため、ここに挙げる定数やパラメータは SI 単位系で記す。

パラメータ	値	MRI.COM での変数名
Thermal ice conductivity	$k_I = 2.04 \text{ J m}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1}$	CKI
Thermal snow conductivity	$k_S = 0.31 \text{ J m}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1}$	CKS
Specific heat of sea water	$C_{po} = 3990 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	CP
Specific heat of air	$C_{pa} = 1004.67 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	CPAIR
Specific heat of ice	$C_{pi} = 0.0 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	—
Specific heat of snow	$C_{ps} = 0.0 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	—
Stefan Boltzmann constant	$\sigma = 5.67 \times 10^{-10} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$	STBL
Albedo of open ocean surface	$\alpha_o = 0.1$	ALBW
Albedo of ice	$\alpha_I = 0.5$	ALBI
Albedo of snow	$\alpha_s = 0.75$	ALBS
Emissivity of ocean surface	$\epsilon_o = 0.97$	EEW
Emissivity of ice surface	$\epsilon_I = 1.0$	EEI
Emissivity of snow surface	$\epsilon_s = 1.0$	EES
bulk transfer coefficient	$C_{HAI} = 1.5 \times 10^{-3}$	CHAI
Latent heat of fusion	$L_F = 3.347 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$	ALF
Latent heat of sublimation	equation (10.103)	RLTH
constants for fusion phase	$m = -0.0543 \text{ K/ppt}$	XXXM
equation: $T_f = mS + nz$	$n = -0.000759 \text{ K m}^{-1}$	XNXN?
Ice roughness parameter	$z_{oI} = 0.05 h_I / 3$	ZO
Empirical constant in eq. (10.5)	$\Phi = 4.0$	PHI
Empirical constant in eq. (10.5)	$\Psi = 0.0$	PSI
Salinity of sea ice	$S_I = 4.0 \text{ psu}$	SI
von Karman's constant	$k = 0.4$	XK
Thickness/compactness diffusion of ice	$\kappa_H = 1.0 \times 10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$	AKH
Scaling factor for $\kappa_H$	North : 3.0, South : 3.0	FKHDN, FKHDS
Seawater kinematic viscosity	$\nu = 1.8 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$	ANU
Seawater heat diffusivity	$\alpha_t = 1.39 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$	AT
Seawater salinity diffusivity	$\alpha_s = 6.8 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$	AS
Turbulent Prandtl number	$P_{rt} = 0.85$	PRT
$b$ in eqs (10.41),(10.43)	$b = 3.14$	AB

## B.2 力学関連

パラメータ	値	MRI.COM での変数名
Reference water density	$\rho_o = 1000 \text{ kg m}^{-3}$	RO
Reference air density	$\rho_a = 1.205 \text{ kg m}^{-3}$	ROAIR
Reference ice density	$\rho_I = 900 \text{ kg m}^{-3}$	RICE
Reference snow density	$\rho_s = 330 \text{ kg m}^{-3}$	RDSW (水の密度との比)
e-folding constant for ice pressure	$c^* = 20.0$	CSTAR
pressure scaling factor	$P^* = 2.75 \times 10^4 \text{ Nm}^{-2}$	PRSREF
drag coefficient (air-ice)	$c_a = 1.5 \times 10^{-3}$	CDRGAI
drag coefficient (ice-ocean)	$c_w = 5.5 \times 10^{-3}$	CDRGIW
yield curve axis ratio	$e = 2.0$	ELIPS
scaling factor for Young's modulus	$E_o = 0.25$	EYOUNG
water turning angle	$\theta_o = \pm 25^\circ$ (北半球で正, 南半球で負)	WIANGL
air turning angle	$\theta_a$	-

