

**Meteorological Research Institute
Community Ocean Model
(MRI.COM)
Manual**

**気象研究所共用海洋モデル
(MRI.COM)
解説**

**Ichiro Ishikawa, Hiroyuki Tsujino, Mikitoshi Hirabara,
Hideyuki Nakano, Tamaki Yasuda, and Hiroshi Ishizaki**

石川一郎・辻野博之・平原幹俊・中野英之・安田珠幾・石崎廣

序文

地球温暖化、気候・海洋変動、異常気象等、今日の喫緊の課題に対して、大気のみでなく海洋の重要性が一層認識されてきている。海洋の基礎研究や情報提供技術の開発は着実かつ精力的に進められているが、周知のように、海洋データは時間的・空間的に偏在しており絶対量も不足している。このため、海洋の現況把握、変動メカニズムの解明、将来予測には数値モデルが中核的な研究手段の一つとなりつつある。

気象研究所海洋研究部では、研究および気象業務における利用のために、長年個別的に開発を進めてきた海洋大循環モデルを、「気象研究所共用海洋モデル」(MRI Community Ocean Model、略称 MRI.COM)として一つの汎用モデルシステムにまとめ、そのマニュアルを今回出版する運びとなった。

海洋研究部におけるモデリング研究は、海洋変動のメカニズムを解明することを目的に小長俊二氏(当時海洋研究部)により、経常研究「海況の研究：黒潮変動の数値実験」(1979~1982年度)において開始された。当初は簡単な順圧モデルから始められたが、やがて、米国 UCLA で開発されたプリミティブ方程式系モデルが時岡達志氏(当時予報研究部)によって導入された。一方、海洋研究部に赴任(1981年)した遠藤昌宏氏により、東京大学の海洋グループによって開発された別のプリミティブ方程式系モデルも導入された。それ以降、海洋モデルとしてコードの全く異なる2系列のモデルが併存し、目的に応じて利用に供されてきた。

UCLA 系列モデルは改良を加えられ、水平的高解像度実験や全球深層循環実験等に使用された。その特徴は、当時のベクトル計算機に適合させた計算効率性の高さであった。一方、東大系列モデルは改良され、ENSO や中層水形成等、表層・中層の時間変動性をターゲットとする種々の実験に幅広く用いられた。その特徴は、実験目的のために初期の段階から、海面混合層や等密度面拡散、海氷過程といった多彩な物理過程をオプションとして含んでいることであった。現在、エルニーニョ予報等で使用されている「海洋データ同化システム(ODAS)」と「空海」および海況予報に使用されている「海洋総合解析システム(COMPASS-K)」の海洋モデル部分は東大系列モデルから派生したものである。

1990年代、エルニーニョ現象再現のための初めての気候・海洋結合モデル実験が、海洋研究部と気候研究部との共同研究として行われて以来、ENSO サイクルはもちろんのこと、地球温暖化予測、季節予報等に関連した研究および気象業務での利用にとって、大気・海洋・海氷・陸域等を総合した気候モデル構築の必要性が急速に高まってきた。このため、海洋研究部では、モデル開発の効率化、それぞれのモデルの長所の統合を目的として、従来の2系列の海洋モデルをもとに広範な種々の目的に供し得る新たな汎用的海洋モデルシステムを開発することとした。2系列モデルの統合に当たっては、海洋モデルとしての大枠はUCLA系列のものを扱い、東大系列の多彩な物理過程モデルを融合させるとともに、最新の物理過程やスキームを取り入れることとした。

MRI.COM システムはすでに海洋モデル単独実験のみならず、気候モデル実験の海洋パートおよび海洋データ同化システムのモデルパートとしても数多くの研究上の実績を積み上げてきたものである。その経験から、本モデルシステムは世界に幾つかある他の海洋モデルシステムに十分伍して行ける性能を持っていると確信している。

本マニュアルに記載した内容は、気候、海洋、環境の業務に従事する研究・技術職員、さらには海洋モデルに興味を持っている職員の方々のニーズに応えられるものであると考えている。執筆は各章に相当する開発担当者が行った。このため、全体としての表記の統一性に欠けるきらいもあるが、各執筆者の開発意図を尊重し、敢えて統一は図らなかった。記述内容は現時点での最新の内容としたが、数値モデル研究は常に新しい知見や開発が成されており、本書の記述が永遠不変なものであるとは思っていない。皆様の忌憚のないご意見、ご提案により、よりよいものに改訂していきたいと思っている。

終わりに、本マニュアル作成を担当した関係職員の努力と、長年にわたる海洋モデル開発関係者に深く感謝の意を表す。今後、本モデルシステムとマニュアルが気象庁における研究活動と気候、海洋、環境関連業務に大きく貢献することを祈念している。

海洋研究部部長
大山 準一

目 次

序 章	1
第 1 章 支配方程式 (辻野・中野)	5
1.1 定式化	5
1.1.1 一般直交曲線座標系でのベクトル・微分演算・運動方程式	5
1.1.2 基本方程式 (海洋モデルにおける近似)	7
1.1.3 境界条件	9
1.1.4 加速法	11
1.2 解く手続き	12
1.2.1 運動方程式	12
1.2.2 水温 (温位)・塩分方程式	16
第 2 章 微分方程式の差分解法の基礎 (石川)	23
2.1 拡散方程式の例	23
2.2 時間差分の方法	24
2.3 空間差分の方法 (移流方程式)	24
2.4 移流拡散方程式の差分	26
2.5 鉛直拡散方程式の陰解法	26
2.5.1 3 重対角行列の解法	27
第 3 章 空間格子点配置と連続式 (石崎・辻野)	29
3.1 水平格子点配置	29
3.2 鉛直格子点配置	29
3.3 連続式; サブルーチン <code>cont</code>	32
3.4 面積計算	35
第 4 章 順圧渦度方程式 (石川)	39
4.1 非斉次解; サブルーチン <code>rlxitr</code>	39
4.2 島の取り扱い; サブルーチン <code>relax</code>	41
4.3 並列化の問題	41
第 5 章 自由表面方程式 (辻野・中野); サブルーチン <code>surfce</code>	45
5.1 支配方程式	46
5.2 時間積分について	46
5.3 一層目の各物理量の予報	49
5.3.1 標準スキーム	49
5.3.2 局所的な保存を考慮するスキーム (オプション <code>FSMOM</code>)	50
5.4 σ -layer モデルの導入	50
5.4.1 σ -layer 導入の準備	50
5.4.2 運動方程式、連続の式、トレーサーの予報式	51
5.4.3 σ -layer 間でのトレーサーの再配分	53

第 6 章	運動方程式 [傾圧成分](石崎・平原); サブルーチン clinic	55
6.1	移流項	55
6.1.1	鉛直流速	55
6.1.2	水平流速	58
6.2	粘性項	64
6.2.1	水平粘性	64
6.2.2	水平粘性における Smagorinsky のパラメタリゼーション	65
6.2.3	粘性項の差分	65
6.2.4	鉛直粘性	66
6.2.5	底面摩擦	68
第 7 章	水温・塩分方程式 (石川・石崎); サブルーチン tracer	69
7.1	フラックス形式	69
7.2	移流	69
7.3	拡散	73
7.3.1	Laplacian 型水平拡散	73
7.3.2	biharmonic 型水平拡散	73
7.3.3	鉛直拡散	73
7.3.4	等密度面拡散	74
7.3.5	Gent and McWilliams のパラメタリゼーション	75
7.3.6	等密度面拡散の差分化の問題点	76
7.4	対流調節; サブルーチン cnvajs	78
7.4.1	アルゴリズム	79
7.4.2	作業手順	80
第 8 章	混合層モデル (辻野・安田)	85
8.1	Mellor and Yamada's Turbulence Closure Model; サブルーチン mysl25	85
8.1.1	乱流モデル	85
8.1.2	The level-2.5 Model	87
8.1.3	解く手続き	89
8.2	Noh and Kim (1999) の乱流混合層モデル; サブルーチン nkoblm	90
8.2.1	基本方程式	90
8.2.2	解く手続き	91
8.3	K Profile Parameterization (KPP); サブルーチン kpp-coff	92
8.3.1	概要	92
8.3.2	Monin-Obukhov の相似則	92
8.3.3	鉛直粘性拡散係数	93
8.3.4	混合層基底での鉛直粘性拡散係数	96
8.3.5	混合層厚	96
8.3.6	Nonlocal 輸送	97
第 9 章	海面フラックス (安田・辻野); サブルーチン mkflux	101
9.1	海面風応力	101
9.1.1	MRI.COM における計算手続き	101
9.2	海面熱フラックス	101

9.2.1	はじめに	101
9.2.2	熱フラックス型 (OGCM_HFLUX)	102
9.2.3	海面水温緩和 (default)	105
9.2.4	MRI.COM における計算手続き	105
9.3	海面淡水フラックス	106
9.3.1	はじめに	106
9.3.2	淡水フラックス型 (OGCM_WFLUX)	106
9.3.3	海面塩分緩和 (default)	107
9.3.4	MRI.COM における計算手続き	107
9.4	おわりに	108
第 10 章	海氷 (辻野); サブルーチン simain	111
10.1	海氷モデルの概要	111
10.1.1	概要	111
10.1.2	氷塊に対する運動方程式	112
10.1.3	質量保存の式	112
10.1.4	被覆率に対する式	113
10.2	熱力学	113
10.2.1	海氷の生成	113
10.2.2	海氷-大気境界	113
10.2.3	海氷-海洋境界面	116
10.2.4	frazil ice の取り扱い	119
10.3	力学	120
10.3.1	氷塊に対する運動方程式再掲	120
10.3.2	上下の境界における応力	120
10.3.3	海氷の内部応力	120
10.3.4	境界条件	122
10.3.5	解く手続き	122
10.4	差分法	123
10.4.1	質量保存式、被覆率に対する式	123
10.4.2	運動方程式	124
10.5	海氷モデル使用時のための情報や注意点	125
10.5.1	技術的なこと	125
10.5.2	海氷部分を解くプログラム	125
第 11 章	実行手順 (石川・辻野)	131
11.1	読み込み用ファイルの準備	131
11.1.1	地形データ	131
11.1.2	気候値データ	134
11.1.3	body forcing データ	134
11.1.4	順圧渦度方程式用データ	136
11.1.5	大気外力データ	136
11.2	コンパイル用スクリプトファイルの準備	138
11.3	実行用ファイルの準備	141

11.4 実行	145
付 録 A 海底境界層モデル [Bottom Boundary Layer (BBL)](中野)	149
A.1 概要	149
A.2 Grid 配置	149
A.3 圧力勾配の計算	150
A.4 渦の効果	151
A.5 BBL の使い方	152
A.6 使用上の注意	153
A.6.1 適用範囲の制限	153
A.6.2 地形、初期値の制限	153
A.6.3 鉛直移流	153
A.7 補足	153
A.7.1 子午面流線関数の書き方	153
A.7.2 コード上の注意	154
付 録 B 高精度移流スキーム (石川)	155
B.1 鉛直移流スキーム QUICKEST	155
B.2 水平移流スキーム UTOPIA	157
付 録 C 一般直交曲線座標格子の使用 (平原)	165
C.1 概要	165
C.2 モデルの極を任意の位置に移動して直交座標系を生成する	165
C.3 ベクトルの回転角	167
C.4 地理座標格子からモデル座標へ物理量を移す	168
付 録 D ネスティング (辻野)	169
D.1 特徴	169
D.2 親モデル	169
D.3 子モデル	170
D.3.1 用意するデータ	170
D.3.2 作成	171
D.4 実行	172
D.4.1 コンパイル	172
D.4.2 実行	173
D.5 サブプログラムの関係	175
付 録 E 変数名解説	177

序章

はじめに

本技術報告は、気象研究所共用海洋モデル (Meteorological Research Institute Community Ocean Model; MRI.COM) の解説である。MRI.COM は、気象研究所で開発・維持されてきた海洋大循環モデルで、「大循環モデル」の文字通り、大スケールの海洋現象の研究や大気-海洋結合モデルの海洋部分などに利用されてきた。このような事情から、本モデルの利用者は気象研究所の海洋関係の研究者に限られる傾向であったが、近年では、気象庁における気候や海流などの予報現業に用いることを想定した開発も求められるようになり、今後利用者の大幅な増加が見込まれることから、解説書を作成することとなった。本章では、海洋大循環モデルの概説を行う。より詳しく、海洋大循環モデルについて知りたい場合には、Griffies (2004), Kantha and Clayson(2000) などを参照するとよい。前者は非常に詳しく、後者は海洋大循環モデルの範疇外である潮汐モデルなどを含めて全体を概観するのに適している。

海洋大循環モデルの適用範囲

海洋大循環モデル (Ocean General Circulation Model, OGCM) は、海洋で生じる現象の中でも、比較的大スケールの現象、世界規模の熱塩循環や、大洋スケールの水平循環および中規模渦を主に扱うことを想定している (図 1)。それよりも小さな現象はパラメタリゼーションという形で間接的に取り込まれることになる。将来的には、潮汐、鉛直対流、などの現象を直接表現できるように、適用範囲は時間及び空間スケールの小さい領域に拡張されていくであろうが、現在の所それらは直接のターゲットではない。中規模渦から熱塩循環までをカバーできるといっても、現在のコンピュータ資源では中規模渦を十分解像する解像度 (数 km) で、モデル内ではほぼ定常な熱塩循環が形成するまで (最低でも数百年、理想的には千年以上) 積分を行うことは困難である。そのため、全球レベルの現象を長い時間かけて積分する場合には解像度を粗くした (数百 km) 気候モデルを用い、中規模渦を含む現象を表現したい場合は、領域を太平洋などの海盆レベルに限定し、数十年程度の時間積分する渦解像モデルを用いることが普通である (西暦 2004 年現在)。地球シミュレーターなどの超大型スーパーコンピュータを用いて、中規模渦を表現できる解像度で数百年計算するプロジェクトは存在するものの、手軽に行える計算ではない。

海洋大循環モデルの種類

海洋研究者や、気候や海洋の予報現業等に用いられている、海洋大循環モデルはいずれも基本的にはほぼ同等の方程式系を数値的に解くものである。基本となる方程式は、流体の運動方程式 (ブシネスク近似、静水圧平衡を仮定)、水温・塩分の移流・拡散方程式、海水の状態方程式、質量保存式 (非発散を仮定) (primitive equations: 第 1 章参照) である。必要に応じて、付加的な物理過程 (混合層、海氷、海底境界層など) を解く方程式が加えられることになる。大部分の海洋モデルは、方程式の空間微分に差分式を用いて表現する。大気モデルで広く使われるスペクトルを用いる方法は、陸地の取り扱いに困難があるため、汎用的な海洋モデルには使われない。

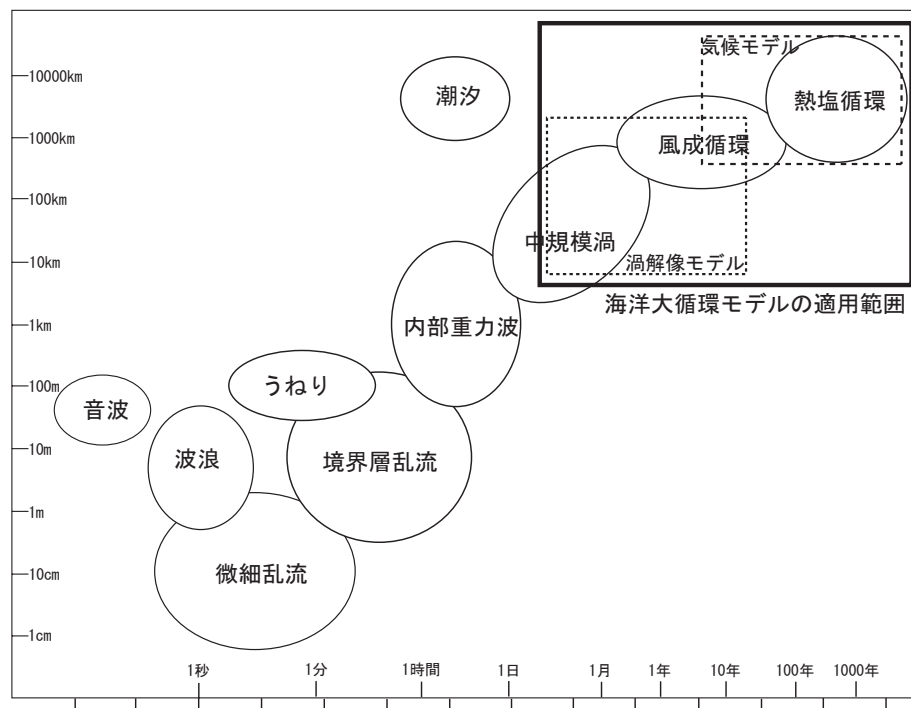


図 1: 海洋中の様々な現象および海洋大循環モデルの適用範囲。海洋中の様々な現象の図の作成には von Storch and Zwiers (2001) を参考にした。

鉛直座標の採り方は海洋大循環モデルで大きく異なり、これが海洋大循環を類別することになる。等水深面をとる z -座標モデル、海面から海底までの距離でスケールした座標系を用いる σ -座標モデル、そして、等ポテンシャル密度面をとる ρ -座標モデルの三つに大別される。そして、近年ではそれぞれの利点をうまく組み合わせた hybrid-鉛直座標モデルが開発されてきている。

z -座標モデル

z -座標モデルは、米国地球流体研究所 (GFDL) で 1960 年代に Kirk Bryan 博士らによって開発された、世界最初の海洋大循環モデルである。MRI.COM もこのモデルの範疇にある。海洋では、ブジネスク近似、静水圧近似がよくなりつつため、圧力は第 0 近似では深さの関数で表される性質を利用している。地形も最も直感的に取り込むことができ、結果の描画も容易であり、汎用性の高さから世界で最も広く用いられており、いち早く大気-海洋結合モデルにも利用されている。代表的なものとして、現在は GFDL-MOM (Modular Ocean Model) がある。MRI.COM の他、東京大学気候システム研究センターの COCO、九州大学応用力学研究所の RIAMOM などこの系統のモデルである。欠点として、海底がごく浅いところでは、海底までを少ない格子点でしか表現できず、海岸や海底付近で生じる現象の再現性が期待できないこと、及び、等密度線が水平面を横切る場合には、水塊の性質が数値的に変質しやすいことなどが挙げられる。前者、後者の欠点の改善を目指したものが、それぞれ、 σ -座標モデル、 ρ -座標モデルである。ただし、無条件で改善されるわけではなく、 z -座標モデルでは現れなかった問題が生じている。

σ-座標モデル

σ-座標モデルは、George Mellor 博士らにより、プリンストン大学において開発された。このモデルは急峻な海底地形をもつ領域を対象にしても、鉛直格子点数が変わらないため、沿岸用モデルとして広く利用されている。しかしながら、急峻な海底地形をもつ領域における、圧力の水平勾配の表現に問題がある。また、浅い大陸棚の上の暖水と、深層の冷水がモデル上の同一の鉛直レベルにある場合、両者が非現実的に混合しやすいなどという問題があり、大西洋全体など大洋を対象とした大循環モデルとしては適していない。

ρ-座標モデル

ρ-座標モデルは、Rainer Bleck 博士らにより、米国マイアミ大学において開発された。これは、海洋内部においては、海水はポテンシャル密度をほぼ保存して移動するという性質に基づいて開発されたもので、海洋内部の水塊の維持・形成に非常に優れている。海洋物理では、理論はρ-座標モデルで組み立てることが多いので、理論とモデルの対応が良いのも大きな利点である。問題点としては、各層の密度を予め決めてしまっているため、年ごとに形成される代表的な水塊の密度が異なる場合や、大気-海洋結合モデルなどにおいて、現在と気候が異なり、代表的な水塊の密度が異なる海洋をシミュレートする場合の利用にはあまり適していないと考えられる。

海洋モデルの今後

海洋物理学的興味などから、理想化された設定の下で用いられることもあるが、現実的な設定の下で動かすことができるということが、海洋大循環モデルの大前提である。そのためには、複雑な海底地形及び、海面での様々な外力の影響、海面付近の特殊な混合層を表現できる必要がある。

開発初期のコンピュータ資源の少ない時代では、粗い解像度 (300-400km) ながら海陸分布を表現でき、風応力、水温塩分の効果を簡便な方法で取り込むことができるモデルが開発された。以後、モデルは、コンピューター流体力学から、特に水温塩分方程式の移流項の表現に、より洗練された数値スキームを取り込んでいった。同時に、混合層過程、等密度面拡散など複雑なパラメタリゼーションを組み込み、より現実的な海洋のシミュレーションが可能になってきている。高解像度化に伴い、将来的には、潮汐、鉛直対流、などの現象を直接表現できるように、拡張されることが予想される。

本解説書の構成

第1章で定式化を行い、第2章では数値流体力学の差分化についての基礎を述べる。第3章では第1章に現れた微分方程式の具体的な差分化を行うための格子配置を解説する。第4章から第7章までは海洋大循環モデルにおける解く手続きを、それぞれの構成要素にわけて解説する。第4,5章ではそれぞれ、順圧の運動方程式を解く二つの方法、順圧渦度方程式を解く方法 (第4章)、自由表面方程式を解く方法 (第5章) について解説する。第6章では傾圧の運動方程式を解く方法について、第7章では水温・塩分の方程式を解く方法について述べる。第8章から第10章では、海面付近の物理過程に関連する事項について解説する。この中のいくつかは必ずしも海洋大循環モデルを動かすのに必要ではないが、現実的な海洋を再現するのに必要不可欠である。第8章では、混合層を、第9章では海面フラックスの処理を第10章では、海水を解説する。実際の実行手順は第11章に述べてある。とりあえず使ってみたい場合、どのような準備が必要かを知りたい場合には、最初にこの章を参照することになる。さらに、海洋モデルの主要部分を構成するものではないものの、まとまった説明を要するスキーム、及び本文中の流れから逸脱する個々の事例について付録

で解説する。最後に、プログラム中の変数名の中で、Fortran 90 の Module で定義されているものについて、単位、モデル格子点の座標も含めて解説を載せた。この解説は特に習得段階で役に経つものと思われる。

モデル内における単位系は理想的には MKS で統一することが望ましいが、歴史的事情により、海洋大循環モデルでは一般的に CGS 単位系を使う。ただし、海氷モデルおよび一部のバルクモデルでは MKS を使い、海洋モデルに値を渡すときに単位変換を行っている。詳しい単位系については各章で述べる。

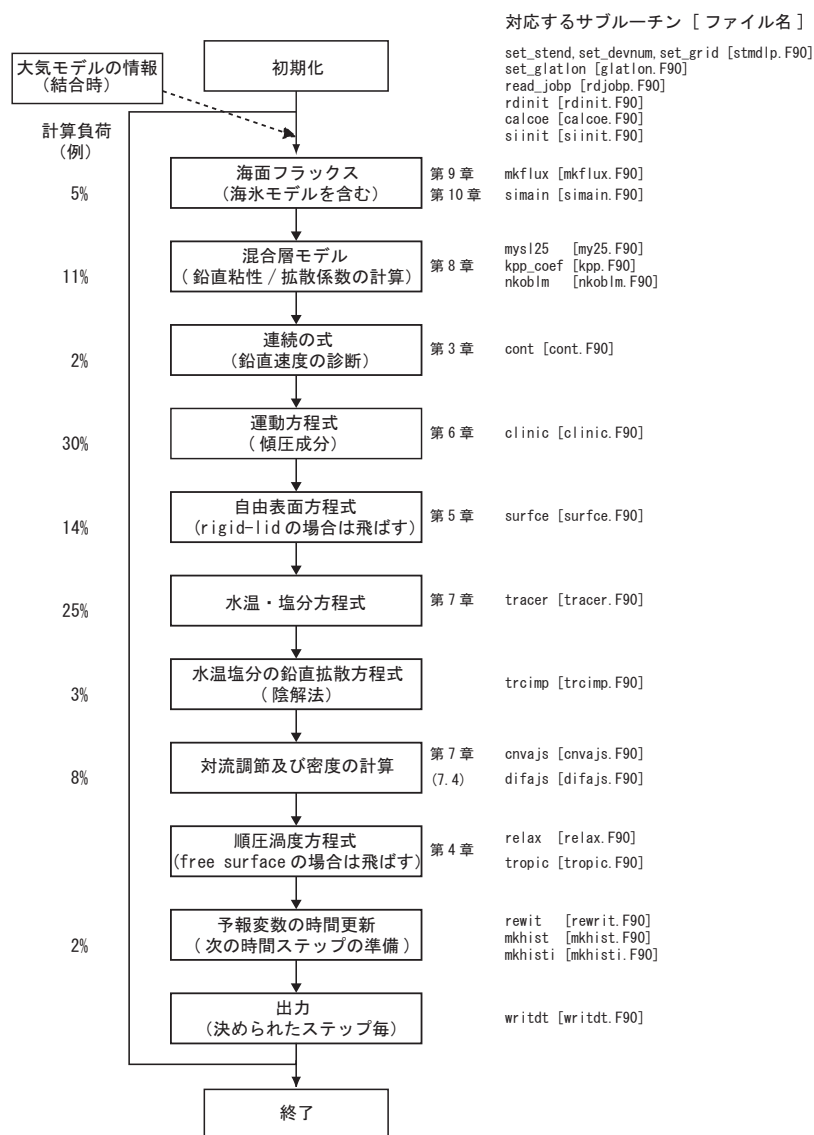


図 2: MRI.COM における解く手続き

References

- Griffies, M. 2004, Fundamentals of ocean climate models, Princeton University Press, 518p.
- Kantha, L. and C. Clayson 2000: Numrical models of ocean and oceanic processes, *International Geophysics Series*, **Volume 66**, 940p.
- von Storch, H. and F. Zwiers 2004, Statistical Analysis in climate research, Cambridge university press, 484p.

第1章 支配方程式

本章では、大循環モデルで解く方程式 (primitive equations) の定式化を行なう。実際にどのように解いているのかについては、4章以降の各章を参照すること。

1.1 定式化

海洋大循環モデルは球面上で定式化する必要がある。歴史的には、緯度経度座標上で差分化が行われてきた。しかしながら、全球を対象とした計算を行おうとする場合、北極に特異点が残るという問題が生じる。また、85度より高緯度の東西格子サイズは中低緯度と比較して1割以下になり、CFL condition* の制約から、時間 step を小さくする必要が生じ、時間積分の効率に支障を来す。北極における特異点の問題を解決する簡便な方策としては、両極が陸上に乗るように極の軸をずらすという方法がある。この場合、コリオリ力の大きさを変更するだけで、緯度経度座標上で差分化したモデルをそのまま用いることができる。残念ながら、地球の中心に関する対称点が両方とも陸地である点は多くない[†]。極付近の海洋の格子サイズを大きくするためには、なるべく極付近の陸地が大きく、両極近傍に海洋の格子がないような場所を選びたい。しかしながら、最適なグリーンランドと南極 (ロス海付近) を両極とする移動であっても、極から5度程度しか陸地として確保できない。また、この場合赤道が一直線に乗らないなどの問題も生じる[‡]。

これらの問題を解決するために、モデルを球面座標系ではなく、一般直交曲線座標上で構築し、状況に応じて最適な座標系を用いることにする。これにより、単に北極の問題が解決されるだけでなく、場合によっては特定の領域を意図的に細かくするという座標を用いることも可能となる。もちろん、球面座標系も直交座標の一種であるので、北極などの問題がない場合はこれを使うこともできる。以下、一般直交曲線座標上で定式化を行う。

1.1.1 一般直交曲線座標系でのベクトル・微分演算・運動方程式

まず、近似をしない一般直交曲線座標上で定式化する。定式化を行うにあたっては、一般直交曲線座標におけるベクトル微分・演算が必要となるので、それについて簡単に解説する。また、これにより運動方程式がもっとも影響を受けるので、この導出も行っておく。

任意の一般直交曲線座標系において、ある点の線要素ベクトルを以下のように表す。

$$\delta \mathbf{x} = h_\mu \delta \mu \mathbf{e}_\mu + h_\psi \delta \psi \mathbf{e}_\psi + h_r \delta r \mathbf{e}_r \quad (1.1)$$

基底ベクトル $\mathbf{e}_\mu, \mathbf{e}_\psi, \mathbf{e}_r$ は互いに直交する単位ベクトルであり、 h_μ, h_ψ, h_r はスケール因子である。

関数 $A(\mu, \psi, r)$ の勾配は

$$\nabla = \frac{\mathbf{e}_\mu}{h_\mu} \frac{\partial}{\partial \mu} + \frac{\mathbf{e}_\psi}{h_\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} + \frac{\mathbf{e}_r}{h_r} \frac{\partial}{\partial r} \quad (1.2)$$

*流速を v 、格子サイズを Δx とした場合、時間ステップ、 Δt は $v\Delta t/\Delta x \leq 1$ を満たす必要がある。

[†]グリーンランドと南極、中国とアルゼンチン、カリマンタン島とコロンビア。

[‡]もっとも、十分格子サイズが細かければたとえ、格子配置にたいして斜めに赤道がとられたとしても、Kelvin 波などは物理法則通り赤道を通る。

第1章 支配方程式

とくと、

$$\nabla A = \frac{\mathbf{e}_\mu}{h_\mu} \frac{\partial A}{\partial \mu} + \frac{\mathbf{e}_\psi}{h_\psi} \frac{\partial A}{\partial \psi} + \frac{\mathbf{e}_r}{h_r} \frac{\partial A}{\partial r} \quad (1.3)$$

となる。

ベクトル場 $\mathbf{A} = A_\mu \mathbf{e}_\mu + A_\psi \mathbf{e}_\psi + A_r \mathbf{e}_r$ の発散は

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{h_\mu h_\psi h_r} \left\{ \frac{\partial (h_\psi h_r A_\mu)}{\partial \mu} + \frac{\partial (h_r h_\mu A_\psi)}{\partial \psi} + \frac{\partial (h_\mu h_\psi A_r)}{\partial r} \right\} \quad (1.4)$$

$\text{curl} \mathbf{A}$ の r 成分は

$$\frac{1}{h_\mu h_\psi} \left\{ \frac{\partial (h_\psi A_\psi)}{\partial \mu} - \frac{\partial (h_\mu A_\mu)}{\partial \psi} \right\} \quad (1.5)$$

となる。また、速度の移流項にあらわれる形、 $(\mathbf{a} \cdot \nabla) \mathbf{A}$ の μ 成分は次のように表される。ここで、 $\mathbf{a}$ は任意のベクトル ($\mathbf{a} = a_\mu \mathbf{e}_\mu + a_\psi \mathbf{e}_\psi + a_r \mathbf{e}_r$)。

$$\mathbf{a} \cdot \nabla A_\mu + \frac{A_\psi}{h_\mu h_\psi} \left(a_\mu \frac{\partial h_\mu}{\partial \psi} - a_\psi \frac{\partial h_\psi}{\partial \mu} \right) + \frac{A_r}{h_r h_\mu} \left(a_\mu \frac{\partial h_\mu}{\partial r} - a_r \frac{\partial h_r}{\partial \mu} \right) \quad (1.6)$$

$\mathbf{a} \cdot \nabla A_\mu$ より後に現われる項がいわゆる運動方程式の移流によるメトリック項に相当するものである。

上に記したものが具体的に球座標 (λ, ϕ, r) でどのようなになるかを以下に示す。緯度・経度座標系においては (地理座標)、 λ を経度、 ϕ を緯度、 r を地球の中心からの距離として、 $h_\lambda = r \cos \phi$ 、 $h_\phi = r$ 、 $h_r = 1$ である。

速度ベクトル $\mathbf{v}$ は

$$\mathbf{v} = u \mathbf{e}_\lambda + v \mathbf{e}_\phi + w \mathbf{e}_r \quad (1.7)$$

と表す。ただし、 $\mathbf{e}_\lambda$ 、 $\mathbf{e}_\phi$ 、 $\mathbf{e}_r$ はそれぞれ経度、緯度、鉛直方向の単位ベクトル。

また、 $(u, v, w) = (r \cos \phi \dot{\lambda}, r \dot{\phi}, \dot{r})$ である ($\dot{}$ は時間微分)。関数 A の勾配は

$$\nabla A = \frac{\mathbf{e}_\lambda}{r \cos \phi} \frac{\partial A}{\partial \lambda} + \frac{\mathbf{e}_\phi}{r} \frac{\partial A}{\partial \phi} + \mathbf{e}_r \frac{\partial A}{\partial r} \quad (1.8)$$

ここで

$$\nabla = \frac{\mathbf{e}_\lambda}{r \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{\mathbf{e}_\phi}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} + \mathbf{e}_r \frac{\partial}{\partial r} \quad (1.9)$$

である。ベクトル $\mathbf{A} = A_\lambda \mathbf{e}_\lambda + A_\phi \mathbf{e}_\phi + A_r \mathbf{e}_r$ に関して、 $\nabla \cdot \mathbf{A}$ 、 $\text{curl} \mathbf{A}$ の r 成分、 $(\mathbf{a} \cdot \nabla) \mathbf{A}$ の λ 成分などは、それぞれ以下ようになる。

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r \cos \phi} \left\{ \frac{\partial A_\lambda}{\partial \lambda} + \frac{\partial (\cos \phi A_\phi)}{\partial \phi} \right\} + \frac{\partial (r^2 A_r)}{r^2 \partial r} \quad (1.10)$$

$$[\text{curl} \mathbf{A}]_r = \frac{1}{r \cos \phi} \left\{ \frac{\partial A_\phi}{\partial \lambda} - \frac{\partial (\cos \phi A_\lambda)}{\partial \phi} \right\} \quad (1.11)$$

$$[(\mathbf{a} \cdot \nabla) \mathbf{A}]_\lambda = \mathbf{a} \cdot \nabla A_\lambda - \frac{A_\phi a_\lambda \tan \phi}{r} + \frac{A_r a_\lambda}{r} \quad (1.12)$$

となる。球座標でメトリック項の中を展開して書き下すと、このように不規則な形をとり若干わかりにくくなる。

運動方程式導出の準備としてコリオリ力を求めておく。一般化座標 (μ, ψ, r) における地球の回転ベクトル、 $\Omega = \Omega_\mu \mathbf{e}_\mu + \Omega_\psi \mathbf{e}_\psi + \Omega_r \mathbf{e}_r$ 、と速度場、 $\mathbf{v} = u \mathbf{e}_\mu + v \mathbf{e}_\psi + w \mathbf{e}_r$ が作り出すコリオリ力は、

$$2\Omega \times \mathbf{v} = (2\Omega_\psi w - 2\Omega_r v) \mathbf{e}_\mu + (2\Omega_r u - 2\Omega_\mu w) \mathbf{e}_\psi + (2\Omega_\mu v - 2\Omega_\psi u) \mathbf{e}_r \quad (1.13)$$

1.1. 定式化

である。以後、 $f_\mu = 2\Omega_\mu$, $f_\psi = 2\Omega_\psi$, $f = f_r = 2\Omega_r$ とおく。緯度経度座標系 (λ, ϕ, r) においては地球の回転ベクトル、 $(\Omega_\lambda, \Omega_\phi, \Omega_r) = (0, \Omega \cos \phi, \Omega \sin \phi)$ である。

以上を用いて、ブシネスク近似を施した (重力項以外の密度 ρ を海水の平均的な密度 ρ_0 で置き換えた) 運動方程式を一般直交曲線座標において表現する。 $u = h_\mu \dot{\mu}$ 、 $v = h_\psi \dot{\psi}$ 、 $w = h_r \dot{r}$ について

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla u + f_\psi w - f v = -\frac{1}{\rho_0 h_\mu} \frac{\partial P}{\partial \mu} - \frac{v}{h_\mu h_\psi} \left(\frac{\partial h_\mu}{\partial \psi} u - \frac{\partial h_\psi}{\partial \mu} v \right) - \frac{w}{h_r h_\mu} \left(\frac{\partial h_\mu}{\partial r} u - \frac{\partial h_r}{\partial \mu} w \right) + \mathcal{V}_\mu \quad (1.14)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla v + f u - f_\mu w = -\frac{1}{\rho_0 h_\psi} \frac{\partial P}{\partial \psi} - \frac{w}{h_\psi h_r} \left(\frac{\partial h_\psi}{\partial r} v - \frac{\partial h_r}{\partial \psi} w \right) - \frac{u}{h_\mu h_\psi} \left(\frac{\partial h_\psi}{\partial \mu} v - \frac{\partial h_\mu}{\partial \psi} u \right) + \mathcal{V}_\psi \quad (1.15)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla w + f_\mu v - f_\psi u = -\frac{1}{\rho_0 h_r} \frac{\partial P}{\partial r} - g \frac{\rho}{\rho_0} - \frac{u}{h_r h_\mu} \left(\frac{\partial h_r}{\partial \mu} w - \frac{\partial h_\mu}{\partial r} u \right) - \frac{v}{h_\psi h_r} \left(\frac{\partial h_r}{\partial \psi} w - \frac{\partial h_r}{\partial r} v \right) + \mathcal{V}_r \quad (1.16)$$

となる。ここで P は圧力、 $\mathcal{V}$ は粘性項、 g は重力加速度である。ただし、重力が r の負の方向にかかる座標を採用した。

1.1.2 基本方程式 (海洋モデルにおける近似)

前の section で導出された式は non-hydrostatic model、quasi-hydrostatic model などを組み立てる際に必要となる (ブシネスク近似を用いた) 一般的な式である。

ここでは実際の MRI.COM のコードで使われている、上の式に近似を施した式を記す。まず、海洋を対象とする場合、鉛直方向の運動スケールが地球の表面 (半径を a) にくらべて非常に小さい現象を扱うため、 r を地球の半径 a で置き換え、地球の表面 (海面) からの変位を鉛直上向きにとり z とし、 $\partial/\partial r$ を $\partial/\partial z$ で置き換える。また、上の近似をした場合に、角運動量を保存するため、 w u, v の式に現われる w の寄与する項、及びに w の式のメトリック項、コリオリ力の f 以外の寄与を落とす (Phillips 1966)。

また、更に以下の近似もあわせて行う。

鉛直方向の運動方程式においては

鉛直方向の運動方程式は静水圧平衡:

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g \quad (1.17)$$

とする。

質量保存は、非圧縮流体の連続の式:

$$\mathcal{A}(1) = 0 \quad (1.18)$$

ここでの $\mathcal{A}$ は移流演算子であり、スカラー量 α について

$$\mathcal{A}(\alpha) = \frac{1}{h_\mu h_\psi} \left\{ \frac{\partial (h_\psi u \alpha)}{\partial \mu} + \frac{\partial (h_\mu v \alpha)}{\partial \psi} \right\} + \frac{\partial (w \alpha)}{\partial z} \quad (1.19)$$

で定義される。

結局、運動方程式は以下のように表され、この式を差分化して MRI.COM で用いる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} - f v = -\frac{1}{\rho_0 h_\mu} \frac{\partial P}{\partial \mu} - \mathcal{A}(u) - \frac{v}{h_\mu h_\psi} \left(\frac{\partial h_\mu}{\partial \psi} u - \frac{\partial h_\psi}{\partial \mu} v \right) + \mathcal{V}_u \quad (1.20)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + f u = -\frac{1}{\rho_0 h_\psi} \frac{\partial P}{\partial \psi} - \mathcal{A}(v) - \frac{u}{h_\mu h_\psi} \left(\frac{\partial h_\psi}{\partial \mu} v - \frac{\partial h_\mu}{\partial \psi} u \right) + \mathcal{V}_v \quad (1.21)$$

第1章 支配方程式

ここで $\mathcal{V}$ は粘性項であり、以下のように動径方向と水平方向に分けて表現する。

$$\mathcal{V}_u = \frac{1}{h_\psi^2} \frac{\partial}{h_\mu \partial \mu} \left(h_\psi^2 v_H D_T \right) + \frac{1}{h_\mu^2} \frac{\partial}{h_\psi \partial \psi} \left(h_\mu^2 v_H D_S \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_V \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (1.22)$$

$$\mathcal{V}_v = \frac{1}{h_\psi^2} \frac{\partial}{h_\mu \partial \mu} \left(h_\psi^2 v_H D_S \right) - \frac{1}{h_\mu^2} \frac{\partial}{h_\psi \partial \psi} \left(h_\mu^2 v_H D_T \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_V \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (1.23)$$

ここで、 v_H は水平方向の粘性係数、 v_V は鉛直方向の粘性係数、 D_T, D_S はそれぞれ水平方向の tension, shear で

$$D_T = h_\psi \frac{\partial}{h_\mu \partial \mu} \left(\frac{u}{h_\psi} \right) - h_\mu \frac{\partial}{h_\psi \partial \psi} \left(\frac{v}{h_\mu} \right) \quad (1.24)$$

$$D_S = h_\mu \frac{\partial}{h_\psi \partial \psi} \left(\frac{u}{h_\mu} \right) + h_\psi \frac{\partial}{h_\mu \partial \mu} \left(\frac{v}{h_\psi} \right). \quad (1.25)$$

粘性項のこのような定式化は Bryan(1969) から導かれ、また Smagorinsky(1963) とも一致する。ただし後者では係数も D_T, D_S に依存して変数となる ((6.2.2) 参照)。 $h_\mu = 1, h_\psi = 1$ とすればデカルト座標であるが、この場合粘性項は、係数が定数の時、各速度成分ごとの Laplacian となることがわかる。

MRI.COM では、水平方向には Laplacian 型 ((1.22)-(1.25) の 2 階微分)、biharmonic 型 (4 階微分) のどちらかを選ぶことができ、鉛直方向には Laplacian 型を用いる。biharmonic 型の水平粘性を用いるときは上の水平 Laplacian 型の操作を 2 回繰り返す (粘性係数はもちろん変更し、符号は負とする)。

水温 (実際には温位) と塩分に関しては移流拡散方程式:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\mathcal{A}(T) + \mathcal{D}(T) \quad (1.26)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\mathcal{A}(S) + \mathcal{D}(S) \quad (1.27)$$

$\mathcal{D}$ は拡散演算子で、MRI.COM では、水平方向には Laplacian 型水平拡散、等密度面拡散、biharmonic 型拡散の中から選ぶことができる。鉛直方向には Laplacian 型を用いる。

Laplacian 型の水平拡散は以下のように表現される。

スカラー量 α の Laplacian は、(1.3),(1.4) から

$$\mathcal{D}(T) = \frac{1}{h_\mu h_\psi} \left\{ \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{h_\psi \kappa_H}{h_\mu} \frac{\partial T}{\partial \mu} \right) + \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{h_\mu \kappa_H}{h_\psi} \frac{\partial T}{\partial \psi} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa_V \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (1.28)$$

$$\mathcal{D}(S) = \frac{1}{h_\mu h_\psi} \left\{ \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{h_\psi \kappa_H}{h_\mu} \frac{\partial S}{\partial \mu} \right) + \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{h_\mu \kappa_H}{h_\psi} \frac{\partial S}{\partial \psi} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa_V \frac{\partial S}{\partial z} \right) \quad (1.29)$$

κ_H は水平方向の拡散係数、 κ_V は鉛直方向の拡散係数である。Biharmonic 型の水平拡散は Laplacian operator を 2 回繰り返す (拡散係数は変更、符号は負)。

水平拡散の代わりに等密度面拡散を用いる時、任意のスカラー τ に対する移流拡散方程式は以下のようになる (Gent and McWilliams, 1990)。ここでは等密度面を横切る diapycnal diffusion を考えない。

$$\frac{D\tau}{Dt} + \nabla_H \cdot \left[\tau \frac{\partial}{\partial z} (\kappa_T \nabla_H \rho / \rho_z) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\tau \nabla_H \cdot (-\kappa_T \nabla_H \rho / \rho_z) \right] = \mathcal{D}(\tau) \quad (1.30)$$

ここで、右辺は

$$\mathcal{D}(\tau) = \nabla \cdot (\kappa_I \mathbf{K} \nabla \tau) \quad (1.31)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{K} &= \frac{1}{\rho_x^2 + \rho_y^2 + \rho_z^2} \begin{pmatrix} \rho_y^2 + \rho_z^2 & -\rho_x \rho_y & -\rho_x \rho_z \\ -\rho_x \rho_y & \rho_x^2 + \rho_z^2 & -\rho_y \rho_z \\ -\rho_x \rho_z & -\rho_y \rho_z & \rho_x^2 + \rho_y^2 \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{1 + (\rho_x/\rho_z)^2 + (\rho_y/\rho_z)^2} \begin{pmatrix} 1 + (\rho_y/\rho_z)^2 & -(\rho_x/\rho_z)(\rho_y/\rho_z) & -\rho_x/\rho_z \\ -(\rho_x/\rho_z)(\rho_y/\rho_z) & 1 + (\rho_x/\rho_z)^2 & -\rho_y/\rho_z \\ -\rho_x/\rho_z & -\rho_y/\rho_z & (\rho_x/\rho_z)^2 + (\rho_y/\rho_z)^2 \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{1.32}$$

で等密度面拡散を表し（見易さのため、表記をデカルト座標型に戻したが、添え字 x は $\partial/(h_\mu \partial \mu)$ を、 y は $\partial/(h_\psi \partial \psi)$ を表す。）、 κ_T は等密度面拡散係数である。

(1.30) の左辺の第 2、3 項は移流項と同じ形をしており、

$$u_T \equiv \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa_T \frac{1}{h_\mu} \frac{\partial \rho}{\partial \mu} / \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) \tag{1.33}$$

$$v_T \equiv \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa_T \frac{1}{h_\psi} \frac{\partial \rho}{\partial \psi} / \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) \tag{1.34}$$

$$w_T \equiv -\frac{1}{h_\mu h_\psi} \left\{ \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\kappa_T \frac{h_\psi}{h_\mu} \frac{\partial \rho}{\partial \mu} / \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\kappa_T \frac{h_\mu}{h_\psi} \frac{\partial \rho}{\partial \psi} / \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) \right\} \tag{1.35}$$

を、ある密度の層厚の拡散に伴うトレーサの移流速度とみなすことができる。 κ_T は thickness diffusivity である。なお、これらは $\mathbf{A}$ を

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\rho_x/\rho_z \\ 0 & 0 & -\rho_y/\rho_z \\ \rho_x/\rho_z & \rho_y/\rho_z & 0 \end{pmatrix} \tag{1.36}$$

とすることにより

$$\mathcal{G}(\tau) = \nabla \cdot (\kappa_T \mathbf{A} \nabla \tau) \tag{1.37}$$

と書くことができるので、前述の等密度面拡散テンソルから $\mathbf{A}$ を引くだけで計算することができる (Griffies 1998)。(1.30) は

$$\frac{D\tau}{Dt} = \nabla \cdot \{ (\kappa_T \mathbf{K} - \kappa_T \mathbf{A}) \nabla \tau \} \tag{1.38}$$

となる。

状態方程式:

海水の現場密度を求める式は水温・塩分・圧力の関数である。

$$\rho = \rho(T, S, P) \tag{1.39}$$

これについては、1.2.2 節で詳しく説明する。

1.1.3 境界条件

運動方程式

$$z = 0;$$

海面からは風応力（海水があるところでは海水からの応力）が運動量フラックスとして入ってくる。

$$v_V \frac{\partial(u, v)}{\partial z} = \frac{(\tau_x, \tau_y)}{\rho_0} \tag{1.40}$$

第1章 支配方程式

モデル中では、以下のように、風応力に相当する運動量が body-forcing の形で第一層目にかかることで、表現される。

$$\frac{(\tau_x, \tau_y)}{\rho_0 \Delta z_1} \quad (1.41)$$

ここで Δz_1 は一層目の層厚である。

τ_x 、 τ_y はそれぞれ、応力の東西、南北成分である。

$z = -H(\text{bottom})$;

海底では摩擦力が働く（応力の東西、南北成分をそれぞれ τ_x^b 、 τ_y^b とする）。

海底の流速ベクトルに対して、その大きさに比例し、 $(\theta + \pi)$ だけ回転させた向きを持つような摩擦力が働くと考え（Weatherly 1972）。

$$(\tau_x^b, \tau_y^b) = -C_b \rho_0 \sqrt{u^2 + v^2} (u \cos \theta - v \sin \theta, v \cos \theta + u \sin \theta) \quad (1.42)$$

C_b は drag coefficient（無次元量）で 1.225×10^{-3} 、 θ は 10° を採用している。ただし、 θ は北半球で正、南半球で負である。

側面の陸地境界では no slip 条件（ $u = v = 0$ ）を用いる。

水温塩分方程式

海岸においては、

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (1.43)$$

$$\frac{\partial S}{\partial n} = 0 \quad (1.44)$$

とし、熱と塩分の出入りはないとする（河川からの流出は海面の淡水フラックスとして扱う）。ここで、 n は海岸に直行する成分である。

海面（ $z = 0$ ）；

海面では、大気・海氷との熱や淡水、海氷との塩分のやりとりを考慮しなければならない。MRI.COM ではこれら全ての場合において、フラックスの形にして水温・塩分の境界条件としている。淡水フラックスをそのままモデルに導入できるのは、自由表面（1.2.1 節, 5 章）のときで、rigid-lid（1.2.1 節, 4 章）の場合には、淡水フラックスを塩分フラックスに換算してモデルに導入する。

$$\kappa_V \frac{\partial T}{\partial z} = F_T \quad (1.45)$$

$$\kappa_V \frac{\partial S}{\partial z} = F_S \quad (1.46)$$

$$F_T = \frac{Q}{\rho_0 C_p} \quad (1.47)$$

$$F_S = -W \cdot S|_{z=0} \quad (1.48)$$

ここで Q は熱フラックス、 C_p は海水の比熱、 W は淡水フラックスである。

力学指向の実験などでは、フラックス駆動による、モデルのドリフトを防ぐため、海面の水温・塩分を気候値等（ T^* , S^* ）にリストアすることがある。

1.1. 定式化

$$F_T = -\frac{1}{\gamma_t}(T - T^*)\Delta z_1 \quad (1.49)$$

$$F_S = -\frac{1}{\gamma_s}(S - S^*)\Delta z_1 \quad (1.50)$$

Δz_1 は一層目の層厚、 γ_t, γ_s は気候値への緩和時間である。

海底 ($z = -H$) ;

断熱境界条件を用いる。

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (1.51)$$

$$\frac{\partial S}{\partial z} = 0 \quad (1.52)$$

連続の式

海面 ($z = 0$) ;

海面における鉛直速度の扱いには2種類ある(次節参照)。

$$w = \begin{cases} 0 & \text{rigid-lid 近似を行なう場合} \\ \frac{d\eta}{dt} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{1}{h_\mu} \frac{\partial \eta}{\partial \mu} + v \frac{1}{h_\psi} \frac{\partial \eta}{\partial \psi} & \text{自由表面の場合} \end{cases} \quad (1.53)$$

海面 ($z = -H$) ;

海底で鉛直流速は斜面に沿う。

$$w = -\left(u \frac{1}{h_\mu} \frac{\partial H}{\partial \mu} + v \frac{1}{h_\psi} \frac{\partial H}{\partial \psi}\right) \quad (1.54)$$

海面境界層

海面境界層では、乱流が活発であり、成層が不安定でなくとも鉛直方向の混合が生じるが、この現象はモデルの基本方程式では表せない。MRI.COM では、一層目の鉛直粘性係数、拡散係数をあらかじめ大きくとるか、Mellor and Yamada (1982) の乱流境界層モデル (level 2.5)・Noh and Kim (1999) の乱流境界層モデル・Large et al. (1994) の K-profile parameterization のいずれかを用いて鉛直粘性・拡散係数を毎ステップ計算するか、のいずれかの方法を用いる。

1.1.4 加速法

海洋循環が海面から海底までほぼ定常状態になるには、数千年かかる。自由表面を用いるときには、外部重力波の位相速度 (~ 200 [m/s]) が、rigid-lid 近似を用いるときには、内部重力波の位相速度 (~ 3 [m/s]) が積分時間間隔を取る際の制限条件となってくる。これらに即して時間間隔を決めていたのでは、数千年分の積分は行うことができない。

Bryan (1984) は、支配方程式を修正することによって、波の位相速度を遅くして積分時間間隔を長くとり、また、比熱を小さくすることで熱的なバランスが早く成立するようにして、総積分時間を短くできるようにする方法を提唱した。これは、時間変化項のみに定数(運動方程式には α 、水温には γ とする)をか

第1章 支配方程式

けて、運動の慣性を大きく、海水の比熱を小さくすることで達成される。これにより、定常状態になったときには、時間変化項はゼロであるから、加速の有無にかかわらず、バランスは同じになるはずである。

具体的には、運動方程式を

$$\alpha \frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{1}{\rho_0 h_\mu} \frac{\partial P}{\partial \mu} - \mathcal{A}(u) - \frac{v}{h_\mu h_\psi} \left(\frac{\partial h_\mu}{\partial \psi} u - \frac{\partial h_\psi}{\partial \mu} v \right) + \gamma_u \quad (1.55)$$

$$\alpha \frac{\partial v}{\partial t} + fu = -\frac{1}{\rho_0 h_\psi} \frac{\partial P}{\partial \psi} - \mathcal{A}(v) + \frac{u}{h_\mu h_\psi} \left(\frac{\partial h_\mu}{\partial \psi} u - \frac{\partial h_\psi}{\partial \mu} v \right) + \gamma_v \quad (1.56)$$

水温・塩分方程式を

$$\gamma \frac{\partial T}{\partial t} = -\mathcal{A}(T) + \mathcal{D}(T) \quad (1.57)$$

$$\gamma \frac{\partial S}{\partial t} = -\mathcal{A}(S) + \mathcal{D}(S) \quad (1.58)$$

とすることで、時間を $t' = t/\alpha$ 、Brunt-Vaisala 振動数を $N'^2 = N^2 \alpha / \gamma$ としたのと同じことになり、鉛直モード分解したときの等価深度は $H'_n = H_n \alpha$ となる。外力項や粘性項を省いたときの慣性重力波の分散関係は

$$\omega^2 = \frac{f^2}{\alpha^2} + \left(\frac{g H_n}{\alpha} \right) (k^2 + l^2) \quad (1.59)$$

となる。 α が大きいとき、角振動数 ω は $\alpha^{-1/2}$ のファクターで小さな値をとるようになり、それに伴い、位相速度も小さくなる。これに応じて積分時間間隔を長くとることができる。

ロスビー波の分散関係は

$$\omega = -\beta k \left[\alpha(k^2 + l^2) + \frac{f^2}{g H_n} \right]^{-1} \quad (1.60)$$

となり、やはり α を大きくすると、位相速度は小さくなる。

標準的に α としては数十から数百、 γ としては、海面で 1、海底付近で 1/10 程度の値をとる。

加速法を用いるときに注意しなければならないことは、 α を大きくすると、傾圧不安定が生じやすくなることである。これは実際におきないはずのものであるから、積分期間中の出力をチェックしながら積分を進める必要がある。

1.2 解く手続き

1.2.1 運動方程式

運動方程式を解く際には、速度と圧力の瞬間値がわかっている必要がある。速度は実際に解く直前のものを用いる。

圧力は静水圧の式を積分すると求まる。

$$P(\mu, \psi, z, t) = P_s(\mu, \psi, t) + g \int_z^0 \rho(\mu, \psi, z') dz' \quad (1.61)$$

この式から明らかなように、海面の圧力 $P_s(\mu, \psi, t)$ を知る必要がある（海面に限らず、水柱のどこかで求まっていれば良いのであるが）。

海面高度（ η ）がわかっていれば、問題ない（ $P_s(\mu, \psi, t) = \rho g \eta$ ）。これには、鉛直積分した運動方程式を解けば良いのであるが、海面の昇降によって生じる外部重力波は位相速度が大きく、モデルで解く際には短いタイムステップをとることが要求される。しかし、長い時間スケールを持つ現象を対象としている場合

1.2. 解く手続き

(海洋大循環モデルで扱う現象はまさにそれにあたる) この外部重力波は大きな意味をもたず、しかも、位相速度が桁違いに大きいため、できればモデル内部で生じる現象の中からこれを除きたい。

この要請に対しては、海面に蓋をして、海面の昇降を許さず、外部重力波を生じさせない設定のもとで方程式を解く方法がある (rigid-lid 近似)。この場合、海面の圧力は蓋を押す圧力として、診断的に求めることができる。

敢えてこの近似を行わない場合、短い時間ステップで、長時間積分を行なうことはできない。この問題は、順圧成分と傾圧成分に分けて解くことによって解決される。すなわち、順圧成分のある時間範囲における平均状態を傾圧成分に反映させることによって、傾圧成分を解く時間ステップを長くするようにしている。

いずれにせよ、運動方程式は、基本方程式を直接解くのではなく、順圧成分と傾圧成分に分けて解くことになる。

順圧成分：海面に蓋をする方法

海面に蓋をするとは、すなわち、海面に鉛直速度がないことと同等である。

$$w = 0 \quad \text{at} \quad z = 0 \quad (1.62)$$

この条件のもと、連続の式を海底 ($z = -H$) から海面まで積分すると、

$$\frac{1}{h_\mu} \frac{\partial(h_\psi H \bar{u})}{\partial \mu} + \frac{1}{h_\psi} \frac{\partial(h_\mu H \bar{v})}{\partial \psi} = 0 \quad (1.63)$$

ここで、 $\bar{\alpha}$ は α の鉛直平均

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{H} \int_{-H}^0 \alpha dz \quad (1.64)$$

を表す。これにより、流線関数 $\Psi(x, y, t)$ が次のように定義できる。

$$\bar{u} = -\frac{1}{H} \frac{1}{h_\psi} \frac{\partial \Psi}{\partial \psi} \quad (1.65)$$

$$\bar{v} = \frac{1}{H} \frac{1}{h_\mu} \frac{\partial \Psi}{\partial \mu} \quad (1.66)$$

一方、運動方程式を鉛直積分し、深さ H で割ると、

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - f \bar{v} = \bar{F}_\mu - \frac{1}{\rho_0} \frac{1}{h_\mu} \frac{\partial P_s}{\partial \mu} \quad (1.67)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + f \bar{u} = \bar{F}_\psi - \frac{1}{\rho_0} \frac{1}{h_\psi} \frac{\partial P_s}{\partial \psi} \quad (1.68)$$

ここで、

$$F_\mu = -\mathcal{A}(u) - \frac{v}{h_\mu h_\psi} \left(\frac{\partial h_\mu}{\partial \psi} u - \frac{\partial h_\psi}{\partial \mu} v \right) - \frac{g}{\rho_0} \frac{1}{h_\mu} \int_z^0 \frac{\partial \rho}{\partial \mu} dz' + \gamma_u \quad (1.69)$$

$$F_\psi = -\mathcal{A}(v) + \frac{u}{h_\mu h_\psi} \left(\frac{\partial h_\mu}{\partial \psi} u - \frac{\partial h_\psi}{\partial \mu} v \right) - \frac{g}{\rho_0} \frac{1}{h_\psi} \int_z^0 \frac{\partial \rho}{\partial \psi} dz' + \gamma_v \quad (1.70)$$

鉛直平均した運動方程式 (1.67) (1.68) の curl をとることで、海面圧力 P_s による寄与が消えて、順圧渦度方程式を得る。

第1章 支配方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{h_\mu h_\psi} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{1}{H} \frac{h_\psi}{h_\mu} \frac{\partial \Psi}{\partial \mu} \right) + \frac{1}{h_\mu h_\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{1}{H} \frac{h_\mu}{h_\psi} \frac{\partial \Psi}{\partial \psi} \right) \right\} + \frac{1}{h_\mu h_\psi} \left\{ \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{f}{H} \frac{\partial \Psi}{\partial \mu} \right) - \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{f}{H} \frac{\partial \Psi}{\partial \psi} \right) \right\} \\ = \frac{1}{h_\mu h_\psi} \left(\frac{\partial (h_\psi \bar{F}_\psi)}{\partial \mu} - \frac{\partial (h_\mu \bar{F}_\mu)}{\partial \psi} \right) \end{aligned} \quad (1.71)$$

境界条件として、岸を横切る流れがないことから、流線関数の値が岸に沿って一定というものを与える。但し、それらの値は陸続きでない島や大陸では異なる。

順圧渦度方程式は緩和法を用いて解く。MRI.COM では Kamenkovich 法を用いている（以前は hole-relaxation 法を組み合わせで解いていた）。Kamenkovich 法及び hole-relaxation 法については Ishizaki 1989 などが参考になる。以下、その手続きを解説する。

ベクトル表記を用いると、順圧渦度方程式 (1.71) は

$$\nabla_H \cdot \left(\frac{1}{H} \nabla_H \frac{\partial \Psi}{\partial t} \right) = \mathbf{k} \cdot \nabla \times \mathbf{G} \quad (1.72)$$

となる。ここで、

$$\mathbf{G} = \bar{\mathbf{F}} - \mathbf{f} \times \bar{\mathbf{v}} \quad (1.73)$$

とした。ここで、 $\bar{\mathbf{F}}$ は (1.69)、(1.70) を成分とするベクトルである。

境界条件は

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = C_i \quad i \text{ 番目の島上 } (i = 1, \dots, N) \quad (1.74)$$

で与えられる。

C_i の値は次の手順で求める。運動方程式をベクトル表記すると、

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\partial t} + \mathbf{f} \times \bar{\mathbf{v}} = \bar{\mathbf{F}} - \frac{1}{\rho_0} \nabla P_s \quad (1.75)$$

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{k}}{H} \times \nabla \Psi \quad (1.76)$$

である。 i 番目の島の周りの領域（領域 A とする）で運動方程式を領域の境界に沿って線積分すると、

$$0 = -\frac{1}{\rho_0} \oint_A \nabla P_s \cdot d\mathbf{s} = \oint_A \left\{ \frac{\mathbf{k}}{H} \times \nabla \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right) - \mathbf{G} \right\} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.77)$$

Kamenkovich 法では、解を

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial \Psi_0}{\partial t} + \sum_{i=1}^N C_i \frac{\partial \Psi_i}{\partial t} \quad (1.78)$$

とおく。ここで $\frac{\partial \Psi_i}{\partial t}$ は

$$\nabla_H \cdot \left(\frac{1}{H} \nabla_H \frac{\partial \Psi_i}{\partial t} \right) = 0 \quad (1.79)$$

と境界条件

$$\frac{\partial \Psi_i}{\partial t} = \begin{cases} 1 & i \text{ 番目の島上} \\ 0 & i \text{ 番目以外の島上} \end{cases} \quad (1.80)$$

を満たす。これらは時間変化する係数を持たないので、あらかじめ一回のみ解いておけば良い。

一方、 $\frac{\partial \Psi_0}{\partial t}$ は

1.2. 解く手続き

$$\nabla_H \cdot \left(\frac{1}{H} \nabla_H \frac{\partial \Psi_0}{\partial t} \right) = \mathbf{k} \cdot \nabla \times \mathbf{G} \quad (1.81)$$

と境界条件、

$$\frac{\partial \Psi_0}{\partial t} = 0 \quad \text{全ての島上} \quad (1.82)$$

を満たす。こちらは毎ステップ解く必要がある。このような形の解は、(1.72) (1.74) を満たしているの
で、あとは、 C_i を決めるために (1.77) を適用する。つまり、 j 番目の島だけを囲む任意の積分路で

$$-\sum_{i=1}^N C_i \oint_{A_j} \left\{ \frac{\mathbf{k}}{H} \times \nabla \left(\frac{\partial \Psi_i}{\partial t} \right) \right\} \cdot d\mathbf{s} = \oint_{A_j} \left\{ \frac{\mathbf{k}}{H} \times \nabla \left(\frac{\partial \Psi_0}{\partial t} \right) - \mathbf{G} \right\} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.83)$$

これは $C_1, \dots, C_N$ に対する、 N 個の一次方程式を与えるので、解くことができる。係数行列は時間変化しないので、これもあらかじめ求めておき、逆行列を右辺に掛けることで C_i を決定している。

順圧成分：海面の昇降を許す方法

$$U = \int_{-H}^{\eta} u dz, \quad V = \int_{-H}^{\eta} v dz \quad (1.84)$$

とくと、鉛直積分した運動方程式は

$$\frac{\partial U}{\partial t} - fV = -\frac{gH}{h_\mu} \frac{\partial \eta}{\partial \mu} + X \quad (1.85)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + fU = -\frac{gH}{h_\psi} \frac{\partial \eta}{\partial \psi} + Y \quad (1.86)$$

ここで

$$\begin{aligned} X &= -\int_{-H}^{\eta} \mathcal{A}(u) dz - \int_{-H}^{\eta} \frac{v}{h_\mu h_\psi} \left(\frac{\partial h_\mu}{\partial \psi} u - \frac{\partial h_\psi}{\partial \mu} v \right) dz - \frac{1}{\rho_0} \frac{1}{h_\mu} \int_{-H}^{\eta} dz \int_z^0 g \rho_\mu dz + \int_{-H}^{\eta} \mathcal{V}_u dz \\ &(\equiv (\eta + H) \bar{F}_\mu) \end{aligned} \quad (1.87)$$

$$\begin{aligned} Y &= -\int_{-H}^{\eta} \mathcal{A}(v) dz + \int_{-H}^{\eta} \frac{u}{h_\mu h_\psi} \left(\frac{\partial h_\mu}{\partial \psi} u - \frac{\partial h_\psi}{\partial \mu} v \right) dz - \frac{1}{\rho_0} \frac{1}{h_\psi} \int_{-H}^{\eta} dz \int_z^0 g \rho_\psi dz + \int_{-H}^{\eta} \mathcal{V}_v dz \\ &(\equiv (\eta + H) \bar{F}_\psi) \end{aligned} \quad (1.88)$$

連続の式は

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{h_\mu h_\psi} \left(\frac{\partial (h_\psi U)}{\partial \mu} + \frac{\partial (h_\mu V)}{\partial \psi} \right) = 0 \quad (1.89)$$

となるので、これらを連立させて、 U 、 V 、 η を解く。

傾圧成分

傾圧成分を解くには、順圧成分を解いた時点で、(1.67) (1.68) または (1.85) (1.86) を用いて $P_s(\mu, \psi, t)$ を診断的に求めることができるので、これを用いて解くことができる。しかし、以下の巧妙な方法を用いることにより、 $P_s(\mu, \psi, t)$ を求めるという操作をスキップすることができる。

傾圧成分を $\hat{u}$, $\hat{v}$ とすると、

$$u = \hat{u} + \bar{u} \quad (1.90)$$

$$v = \hat{v} + \bar{v} \quad (1.91)$$

第1章 支配方程式

と表される。

u' 、 v' を、海面圧力を落とした方程式の時間変化項

$$\frac{\partial u'}{\partial t} = f v + F_\mu \quad (1.92)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} = -f u + F_\psi \quad (1.93)$$

を表すものとする。

$$\frac{\partial \bar{u}'}{\partial t} = f \bar{v} + \bar{F}_\mu \quad (1.94)$$

$$\frac{\partial \bar{v}'}{\partial t} = -f \bar{u} + \bar{F}_\psi \quad (1.95)$$

が成り立つので、上式の差をとると、

$$\frac{\partial (u' - \bar{u}')}{\partial t} - f(v - \bar{v}) = F_\mu - \bar{F}_\mu \quad (1.96)$$

$$\frac{\partial (v' - \bar{v}')}{\partial t} + f(u - \bar{u}) = F_\psi - \bar{F}_\psi \quad (1.97)$$

となる。これに

$$\bar{F}_\mu = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - f \bar{v} + \frac{1}{\rho_0 h_\mu} \frac{\partial P_s}{\partial \mu} \quad (1.98)$$

$$\bar{F}_\psi = \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + f \bar{u} + \frac{1}{\rho_0 h_\psi} \frac{\partial P_s}{\partial \psi} \quad (1.99)$$

を利用すると、

$$\frac{\partial (\bar{u} + u' - \bar{u}')}{\partial t} - f v = F_\mu - \frac{1}{\rho_0 h_\mu} \frac{\partial P_s}{\partial \mu} \quad (1.100)$$

$$\frac{\partial (\bar{v} + v' - \bar{v}')}{\partial t} + f u = F_\psi - \frac{1}{\rho_0 h_\psi} \frac{\partial P_s}{\partial \psi} \quad (1.101)$$

となり、 $\bar{u} + u' - \bar{u}' = u$ 、 $\bar{v} + v' - \bar{v}' = v$ 、すなわち $\hat{u} = u' - \bar{u}'$ 、 $\hat{v} = v' - \bar{v}'$ と解釈される。つまり、(1.92)、(1.93) を解いて (u', v') を求め、そこから $u' - \bar{u}'$ 、 $v' - \bar{v}'$ によって、傾圧成分を求めれば良いことになる。

1.2.2 水温 (温位)・塩分方程式

水温の予報には、現場水温ではなく、海面基準のポテンシャル水温 (温位) に換算した値を全層で用いる。鉛直方向に拡散による混合を行う場合、鉛直方向への海水の移動による水压変化による水温の変化を考慮して混合を行わなければならないが、現場水温を用いると、単純な混合としてこれを表現することが困難であるからである。

温位・塩分は移流拡散方程式である (1.26)、(1.27) (または (1.30)) を解くが、実際に解く際にはそのまま差分化している。差分化については第7章で解説する。

運動方程式では、圧力の計算に密度が必要になるが、これには、現場の密度を用いる。現場密度には圧縮性が考慮されている。密度を求めるのに海水の状態方程式 (1.39) を用いるが、ここではこの求め方について解説する。

状態方程式の一般論

海水の状態方程式は UNESCO (1981) で提供されており、これは、(現場水温、塩分、圧力) の関数である。ポテンシャル水温ではないことに注意。

純水 ($S = 0$) の密度 ρ_w は水温 T の関数として

$$\begin{aligned}\rho_w(T) = & 999.842594 + 6.793952 \times 10^{-2}T - 9.095290 \times 10^{-3}T^2 \\ & + 1.001685 \times 10^{-4}T^3 - 1.120083 \times 10^{-6}T^4 + 6.536332 \times 10^{-9}T^5\end{aligned}\quad (1.102)$$

海面の密度 $\rho(S, T, 0)$ は、海面水温、塩分を用いて次のように表される。

$$\begin{aligned}\rho_0 = & \rho_w \\ & + (0.824493 - 4.0899 \times 10^{-3}T + 7.6438 \times 10^{-5}T^2 \\ & - 8.2467 \times 10^{-7}T^3 + 5.3875 \times 10^{-9}T^4)S \\ & + (-5.72466 \times 10^{-3} + 1.0227 \times 10^{-4}T - 1.6546 \times 10^{-6}T^2)S^{3/2} \\ & + 4.8314 \times 10^{-4}S^2\end{aligned}\quad (1.103)$$

海水の体積膨張率を使って、海中での密度を計算する。

純水の体積膨張率は、

$$\begin{aligned}K_w = & 19652.21 + 1.484206 \times 10^2T - 2.327105T^2 \\ & + 1.360477 \times 10^{-2}T^3 - 5.155288 \times 10^{-5}T^4\end{aligned}\quad (1.104)$$

海面にある海水の体積膨張率は

$$\begin{aligned}K_0 = & K_w + (54.6746 - 0.603459T + 1.09987 \times 10^{-2}T^2 - 6.1670 \times 10^{-5}T^3)S \\ & + (7.944 \times 10^{-2} + 1.6483 \times 10^{-2}T - 5.3009 \times 10^{-4}T^2)S^{3/2}\end{aligned}\quad (1.105)$$

これらを使って海水の体積膨張率は以下の式で求める。

$$\begin{aligned}K = & K_0 \\ & + P(3.239908 + 1.43713 \times 10^{-3}T + 1.16092 \times 10^{-4}T^2 - 5.77905 \times 10^{-7}T^3) \\ & + P(2.2838 \times 10^{-3} - 1.0981 \times 10^{-5}T - 1.6078 \times 10^{-6}T^2)S \\ & + P(1.91075 \times 10^{-4})S^{3/2} \\ & + P^2(8.50935 \times 10^{-5} - 6.12293 \times 10^{-6}T + 5.2787 \times 10^{-8}T^2) \\ & + P^2(-9.9348 \times 10^{-7} + 2.0816 \times 10^{-8}T + 9.1697 \times 10^{-10}T^2)S\end{aligned}\quad (1.106)$$

密度は以下の式で求める。

$$\rho = \rho_0 / (1 - P/K) \quad (1.107)$$

$$\sigma = \rho - 1000.0 \quad (1.108)$$

第 1 章 支配方程式

モデルの予報変数はポテンシャル水温 (θ) であるから、(ポテンシャル水温、塩分、圧力) の関数としての状態方程式が必要である。

この作業を行なうためには、ポテンシャル水温を現場水温に換算する必要がある。これは、adiabatic lapse rate $\Gamma(T, S, P)$ を用いて、

$$T(\theta_0, S, P) = \theta_0 + \int_{P_0}^P \Gamma(T, S, P') dP' \quad (1.109)$$

として求める。adiabatic lapse rate $\Gamma(T, S, P)$ は UNESCO から与えられていて、

$$\Gamma(T, S, P) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (1.110)$$

$$\begin{aligned} & + (b_0 + b_1 t)(S - 35) \\ & + \{c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + c_3 t^3 + (d_0 + d_1 t)(S - 35)\} p \\ & + (e_0 + e_1 t + e_2 t^2) p^2 \end{aligned} \quad (1.111)$$

$$\begin{aligned} a_0 &= +3.5803 \times 10^{-5} & c_2 &= +8.7330 \times 10^{-12} \\ a_1 &= +8.5258 \times 10^{-6} & c_3 &= -5.4481 \times 10^{-14} \\ a_2 &= -6.8360 \times 10^{-8} & d_0 &= -1.1351 \times 10^{-10} \\ a_3 &= -6.6228 \times 10^{-10} & d_1 &= +2.7759 \times 10^{-12} \\ b_0 &= +1.8932 \times 10^{-6} & e_0 &= -4.6206 \times 10^{-13} \\ b_1 &= -4.2393 \times 10^{-8} & e_1 &= +1.8676 \times 10^{-14} \\ c_0 &= +1.8741 \times 10^{-8} & e_2 &= -2.1687 \times 10^{-16} \\ c_1 &= -6.7795 \times 10^{-10} \end{aligned} \quad (1.112)$$

現場水温への換算ができれば、状態方程式を用いて各圧力面での密度を計算する。

MRI.COM で用いる状態方程式

MRI.COM では、状態方程式を UNESCO の形を保ったまま、係数だけを変えることで得ている。係数はあらかじめ定めたポテンシャル水温、塩分の範囲で最小 2 乗法により求めている。

状態方程式の求め方は Ishizaki (1994) に従うが、定義の範囲は異なり、 $-2 \leq \theta \leq 40 [^{\circ}\text{C}]$, $0 \leq S \leq 42 [\text{psu}]$, $0 \leq P \leq 1000 [\text{bar}]$ である。海面における密度 (ポテンシャル密度, σ_θ) をまず求めるが、これは、式 (1.102) (1.103) をそのまま用いることができる。

圧力依存部分、体積膨張率 $K(\theta, S, P)$ については、多項式の同類項をまとめた以下の式を用いる

$$\begin{aligned} K(\theta, S, P) &= e_1(P) + e_2(P)\theta + e_3(P)\theta^2 + e_4(P)\theta^3 + e_5(P)\theta^4 \\ & + S(f_1(P) + f_2(P)\theta + f_3(P)\theta^2 + f_4(P)\theta^3) \\ & + S^{3/2}(f_5(P) + f_6(P)\theta + f_7(P)\theta^2) \end{aligned} \quad (1.113)$$

1.2. 解く手続き

$$\begin{aligned}
 e_1(P) &= ec_1 + (gc_1 + hc_1 P)P & f_1(P) &= fc_1 + (gc_5 + hc_4 P)P \\
 e_2(P) &= ec_2 + (gc_2 + hc_2 P)P & f_2(P) &= fc_2 + (gc_6 + hc_5 P)P \\
 e_3(P) &= ec_3 + (gc_3 + hc_3 P)P & f_3(P) &= fc_3 + (gc_7 + hc_6 P)P \\
 e_4(P) &= ec_4 + gc_4 P & f_4(P) &= fc_4 \\
 e_5(P) &= ec_5 & f_5(P) &= fc_5 + gc_8 P \\
 & & f_6(P) &= fc_6 \\
 & & f_7(P) &= fc_7
 \end{aligned} \tag{1.114}$$

上式に出てくる係数は、 θ, S, P の前述の範囲で UNESCO の形を保ったままの状態方程式で密度を計算したとき、現場水温・塩分を用いて求めた密度に対して誤差が最も小さくなるように定めた ((θ, S, P, σ) の $43 \times 43 \times 101$ 個の組に対する最小 2 乗法による fitting) ものである。

ec_1	19659.35	fc_1	52.85624
ec_2	144.5863	fc_2	-3.128126×10^{-1}
ec_3	-1.722523	fc_3	6.456036×10^{-3}
ec_4	1.019238×10^{-2}	fc_4	-5.370396×10^{-5}
ec_5	-4.768276×10^{-5}	fc_5	3.884013×10^{-1}
		fc_6	9.116446×10^{-3}
		fc_7	-4.628163^{-4}

gc_1	3.185918	hc_1	2.111102×10^{-4}
gc_2	2.189412×10^{-2}	hc_2	-1.196438×10^{-5}
gc_3	-2.823685×10^{-4}	hc_3	1.364330×10^{-7}
gc_4	1.715739×10^{-6}	hc_4	-2.048755×10^{-6}
gc_5	6.703377×10^{-3}	hc_5	6.375979×10^{-8}
gc_6	-1.839953×10^{-4}	hc_6	5.240967×10^{-10}
gc_7	1.912264×10^{-7}		
gc_8	1.477291×10^{-4}		

密度が不安定成層している場合の処理

静水圧平衡を用いているため、密度に不安定成層がある場合には、何らかの方法で不安定を除去しなければならない。

一般的には、一瞬にして鉛直対流がおこって、解消されるとする。これを対流調節 (convective adjustment) と呼ぶ。

また、これに加え、局所的に不安定成層しているところでは、鉛直拡散係数を大きくする ($10000[\text{cm}^2\text{s}^{-1}]$) ことで鉛直混合を起こすようにする。この場合は、「2.5 鉛直拡散方程式の陰解法」で説明する、陰解法でトレーサー方程式を解かなければならない (オプション名 VVDIMP)。

References

- Bryan, K. 1969: A numerical method for the study of the circulation of the world ocean, *J. Comput. Phys.*, **4**, 347-376.
- Bryan, K. 1984: Accelerating the convergence to equilibrium of ocean-climate models., *J. Phys. Oceanogr.*, **14**, 666-673.
- Gent, P. R., and J. C. McWilliams. 1990: Isopycnal mixing in ocean circulation models., *J. Phys. Oceanogr.*, **20**, 150-155.
- Griffies, S. M. 1998: The Gent-McWilliams skew flux, *J. Phys. Oceanogr.*, **28**, 831-841.
- Ishizaki, H. 1989: Comparison of computational efficiency of hole relaxation and Kamenkovich's method in solving vorticity equations in multi-connected regions., *Pap. Meteor. Geophys.*, **40**, 103-114.
- Ishizaki, H. 1994: A Simulation of the abyssal circulation in the North Pacific Ocean. Part II: Theoretical Rationale, *J. Phys. Oceanogr.*, **24**, 1941-1954.
- Large, W. G., J. C. McWilliams, and S. C. Doney, 1994: Oceanic vertical mixing: a review and a model with a nonlocal boundary layer parameterization, *Rev. Geophys.*, **32**, 363-403.
- Mellor, G. L., and T. Yamada, 1982: Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **20**, 851-875.
- Noh, Y., and H.-J. Kim, 1999: Simulations of temperature and turbulence structure of the oceanic boundary layer with the improved near-surface process, *J. Geophys. Res.*, **104**, 15,621-15,634.
- Phillips, N. 1966: The equation of motion for a shallow rotating atmosphere and the "Traditional approximation", *J. Atmos. Sci.*, **23**, 626-628.
- Smagorinsky, J. 1963: General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic experiment., *Mon. Wea. Rev.*, **91**, 99-164.
- UNESCO, 1981: Tenth report of the Joint Panel on Oceanographic Tables and Standards, Sidney, B. C., September 1980., *Unesco Technical papers in marine science*, **36**, 25pp.
- Weatherly, 1972: A study of the bottom boundary layer of the Florida current., *J. Phys. Oceanogr.*, **2**, 54-72.

Appendix A. 海洋モデルで用いる物理定数

ここには、海洋モデルで用いる基本的な物理定数の値を載せる。

これらは `param.F90` (module `oc_mod_param`) で定義されている。第 9 章「熱フラックス」や第 10 章「海氷」には、局所的に使用する物理定数が列挙されている。

	値	MRI.COM での変数名
地球の半径	$6375.0 \times 10^5 \text{ cm}$	RADIUS
重力加速度	$980.1 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	GRAV
地球の回転角速度	$\pi/43082.0 \text{ radian} \cdot \text{s}^{-1}$	OMEGA
0 の絶対温度	273.16 K	TAB
海水の平均密度	$1.00 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$	RO
海水の比熱	$3.99 \times 10^7 \text{ erg} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ($1.0 \text{ erg} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 1.0 \times 10^{-4} \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	CP

第2章 微分方程式の差分解析法の基礎

本章では、移流拡散方程式を例にとって、微分方程式の差分解析法の初歩的なところを解説する。2.1 節では拡散方程式を例にとって、差分化にあたっての一般的な注意事項について述べ、2.2 節では時間微分の差分化の方法、2.3 節では空間微分の差分化の方法、2.4 節では移流拡散方程式の差分化時の注意点、2.5 節では拡散部分の陰解法について述べる。地球流体力学における移流拡散方程式の差分法の解説書としては、Durrant (1999) が詳しい。

2.1 拡散方程式の例

まず例として、一次元の拡散方程式 (熱伝導方程式)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2.1)$$

に支配される初期値境界値問題を考える。初期値を $T(x, 0) = f(x)$ とし、境界条件を $T(0, t) = T(L, t) = 0$ とする。厳密解は

$$T(x, t) = \sum_{m=0}^{\infty} f_m e^{-\kappa k_m^2 t} \sin(k_m x), \quad (2.2)$$

ここに、

$$f_m = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin(k_m x) dx, \quad k_m = \frac{m\pi}{L} \quad (2.3)$$

である。

これを数値計算によって解くことを考える。差分法では、時間・空間を有限間隔の格子に分割し、各格子に一個の変数を割当てて、考えている範囲に存在する格子の $T_j^n = T(x_j, t_n)$ を計算する。例えば、

$$\frac{T_j^{n+1} - T_j^n}{\Delta t} = \kappa \frac{T_{j+1}^n - 2T_j^n + T_{j-1}^n}{\Delta x^2} \quad (2.4)$$

と差分化する ($\Delta t = t_{n+1} - t_n, \Delta x = x_{j+1} - x_j$)。これにより、 T^n が既知であれば、 T^{n+1} が計算できる。この差分式は $\Delta t \rightarrow 0, \Delta x \rightarrow 0$ の極限で元の微分方程式 (2.1) に一致する (一貫性; consistency)。

今、初期値を $f(x) = T_0 \sin k_1 x$ とすると、差分式 (2.4) による $t = t_n$ での解は

$$T_j^n = \lambda^n T_0 \sin k_1 x_j, \quad (2.5)$$

ここに、

$$\lambda = 1 - \frac{2\kappa\Delta t}{\Delta x^2} (1 - \cos k_1 \Delta x) \quad (2.6)$$

となる。解が少なくとも振動したり発散したりしない (安定性; stability) ためには、 $0 < \lambda < 1$ である必要があり、 $\Delta x, \Delta t$ はこの条件を満たすように設定しなければならない。また、この解は $\Delta t \rightarrow 0, \Delta x \rightarrow 0$ の極限で厳密解に一致する (収束性; convergence)。

このように、一貫性、安定性、収束性を満たすような差分化をすることが、精度よく解を得るための必要条件である。

2.2 時間差分の方法

時間差分の方法は前節で述べた方法以外にもいろいろな方法があるが、MRI.COM で用いているのは次の4つである。

$$\text{前方差分: } \frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t} = F(T^n) \quad (2.7)$$

$$\text{後方差分: } \frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t} = F(T^{n+1}) \quad (2.8)$$

$$\text{松野スキーム: } \frac{T^{*n+1} - T^n}{\Delta t} = F(T^n), \quad \frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t} = F(T^{*n+1}) \quad (2.9)$$

$$\text{leap-frog: } \frac{T^{n+1} - T^{n-1}}{2\Delta t} = F(T^n) \quad (2.10)$$

前節で用いたのは前方差分である。前の3つの方法は2つの時間ステップの値を用いており、 Δt について1次の精度であるのに対して、leap-frog は3つの時間ステップの値を用いており、2次の精度を持つ。MRI.COM では基本的に精度の高い leap-frog を用いている。

しかし、前節で示した拡散方程式に leap-frog を適用することはできない。前節で前方差分のかわりに leap-frog を適用した場合の差分法による解は

$$T_j^n = (T_a \lambda_a^n + T_b \lambda_b^n) \sin k_1 x_j, \quad (2.11)$$

ここに、

$$\lambda_a = -\frac{-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4}}{2}, \quad \lambda_b = -\frac{-\alpha - \sqrt{\alpha^2 + 4}}{2} \quad (\alpha \equiv \frac{4\kappa\Delta t}{\Delta x^2}(1 - \cos k_1 \Delta x)) \quad (2.12)$$

となる。任意の α について $\lambda_b < -1$ であるから、かならず振動しながら発散するモードを含む(計算モード; **computational mode**)。このため、MRI.COM では拡散項と粘性項については前方差分を適用する。ただし、混合層の中などで鉛直拡散・粘性係数が非常に大きい場合には、前節の議論から前方差分では時間ステップを非常に小さくとらなくてはならないため、鉛直拡散・粘性項に後方差分(陰解法 (implicit method) と呼ぶ。2.5 節参照)を適用する。

松野スキームは leap-frog による計算モードを抑えるために使用する。MRI.COM では leap-frog 9 ステップにつき、松野スキーム1ステップを用いている。

前方差分、leap-frog、松野スキームでは各格子点で独立に時間積分が可能であるが、後方差分の場合には連立方程式を解くことになる(2.5 節参照)。また、松野スキームは(当然のことながら)前方差分、leap-frog の二倍の計算量が必要となる。

2.3 空間差分の方法(移流方程式)

一次元移流方程式

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -u \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.13)$$

を考える(u は定数)。解は、

$$T(x, t) = T(x - ut, 0) \quad (2.14)$$

である。

時間差分には leap-frog を用いて差分式を書くと、

$$\frac{T_j^{n+1} - T_j^{n-1}}{2\Delta t} = -u \frac{T_{j+\frac{1}{2}}^n - T_{j-\frac{1}{2}}^n}{\Delta x} \quad (2.15)$$

2.3. 空間差分の方法 (移流方程式)

となる。ここで、 $T_{j+\frac{1}{2}}^n, T_{j-\frac{1}{2}}^n$ は格子点 x_j に代表される区間の左右 (上下、前後でもなんでもいいが) の端 $x_{j-\frac{1}{2}}, x_{j+\frac{1}{2}}$ における値である。ここでは、 $x_{j-\frac{1}{2}}$ は x_j と x_{j-1} の中点とする。隣の格子区間が接する点では等しい T が等しい流速で運ばれることから、この差分式では系全体での T の総和は保存する。

$T_{j-\frac{1}{2}}^n$ は一つまたは複数の格子点の値を用いて決めるが、その決めかたにはいくつかの方法がある。最も簡単でよく用いられるのは、

$$\text{上流差分: } T_{j-\frac{1}{2}}^n = T_{j-1}^n (u > 0), \quad T_{j-\frac{1}{2}}^n = T_j^n (u < 0) \quad (2.16)$$

$$\text{中央差分: } T_{j-\frac{1}{2}}^n = \frac{T_{j-1}^n + T_j^n}{2} \quad (2.17)$$

の二つである。前者は Δx について 1 次の精度を持ち、後者は 2 次の精度を持つ。

中央差分の場合、差分式 (2.15) は

$$\frac{T_j^{n+1} - T_j^{n-1}}{2\Delta t} = -u \frac{T_{j+1}^n - T_{j-1}^n}{2\Delta x} \quad (2.18)$$

となる。いま、解を $T(x, t) = \tau(t)e^{-ikx}$ とすると、

$$\tau^{n+1} = \tau^{n-1} + 2i\alpha\tau^n \quad (\text{但し } \alpha \equiv \frac{u\Delta t}{\Delta x} \sin k\Delta x) \quad (2.19)$$

となり、 $|\alpha| \leq 1$ なら (中立) 安定である。任意の波数について安定であるためには、

$$\left| \frac{u\Delta t}{\Delta x} \right| \leq 1 \quad (2.20)$$

を満たさなければならない (CFL 条件)。次に、 $\tau^n = \tau^0 e^{-in\Delta\theta}$ とすると、

$$\Delta\theta = -\sin^{-1}[\mu \sin k\Delta x] \quad (\text{但し } \mu \equiv \frac{u\Delta t}{\Delta x}) \quad (2.21)$$

となる。右辺を Taylor 展開すると、

$$\begin{aligned} \Delta\theta &\simeq -\mu \sin k\Delta x - \frac{1}{6}(\mu \sin k\Delta x)^3 \\ &\simeq -\mu k\Delta x + \frac{\mu(k\Delta x)^3}{6} - \frac{\mu^3(k\Delta x)^3}{6} \\ &= -\mu k\Delta x \left\{ 1 - \frac{(k\Delta x)^2}{6}(1 - \mu^2) \right\} \end{aligned} \quad (2.22)$$

となる。これは差分法による解は厳密解にくらべて位相が遅れ、波数によって遅れかたが異なることを意味する (数値分散; **numerical dispersion**)。つまり、初期値にはなかった極大極小を伴う分布が生じることになる。しかし、運動方程式の移流項に中央差分を適用することにより、運動エネルギーを保存させることができるので、この方法は広く用いられている。MRI.COM ではさらにエンストロフィー (渦度の二乗) が保存する”荒川の方法”を用いている (これについては後の章に譲る)。

一方、上流差分を用いると、差分式 (2.15) は

$$\frac{T_j^{n+1} - T_j^{n-1}}{2\Delta t} = -u \frac{T_j^n - T_{j-1}^n}{\Delta x} \quad (2.23)$$

となる。右辺を Taylor 展開すると、

$$-u \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{u\Delta x}{2} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + O(\Delta x^2) \quad (2.24)$$

第2章 微分方程式の差分法の基礎

となり、第二項は拡散 (熱伝導) の形をしている (この項は中央差分では消える)。実際、上流差分を用いて移流方程式を解くと、初期の分布が拡散していくのが見られる (数値拡散; **numerical diffusion**)。

MRI.COM の水温・塩分の移流の計算ではこうした数値分散・数値拡散をなるべく小さくするために、3次のスキーム (QUICK, QUICKEST, UTOPIA) を用いている。QUICK では格子境界での値を

$$\begin{aligned}\text{QUICK: } T_{j-\frac{1}{2}}^n &= \frac{-T_{j-2}^n + 6T_{j-1}^n + 3T_j^n}{8} (u > 0) \\ T_{j-\frac{1}{2}}^n &= \frac{3T_{j-1}^n + 6T_j^n - T_{j+1}^n}{8} (u < 0)\end{aligned}\quad (2.25)$$

とする。QUICKEST は時間ステップの間に移流によって格子境界の値が変化することを考慮して、その時間平均値を移流される値とする方法で、UTOPIA は QUICKEST の多次元への拡張である。具体的には後の章で述べる。

2.4 移流拡散方程式の差分

以上の議論から、移流拡散方程式 (1.26)、(1.27) を差分化する際には、時間差分に leap-frog を用いるときには、移流項には 1 ステップ前の、拡散項には 2 ステップ前のトレーサ (水温・塩分) の値を用いる必要があることがわかった。従って、形式的には、以下の差分式を用いることになる。

$$\frac{T^{n+1} - T^{n-1}}{2\Delta t} = -\mathcal{A}(T^n) + \mathcal{D}(T^{n-1}) \quad (2.26)$$

$$\frac{S^{n+1} - S^{n-1}}{2\Delta t} = -\mathcal{A}(S^n) + \mathcal{D}(S^{n-1}) \quad (2.27)$$

但し、鉛直拡散項などが極端に大きい場合には、 $\mathcal{D}(T^{n-1})$ ではなく、 $\mathcal{D}(T^{n+1})$ を用いる場合がある。これが次節で解説する陰解法である。

2.5 鉛直拡散方程式の陰解法

例えば、第8章で解説する境界層モデルでは、鉛直方向の拡散係数や粘性係数を大きくすることで、乱流による混合をパラメタライズしている。

このように、粘性項・拡散項が極端に大きくなる場合、急激な場の均質化がおき、時間変化が大きくなるため、安定した計算を行なうためには、時間間隔を非常に短くとらなくてはならない。

これを回避する方法として、陰解法がある。拡散・粘性項が大きいことによって、急激な場の均質化がおきるわけであるが、均質化された結果を先取り利用して、粘性・拡散項を差分化することにより、拡散・粘性項の寄与を小さくする、言い替えれば、本当は短い時間中におきる急減な変化を (実際にとっている) 長い時間間隔で起こさせるようにして、変化を滑らかに起こさせるようにするというのが、基本的な考え方の方である。

現在のタイムステップを n 、その前後を $n \pm 1$ と表すことにし、leap-frog スキームを用いて、温度方程式を差分化する。拡散項については、水平方向には $n-1$ ステップ目の、鉛直方向には $n+1$ ステップ目の値を用いるので別々に書く。

$$(T^{n+1} - T^{n-1})/2\Delta t = -\mathcal{A}(T^n) + \mathcal{D}_H(T^{n-1}) + \mathcal{D}_V(T^{n+1}) \quad (2.28)$$

タイムステップ T^{n+1} の項を左辺にまとめると、

$$T_k^{n+1} - 2\Delta t \mathcal{D}_V(T_k^{n+1}) = T_k^{n-1} + 2\Delta t(-\mathcal{A}(T_k^n) + \mathcal{D}_H(T_k^{n-1})) \quad (2.29)$$

となり、 T_k^{n+1} を求めるための代数方程式とみなすことができる。

より具体的な差分表現に直すと、

$$\begin{aligned} T_k^{n+1} &= 2\Delta t \frac{1}{\Delta z_k} \left(\kappa_{k-\frac{1}{2}} (T_{k-1}^{n+1} - T_k^{n+1}) / \Delta z_{k-\frac{1}{2}} - \kappa_{k+\frac{1}{2}} (T_k^{n+1} - T_{k+1}^{n+1}) / \Delta z_{k+\frac{1}{2}} \right) \\ &= T_k^{n-1} + 2\Delta t(-\mathcal{A}(T_k^n) + \mathcal{D}_H(T_k^{n-1})) \end{aligned} \quad (2.30)$$

となり、

$$a = \frac{2\Delta t \kappa_{k-\frac{1}{2}}}{\Delta z_k \Delta z_{k-\frac{1}{2}}} \quad (2.31)$$

$$b = 1 + a + c \quad (2.32)$$

$$c = \frac{2\Delta t \kappa_{k+\frac{1}{2}}}{\Delta z_k \Delta z_{k+\frac{1}{2}}} \quad (2.33)$$

とすると、

$$-aT_{k-1}^{n+1} + bT_k^{n+1} - cT_{k+1}^{n+1} = T_k^{n-1} + 2\Delta t(-\mathcal{A}(T_k^n) + \mathcal{D}_H(T_k^{n-1})) \quad (2.34)$$

と書くことができる。 $\mathcal{F}_k \equiv -\mathcal{A}(T_k^n) + \mathcal{D}_H(T_k^{n-1})$ として、行列を用いて書くと以下ようになる。

$$\begin{pmatrix} b & -c & & & \\ -a & b & -c & & \\ & -a & b & -c & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & -a & b & -c \\ & & & & -a & b & -c \\ & & & & & -a & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1^{n+1} \\ T_2^{n+1} \\ T_3^{n+1} \\ \vdots \\ T_{KM-2}^{n+1} \\ T_{KM-1}^{n+1} \\ T_{KM}^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_1^{n-1} + 2\Delta t \mathcal{F}_1 \\ T_2^{n-1} + 2\Delta t \mathcal{F}_2 \\ T_3^{n-1} + 2\Delta t \mathcal{F}_3 \\ \vdots \\ T_{KM-2}^{n-1} + 2\Delta t \mathcal{F}_{KM-2} \\ T_{KM-1}^{n-1} + 2\Delta t \mathcal{F}_{KM-1} \\ T_{KM}^{n-1} + 2\Delta t \mathcal{F}_{KM} \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

左辺は 3 重対角行列の形をしている。

2.5.1 3 重対角行列の解法

一般に 係数行列が 3 重対角行列になる n 元連立 1 次方程式

$$\begin{pmatrix} B_1 & C_1 & & & \\ A_2 & B_2 & C_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & A_{n-1} & B_{n-1} & C_{n-1} \\ & & & A_n & B_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{n-1} \\ X_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_{n-1} \\ D_n \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

を解く際は、以下に示す LU 分解を変形した方法である Thomas 法を用いて解く。

第 2 章 微分方程式の差分解法の基礎

$$P_1 = C_1/B_1 \quad (2.37)$$

$$Q_1 = D_1/B_1 \quad (2.38)$$

$$P_k = \frac{C_k}{B_k - A_k P_{k-1}} \quad (2 \leq k \leq n-1) \quad (2.39)$$

$$Q_k = \frac{D_k - A_k Q_{k-1}}{B_k - A_k P_{k-1}} \quad (2 \leq k \leq n) \quad (2.40)$$

$$X_n = Q_n \quad (2.41)$$

$$X_k = Q_k - P_k X_{k+1} \quad (1 \leq k \leq n-1) \quad (2.42)$$

References

Durran, D. R., 1999: *Numerical methods for wave equations in geophysical fluid dynamics.*, Springer-Verlag, 465pp.

第3章 空間格子点配置と連続式

モデルの3次元的海領域は、海底に近接した部分は別として、緯度円、経度線、及びある決まった深さによって区切られる球面上の3次元的な矩形の箱の集合体として定義される。その箱の水平・鉛直の辺の長さをそれぞれ水平・鉛直の格子間隔とする。MRI.COMでは、格子間隔はその格子の方向に沿って変化することが許される(可変格子)。

3.1 水平格子点配置

図 3.1(a) に水平的な格子点配置を示す。速度の2成分と海底深度は水平的な箱の中央部(×)で定義され、トレーサ(水温と塩分)、密度、固定海面の場合の流線関数、及び自由海面の場合の海面高度は箱の四つ角の点(○)で定義される。今後、簡単のために、速度を定義する点をU-点、またこれを中心とする箱(図 3.1(a))をU-box、トレーサを定義する点をT-点、これを中心とする箱(U-boxとは斜めにずれ、海岸に近接した所では部分的な箱となる(図 3.3))をT-boxと呼ぶ。海岸線はU-boxの縁、すなわちT-点を結ぶ線で定義される。このような水平格子点配置はArakawaのB-格子(Arakawa 1972)と呼ばれるものである。

同じくArakawaのB-格子を用いていても、MOM及びCOCO(CCSR)では基本的な箱はT-boxであり、海岸線はU-点を結ぶ線で定義され、変数の配置も異なる(図 3.1(b))。

水平的な可変格子の場合には、図 3.1(c) に示すように、T-点はT-boxのちょうど中心で定義されるが、U-点はU-boxの中心からずれ、隣り合うU-点同士の間でboxの壁が存在するように定義される。

本章を含め、差分表現を行う際には、変数名の右下に添字をつけて表現するが、水平方向には、例えばT-点を基準とし、それを添字 (i, j) と表現した場合、その右上のU-点は $(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})$ と表現する。章によっては、基準点をT-点以外にとる場合があるが、差分式を示す前に、基準をどこにとるのかを示すことにする。

3.2 鉛直格子点配置

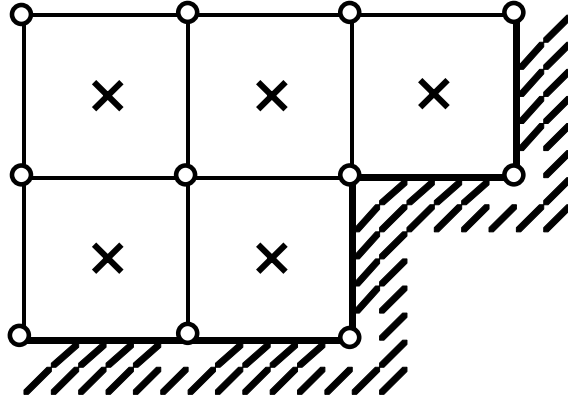
鉛直格子点配置は可変格子が普通である(表層は細かく、深層は粗い)。図 3.2(a) に示すように、boxの中央部の深さでトレーサ(○)と流速(×)を、境界で鉛直の質量フラックス W (△、□)を定義するが、鉛直に隣り合うトレーサ・流速レベルのちょうど中間にbox境界が来るようにする。また、 W はT-boxに対するもの(W^T ; △)とU-boxに対するもの(W^U ; □)の2種類を定義するが、次節で述べるように、 W^U は W^T の平均操作により求める。それらの水平的な位置関係は図 3.1(a) で示したT-点、U-点に対応するものである。

海底地形をできるだけ滑らかに表現するために、各水平格子box(U-box)の最深層はその基準層厚の1割程度を切らない範囲で可変である(図 3.2(b))。もし、これができないと、緩やかに変化する海底は図 3.2(c) に示すように、広い平底と所々の1鉛直格子分の崖によって表され、崖に集中する鉛直流速によって、崖に沿って非現実的な水平的に強い流れが形成される場合が出現する。

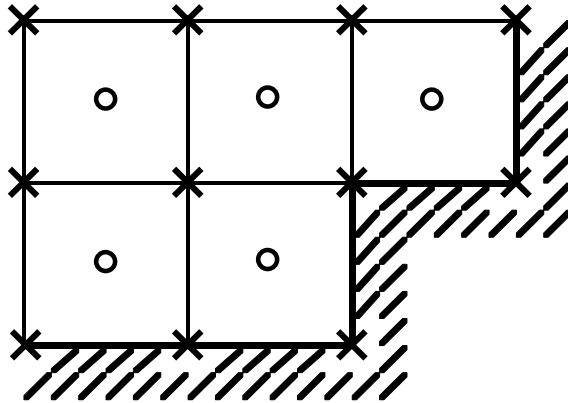
差分表現を行う際の鉛直方向の添字のつけ方は、鉛直流速が定義されるレベルをT-点、U-点の上面とし、それを k と表現した場合、T-点、U-点は $k + \frac{1}{2}$ で定義される(図 3.2(a))。章によっては、基準点を鉛直流速のレベル以外にとる場合があるが、差分式を示す前に、基準をどこにとるのかを示すことにする。

第3章 空間格子点配置と連続式

(a)



(b)



(c)

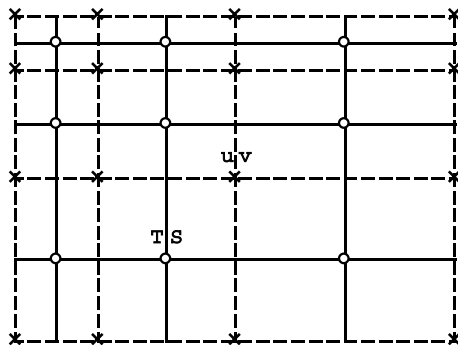
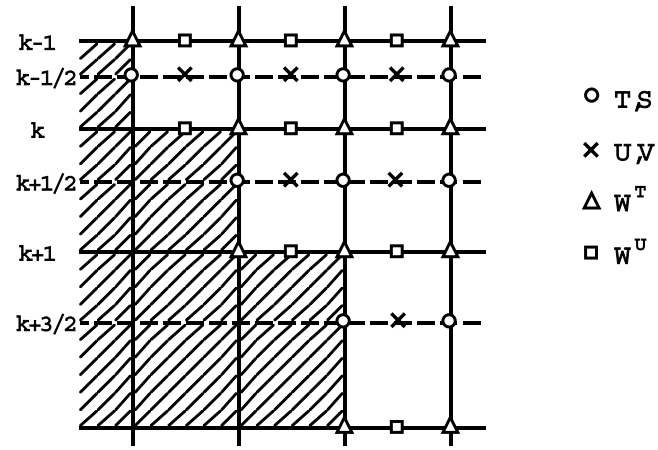
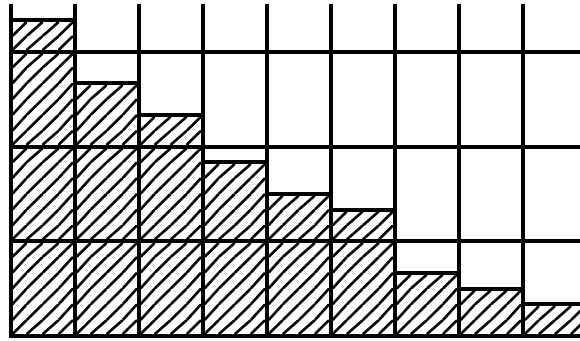


図 3.1: 水平格子点配置。(a) MRI.COM ($\circ : T, S, \psi, \eta$, $\times : u, v, H$), (b) MOM 及 ψ COCO ($\circ : T, S, \psi, \eta, H$, $\times : u, v$), (c) MRI.COM の水平可変格子

(a)



(b)



(c)

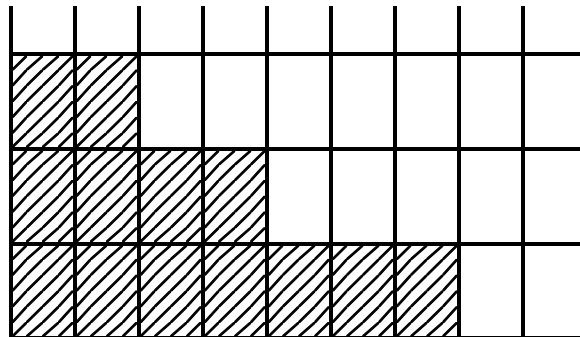


図 3.2: 鉛直格子点配置。(a) 格子点配置, (b) 滑らかに変化する海底, (c) 階段状に変化する海底

3.3 連続式

運動量・トレーサの移流表現のもとになる質量（体積）フラックスは連続式の差分表現によって表される。T-box と U-box（図 3.3）に対する連続式の差分表現は異なる。MRI.COM では T-box に対する連続式を基本とし、その平均操作によって U-box に対する連続式を導き出す。これにより、U-box に対する連続式を独立に求めた場合に現れる W^U の大きなノイズ（格子間隔が小さくなるほど大きくなる）（Webb 1995）を防ぐことができる。

T-box に対する連続式の差分表現は、box の各面を通過する質量フラックスを用いて、図 3.3(a) に基づき以下ようになる。

$$\begin{aligned} MC_{i,j}^T &\equiv U_{i-\frac{1}{2},j}^T - U_{i+\frac{1}{2},j}^T + V_{i,j-\frac{1}{2}}^T - V_{i,j+\frac{1}{2}}^T + W_{i,j,k+1}^T - W_{i,j,k}^T \\ &= 0, \end{aligned} \quad (3.1)$$

ここに、

$$U_{i+\frac{1}{2},j}^T = u_{i+\frac{1}{2},j}^* \Delta y_{i+\frac{1}{2},j} \Delta z, \quad V_{i,j+\frac{1}{2}}^T = v_{i,j+\frac{1}{2}}^* \Delta x_{i,j+\frac{1}{2}} \Delta z, \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} u_{i+\frac{1}{2},j}^* &= \frac{1}{2}(u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + u_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}), \\ v_{i,j+\frac{1}{2}}^* &= \frac{1}{2}(v_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + v_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}) \end{aligned} \quad (3.3)$$

である。海岸線に沿った部分 T-box（図 3.3(b)）に対しては以下のように定義される。

$$V_{i,j+\frac{1}{2}}^T = \frac{1}{2}v_{i,j+\frac{1}{2}}^* \Delta x_{i,j+\frac{1}{2}} \Delta z, \quad V_{i,j-\frac{1}{2}}^T = \frac{1}{2}v_{i,j-\frac{1}{2}}^* \Delta x_{i,j-\frac{1}{2}} \Delta z, \quad (3.4)$$

$$v_{i,j+\frac{1}{2}}^* = v_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}, \quad v_{i,j-\frac{1}{2}}^* = v_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}, \quad u_{i-\frac{1}{2},j}^* = 0. \quad (3.5)$$

また、図 3.3(c) のような凸部に対しては、

$$U_{i-\frac{1}{2},j}^T = \frac{1}{2}u_{i-\frac{1}{2},j}^* \Delta y_{i-\frac{1}{2},j} \Delta z, \quad V_{i,j-\frac{1}{2}}^T = \frac{1}{2}v_{i,j-\frac{1}{2}}^* \Delta x_{i,j-\frac{1}{2}} \Delta z, \quad (3.6)$$

$$u_{i-\frac{1}{2},j}^* = u_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}, \quad v_{i,j-\frac{1}{2}}^* = v_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}, \quad (3.7)$$

となる。

$W_{i,j}^T$ に対する境界条件は、

$$W_{i,j}^T = 0$$

が海面と海底（固定海面モデル）または、海底だけ（自由海面モデル）で成り立つことである。

一方、U-box($i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}$) に対する連続式は、図 3.3(a,b,c) から

$$\begin{aligned} MC_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^U &\equiv \frac{MC_{i,j,k+\frac{1}{2}}^T}{N_{i,j,k+\frac{1}{2}}} + \frac{MC_{i+1,j,k+\frac{1}{2}}^T}{N_{i+1,j,k+\frac{1}{2}}} + \frac{MC_{i,j+1,k+\frac{1}{2}}^T}{N_{i,j+1,k+\frac{1}{2}}} + \frac{MC_{i+1,j+1,k+\frac{1}{2}}^T}{N_{i+1,j+1,k+\frac{1}{2}}} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

によって定義され、 $N_{i,j,k+\frac{1}{2}}$ は $k+1/2$ 層目の T-点 (i, j) の周りでの海 box の数を表す。図 3.3(a) のように地形から離れている場合には一般に $N = 4$ であるが、図 3.3(b,c) のように地形に接する T-box に対しては $N < 4$ となる。上式は U-box の質量収束が、周りの 4 つの T-box の質量収束の和から成ることを表す。

海岸地形から十分離れた U-box($i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}$) に対する連続式（標準型）は、

$$\begin{aligned} MC_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^U &\equiv \frac{1}{4}(MC_{i,j}^T + MC_{i+1,j}^T + MC_{i,j+1}^T + MC_{i+1,j+1}^T) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

であり、書き下すと以下ようになる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(U_{i,j}^U + U_{i,j+1}^U) - \frac{1}{2}(U_{i+1,j}^U + U_{i+1,j+1}^U) + \frac{1}{2}(V_{i,j}^U + V_{i+1,j}^U) \\ - \frac{1}{2}(V_{i,j+1}^U + V_{i+1,j+1}^U) = W_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^U - W_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1}^U \end{aligned} \quad (3.10)$$

ここに、 $U_{i,j}^U$ 、 $V_{i,j}^U$ 、 $W_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^U$ はそれぞれ以下のように定義される。

$$U_{i,j}^U = u_{mi,j} \Delta y_{i,j} \Delta z, \quad V_{i,j}^U = v_{mi,j} \Delta x_{i,j} \Delta z, \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} u_{mi,j} &= \frac{1}{2}(u_{i+\frac{1}{2},j}^* + u_{i-\frac{1}{2},j}^*), \\ v_{mi,j} &= \frac{1}{2}(v_{i,j+\frac{1}{2}}^* + v_{i,j-\frac{1}{2}}^*), \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$W_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^U = \frac{1}{4}(W_{i,j,k}^T + W_{i+1,j,k}^T + W_{i,j+1,k}^T + W_{i+1,j+1,k}^T). \quad (3.13)$$

このように、標準型に対しては、(3.2)、(3.11)、(3.12) より、

$$\begin{aligned} U_{i,j}^U &= \frac{1}{2}(U_{i+\frac{1}{2},j}^T + U_{i-\frac{1}{2},j}^T), \\ V_{i,j}^U &= \frac{1}{2}(V_{i,j+\frac{1}{2}}^T + V_{i,j-\frac{1}{2}}^T) \end{aligned} \quad (3.14)$$

が成り立つ。

水平可変格子（図 3.1(c)）に対しても、以上の関係はそのまま成り立つ。

標準型の連続式 (3.10) の左辺は水平の座標軸の方向に沿った質量フラックスの収束を表し、連続式自体としてはこれで完了であるが、運動量移流の計算に用いる場合には左辺を次のように書き換えて座標軸に対して斜め方向の質量フラックスの収束として表現したものも使用する。すなわち、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(U_{i,j}^U + V_{i,j}^U) - \frac{1}{2}(U_{i+1,j+1}^U + V_{i+1,j+1}^U) + \frac{1}{2}(U_{i,j+1}^U - V_{i,j+1}^U) \\ - \frac{1}{2}(U_{i+1,j}^U - V_{i+1,j}^U) = W_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^U - W_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1}^U \end{aligned} \quad (3.15)$$

左辺第 1 項を例に取ると、(3.14) より

$$U_{i,j}^U + V_{i,j}^U = \frac{1}{2}((U_{i-\frac{1}{2},j}^T + V_{i,j-\frac{1}{2}}^T) + (U_{i+\frac{1}{2},j}^T + V_{i,j+\frac{1}{2}}^T)). \quad (3.16)$$

もし、流れの水平非発散を仮定すると、右辺第 1 項の $U_{i-\frac{1}{2},j}^T$ と $V_{i,j-\frac{1}{2}}^T$ はそれぞれ 2 つの U-点 ($i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}$) と ($i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}$)、並びに ($i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}$) と ($i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}$) での流線関数を用いて表現でき、その和は結局 2 つの U-点 ($i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}$) と ($i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}$) を結ぶ斜めの断面を横切る正味の質量フラックスとなる（図 3.3(b)）。右辺第 2 項も経路は異なるが同じものを意味する。従って、(3.15) の左辺を 2 倍したものは 4 つの U-点 ($i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}$)、($i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}$)、($i + \frac{3}{2}, j + \frac{1}{2}$) および ($i + \frac{1}{2}, j + \frac{3}{2}$) で定義される斜めの矩形に対する水平収束を表し、全体に $1/2$ を掛けることにより、水平断面積が半分である U-box($i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}$) に対する水平収束を表す。

第3章 空間格子点配置と連続式

(3.10) の左辺を $A_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}$ 、(3.15) の左辺を $B_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}$ とすると、運動量移流で用いられる U-box に対する連続式の標準型は

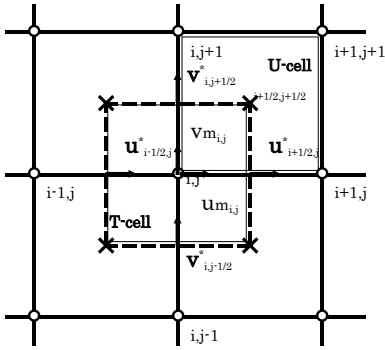
$$\alpha A_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + \beta B_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} = W_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^U - W_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k+1}^U \quad (3.17)$$

ただし、

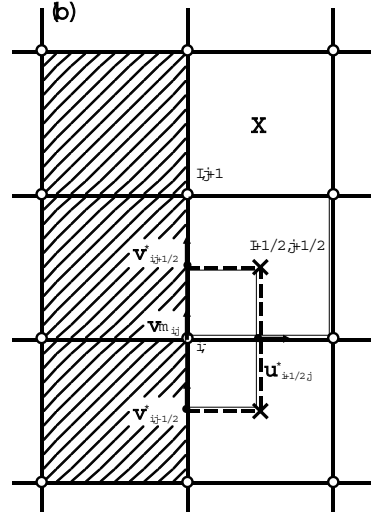
$$\alpha + \beta = 1 \quad (3.18)$$

と表される。後に示されるように、一般化された荒川スキームでは $(\alpha, \beta) = (2/3, 1/3)$ 、また、地形近傍で一般化した連続式から導かれる標準型では $(\alpha, \beta) = (1/2, 1/2)$ となる。Webb (1995) が提唱しているのは $(\alpha, \beta) = (1, 0)$ である。

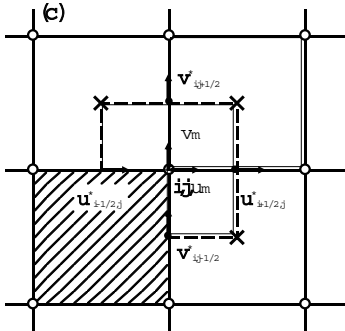
(a)



(b)



(c)



(d)

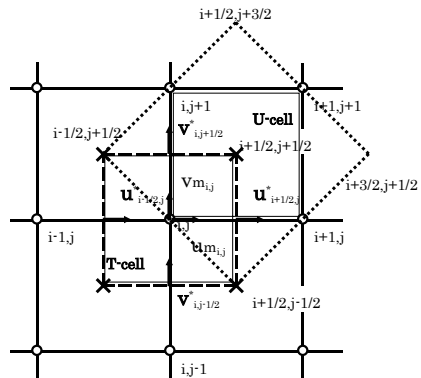


図 3.3: 変数の水平配置。(a) T-box と U-box の関係 (標準型)、(b),(c) T-box と U-box の関係 (沿岸部)、(d) 水平座標軸に斜め方向の矩形 box と質量フラックス

3.4 面積計算

MRI.COM では、方程式を解く際、U-box, T-box の境界面からの出入りの収支として物理量の時間変化を計算するが、この際、各格子箱の面積・体積を計算しておくことが必要となる。これらの面積・体積は以下のように数値的に計算する。

モデル座標 (μ, ψ, a) で表す球面上の点の経度 λ 、緯度 ϕ はあらかじめ与えられている。つまり、

$$\lambda = \lambda(\mu, \psi), \quad \phi = \phi(\mu, \psi)$$

なる関数関係がある。

たとえばある T-点 $(\mu(i), \psi(j))$ とそこから $1/2$ 格子分東側の点 $(\mu(i + \frac{1}{2}), \psi(j))$ との間隔 (モデル内変数名: dx_bl) については、 $\mu_1 = \mu(i), \mu_2 = \mu(i + \frac{1}{2}), \psi_1 = \psi(j)$ とし、 μ_1 と μ_2 を M 分割して、数値的に以下のように近似できる。

$$\sum_{m=1}^M L \left[\lambda \left(\mu_1 + (m-1)\delta\mu, \psi_1 \right), \phi \left(\mu_1 + (m-1)\delta\mu, \psi_1 \right), \lambda \left(\mu_1 + m\delta\mu, \psi_1 \right), \phi \left(\mu_1 + m\delta\mu, \psi_1 \right) \right] \quad (3.19)$$

ここで、 $L[\lambda_1, \phi_1, \lambda_2, \phi_2]$ は球面上の 2 点 (λ_1, ϕ_1) と (λ_2, ϕ_2) を結ぶ大円距離とする。また、 $\delta\mu = (\mu_2 - \mu_1)/M$ である。

同様にして、4 点 $(\mu(i), \psi(j))$ 、 $(\mu(i + \frac{1}{2}), \psi(j))$ 、 $(\mu(i + \frac{1}{2}), \psi(j + \frac{1}{2}))$ 、 $(\mu(i), \psi(j + \frac{1}{2}))$ で囲まれる $1/4$ 格子単位の面積 (a_bl) は、 $\psi_2 = \psi(j + \frac{1}{2})$ 、 $\delta\psi = (\psi_2 - \psi_1)/N$ (ψ_1 と ψ_2 を N 分割する) として

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M L \left[\lambda \left(\mu_1 + (m-1)\delta\mu, \psi_1 + (n-1)\delta\psi \right), \quad \phi \left(\mu_1 + (m-1)\delta\mu, \psi_1 + (n-1)\delta\psi \right), \right. \\ & \quad \lambda \left(\mu_1 + m\delta\mu, \psi_1 + (n-1)\delta\psi \right), \quad \phi \left(\mu_1 + m\delta\mu, \psi_1 + (n-1)\delta\psi \right) \\ & \quad \times \\ & \quad L \left[\lambda \left(\mu_1 + (m-1)\delta\mu, \psi_1 + n\delta\psi \right), \quad \phi \left(\mu_1 + (m-1)\delta\mu, \psi_1 + n\delta\psi \right), \right. \\ & \quad \lambda \left(\mu_1 + m\delta\mu, \psi_1 + n\delta\psi \right), \quad \phi \left(\mu_1 + m\delta\mu, \psi_1 + n\delta\psi \right) \left. \right] \quad (3.20) \end{aligned}$$

のように計算する。

$a_bl_{i,j}$ は U-点左下の $1/4$ 格子単位の面積であるが、同様にして $a_br_{i,j}$ (右下)、 $a_tl_{i,j}$ (左上)、 $a_tr_{i,j}$ (右上) も求める。

U 点を中心とする格子単位の面積:

$$area_{i,j} = a_bl_{i,j} + a_br_{i,j} + a_tl_{i,j} + a_tr_{i,j} \quad (3.21)$$

T 点を中心とする格子単位の面積:

$$area_{i,j} = a_bl_{i,j} + a_br_{i-1,j} + a_tl_{i,j-1} + a_tr_{i-1,j-1} \quad (3.22)$$

となる。

第3章 空間格子点配置と連続式

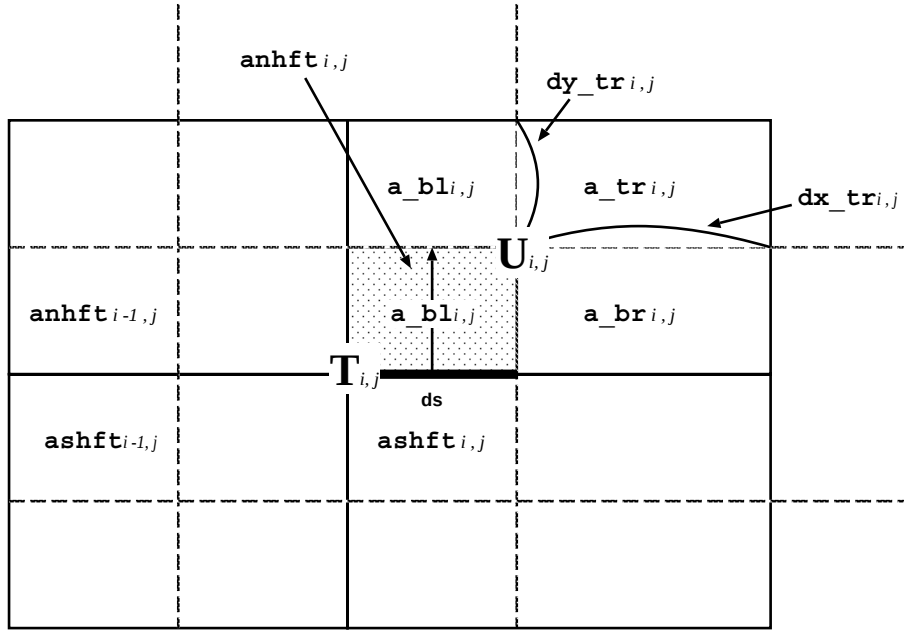


図 3.4: 面積を計算する際の格子単位

地理座標の場合

T-box を 4 分割したものを考える (図 3.4)。T 点の北東部分 (anhft、北西部分も同じ面積を持つ) については、図 3.4 の太線を緯度方向に積分 $[\phi, \phi + \Delta\phi/2]$ したものととして求める。ただし、 $\Delta\phi = \phi(j + \frac{1}{2}) - \phi(j - \frac{1}{2})$ である。緯線に沿った太線の長さ (Δs) は、T 点の緯度 $\phi(j)$ 、T 点の格子単位の東西幅 $\Delta\lambda = \lambda(i + \frac{1}{2}) - \lambda(i - \frac{1}{2})$ 、地球半径 a を用いて

$$\Delta s = a \frac{\Delta\lambda}{2} \cos \phi \quad (3.23)$$

と表される。これを緯度方向に積分する。

$$\begin{aligned} \text{anhft}_{i,j} &= \int_{\phi}^{\phi + \frac{\Delta\phi}{2}} \Delta s a d\phi = \frac{a^2 \Delta\lambda}{2} \int_{\phi}^{\phi + \frac{\Delta\phi}{2}} \cos \phi d\phi = \frac{a^2 \Delta\lambda}{2} \left\{ \sin \left(\phi + \frac{\Delta\phi}{2} \right) - \sin \phi \right\} \\ &= a^2 \Delta\lambda \cos \left(\phi + \frac{\Delta\phi}{4} \right) \sin \frac{\Delta\phi}{4} \\ &= a^2 \Delta\lambda \left(\cos \phi \cos \frac{\Delta\phi}{4} - \sin \phi \sin \frac{\Delta\phi}{4} \right) \sin \frac{\Delta\phi}{4} \\ &= a^2 \Delta\lambda \cos \phi \cos \frac{\Delta\phi}{4} \sin \frac{\Delta\phi}{4} \left(1 - \tan \phi \tan \frac{\Delta\phi}{4} \right) \\ &= \frac{a^2}{2} \Delta\lambda \cos \phi \sin \frac{\Delta\phi}{2} \left(1 - \tan \phi \tan \frac{\Delta\phi}{4} \right) \end{aligned} \quad (3.24)$$

同様にして、T 点の南東の部分 (モデル内の変数名は、ashft、南西部分も同じ面積を持つ) の面積は次のようになる。

$$\text{ashft}_{i,j} = \frac{a^2}{2} \Delta\lambda \cos \phi \sin \frac{\Delta\phi}{2} \left(1 + \tan \phi \tan \frac{\Delta\phi}{4} \right) \quad (3.25)$$

北極・南極（T点）では、 $\phi = \pm 90^\circ$ なので、式 (3.24)、式 (3.25) をそれぞれ

$$\text{anhft}_{i,j} = \frac{a^2}{2} \Delta\lambda \sin \frac{\Delta\phi}{2} \left(\cos \phi - \sin \phi \tan \frac{\Delta\phi}{4} \right) \quad (3.26)$$

$$\text{ashft}_{i,j} = \frac{a^2}{2} \Delta\lambda \sin \frac{\Delta\phi}{2} \left(\cos \phi + \sin \phi \tan \frac{\Delta\phi}{4} \right) \quad (3.27)$$

とした上で、北極で

$$\text{anhft}_{i,j} = 0 \quad (3.28)$$

$$\text{ashft}_{i,j} = \frac{a^2}{2} \Delta\lambda \sin \frac{\Delta\phi}{2} \tan \frac{\Delta\phi}{4} \quad (3.29)$$

南極で

$$\text{anhft}_{i,j} = \frac{a^2}{2} \Delta\lambda \sin \frac{\Delta\phi}{2} \tan \frac{\Delta\phi}{4} \quad (3.30)$$

$$\text{ashft}_{i,j} = 0 \quad (3.31)$$

とする。

モデルでは、

$$\text{a_bl}_{i,j} = \text{anhft}_{i,j}$$

$$\text{a_br}_{i,j} = \text{anhft}_{i+1,j}$$

$$\text{a_tl}_{i,j} = \text{ashft}_{i,j+1}$$

$$\text{a_tr}_{i,j} = \text{ashft}_{i+1,j+1}$$

とし、(3.21)、(3.22) 式によって U-点、T-点を中心とする格子単位の面積を計算する。

References

- Arakawa, A. 1972: Design of the UCLA general circulation model, *Numerical Simulation Weather and Climate, Tech. Rep. No. 7, Dep. of Meteorology, University of California, Los Angeles*, 116 pp.
- Ishizaki, H. and T. Motoi, 1999: Reevaluation of the Takano-Oonishi scheme for momentum advection on bottom relief in ocean models, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, **16**, 1994–2010.
- Webb, D. J., 1995: The vertical advection of momentum in Bryan-Cox-Semtner ocean general circulation models, *J. Phys. Oceanogr.*, **25**, 3186–3195.

第4章 順圧渦度方程式

本章では rigid-lid 近似を用いて順圧流線関数を計算する方法を説明する。

解くべき順圧渦度方程式は (1.71) であり、1.2.1 で述べたように Kamenkovich の方法により $\frac{\partial \Psi}{\partial t}$ を求め、時間積分して Ψ を求める。ここでは、この手続きを数値的にどのように行なうかを述べる。

4.1 非斉次解; サブルーチン `rlxitr`

非斉次解は、大陸と全ての島の内部と岸で $\Psi = 0$ という境界条件の下で Poisson 方程式を解いた解である。

まず、(1.71) のコリオリ項を右辺に移項して、左辺を差分化し、

$$\Delta \mu_i \Delta \psi_j \left[\overline{\left(\frac{1}{H} \frac{h_\psi}{h_\mu} \overline{\delta_\mu \Phi^\psi} \right)^\psi} + \overline{\left(\frac{1}{H} \frac{h_\mu}{h_\psi} \overline{\delta_\psi \Phi^\mu} \right)^\mu} \right] = Z_{ij} \quad (4.1)$$

とする。ここに、 $\Phi \equiv \frac{\partial \Psi}{\partial t}$ とおいた。右辺 Z_{ij} はサブルーチン `CLINIC` で計算しており、既知である。差分オペレータの定義は以下のとおり。

$$\begin{aligned} \delta_\mu A_i &\equiv \frac{A_{i+\frac{1}{2}} - A_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta \mu_i}, & \delta_\mu A_{i+\frac{1}{2}} &\equiv \frac{A_{i+1} - A_i}{\Delta \mu_{i+\frac{1}{2}}}, \\ \overline{A_i}^\mu &\equiv \frac{A_{i+\frac{1}{2}} + A_{i-\frac{1}{2}}}{2}, & \overline{A_{i+\frac{1}{2}}}^\mu &\equiv \frac{A_{i+1} + A_i}{2} \end{aligned} \quad (4.2)$$

ψ についても同様である。(4.1) を

$$\begin{aligned} &P_{1ij} \Phi_{i+1,j+1} + P_{2ij} \Phi_{i-1,j+1} + P_{3ij} \Phi_{i-1,j-1} + P_{4ij} \Phi_{i+1,j-1} \\ + &Q_{1ij} \Phi_{i,j+1} + Q_{2ij} \Phi_{i,j-1} + Q_{3ij} \Phi_{i+1,j} + Q_{4ij} \Phi_{i-1,j} - A_{0ij} \Phi_{ij} = Z_{ij} \end{aligned} \quad (4.3)$$

のように書くと、

$$\begin{aligned} P_{1ij} &= P_{\mu i,j} \Delta \mu_i + P_{\psi i,j} \Delta \psi_j \\ P_{2ij} &= P_{\mu i-1,j} \Delta \mu_i + P_{\psi i-1,j} \Delta \psi_j \\ P_{3ij} &= P_{\mu i-1,j-1} \Delta \mu_i + P_{\psi i-1,j-1} \Delta \psi_j \\ P_{4ij} &= P_{\mu i,j-1} \Delta \mu_i + P_{\psi i,j-1} \Delta \psi_j \\ Q_{1ij} &= (P_{\mu i,j} + P_{\mu i-1,j}) \Delta \mu_i - (P_{\psi i,j} + P_{\psi i-1,j}) \Delta \psi_j \\ Q_{2ij} &= (P_{\mu i-1,j-1} + P_{\mu i,j-1}) \Delta \mu_i - (P_{\psi i-1,j-1} + P_{\psi i,j-1}) \Delta \psi_j \\ Q_{3ij} &= (P_{\psi i,j} + P_{\psi i,j-1}) \Delta \psi_j - (P_{\mu i,j} + P_{\mu i,j-1}) \Delta \mu_i \\ Q_{4ij} &= (P_{\psi i-1,j} + P_{\psi i-1,j-1}) \Delta \psi_j - (P_{\mu i-1,j} + P_{\mu i-1,j-1}) \Delta \mu_i \\ A_{0ij} &= P_{1ij} + P_{2ij} + P_{3ij} + P_{4ij} \end{aligned} \quad (4.4)$$

第4章 順圧渦度方程式

となる。ここに、

$$\begin{aligned} P_{\mu i,j} &= \frac{1}{4H_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}\Delta\psi_{j+\frac{1}{2}}} \frac{h_{\mu i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{h_{\psi i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \\ P_{\psi i,j} &= \frac{1}{4H_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}\Delta\mu_{i+\frac{1}{2}}} \frac{h_{\psi i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{h_{\mu i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (4.5)$$

である。これらの係数は時間変化しないので、サブルーチン **RDBNDT** で一回だけ計算してメモリに格納しておく。あとは (4.3) を Φ_{ij} の連立一次方程式として解けばよい。方法はいくつかあるが、以下で述べるような反復法が一般的である。

Jacobi の方法と呼ばれる反復法は以下のようなものである。適当な初期推定値 (Φ^0 ; 前の時間ステップの値を使うことが多い) を与え、(4.3) に代入し、等号がなりたつように Φ_{ij}^0 を Φ_{ij}^1 に置き換える、という操作を各格子点について行ない Φ^1 を求める。この操作を推定値の変化が十分小さくなるまで繰り返す。つまり、 n 回目の推定値を用いたときの残差を

$$\begin{aligned} R_{ij}^n &= P_{1ij}\Phi_{i+1,j+1}^n + P_{2ij}\Phi_{i-1,j+1}^n + P_{3ij}\Phi_{i-1,j-1}^n + P_{4ij}\Phi_{i+1,j-1}^n \\ &+ Q_{1ij}\Phi_{i,j+1}^n + Q_{2ij}\Phi_{i,j-1}^n + Q_{3ij}\Phi_{i+1,j}^n + Q_{4ij}\Phi_{i-1,j}^n - A_{0ij}\Phi_{ij}^n - Z_{ij} \end{aligned} \quad (4.6)$$

とすると、次の推定値は

$$\Phi_{ij}^{n+1} = \Phi_{ij}^n + R_{ij}^n / A_{0ij} \quad (4.7)$$

である。 R_{ij}^n が十分小さくなった時点の推定値を解とする。

Jacobi の方法を改良して、残差を

$$\begin{aligned} R_{ij}^n &= P_{1ij}\Phi_{i+1,j+1}^n + P_{2ij}\Phi_{i-1,j+1}^n + P_{3ij}\Phi_{i-1,j-1}^{n+1} + P_{4ij}\Phi_{i+1,j-1}^{n+1} \\ &+ Q_{1ij}\Phi_{i,j+1}^n + Q_{2ij}\Phi_{i,j-1}^{n+1} + Q_{3ij}\Phi_{i+1,j}^n + Q_{4ij}\Phi_{i-1,j}^{n+1} - A_{0ij}\Phi_{ij}^n - Z_{ij} \end{aligned} \quad (4.8)$$

とする (つまり、 $(i=1, j=1), (i=2, j=1), \dots$ という順番に Φ の値を更新していったときに、既に更新されている格子点については、新しい推定値を用いる; 図 4.1) ことによって収束を速める方法を **Gauss-Seidel** 法と呼ぶ。

さらに、

$$\Phi_{ij}^{n+1} = \Phi_{ij}^n + \omega R_{ij}^n / A_{0ij} \quad (1 < \omega < 2) \quad (4.9)$$

のように、残差よりも少し大きな値を足すことによって収束が速まることが知られており、(4.8)(4.9) を用いた反復法を **Successive Over-Relaxation (SOR)** と呼ぶ。

SOR は収束は速いが、各格子点の計算を順番に行なう必要があり、並列計算やベクトル計算には不向きである。そこで、**MRI.COM** では 4 色法と呼ばれる方法を採用している。これは、まず i, j ともに奇数の格子点 (白ぬき) の Φ を更新し、次に i が偶数、 j が奇数の格子点 (タイル)、次に i が奇数、 j が偶数の格子点 (斜線)、最後に i, j ともに偶数の格子点 (点々)、という順番に更新していく方法である (図 4.2)。同じ色の格子点どうしは隣り合わないの、順番に計算しても並列に計算しても結果は変わらない。また、既に更新された色の格子点については新しい値を参照するので、**Jacobi** の方法よりは収束が速い。係数 ω は 1 より大きいものを用いる。

ω の値によって収束の速さは変化するが、**MRI.COM** では 500 時間ステップに 1 回サブルーチン **DETOVR** を呼んで、いくつかの係数を用いて実際に反復法で方程式を解き、反復回数が最小になる係数を採用するようにしている。

MRI.COM ではオプション **CONVCHK** をオンにしたときだけ収束判定を行ない、そうでないときは設定した回数だけ反復を行う。収束判定は

$$\text{Max}(|R|) / \text{Max}(|\Phi|) < \varepsilon \quad (4.10)$$

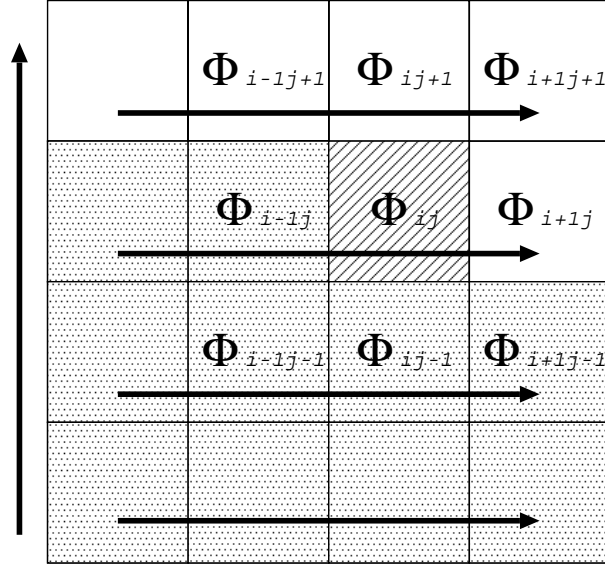


図 4.1: Gauss-Seidel 法:点々の部分は既に更新済で新しい値を参照できる

という条件で行なう。ただし、初めのうちは収束判定は行わず、前の時間ステップで収束に要した回数を記憶しておき、その回数に近付いたら収束判定をする。

4.2 島の取り扱い; サブルーチン relax

島の岸にあたる格子点はあらかじめ島ごとに求めておきファイルに格納しておく (図 4.3)。また、斉次解 (図 4.4) と (1.83) の左辺の係数もあらかじめ計算しておき、ファイルに格納しておく。(1.83) の右辺を差分化すると、 l 番目の島について

$$\begin{aligned}
 & \sum_{m=1}^{M_l} [P_{1i_m j_m} \Phi_{i_m+1, j_m+1} + P_{2i_m j_m} \Phi_{i_m-1, j_m+1} + P_{3i_m j_m} \Phi_{i_m-1, j_m-1} + P_{4i_m j_m} \Phi_{i_m+1, j_m-1} \\
 & + Q_{1i_m j_m} \Phi_{i_m, j_m+1} + Q_{2i_m j_m} \Phi_{i_m, j_m-1} + Q_{3i_m j_m} \Phi_{i_m+1, j_m} + Q_{4i_m j_m} \Phi_{i_m-1, j_m} \\
 & - A_{0i_m j_m} \Phi_{i_m j_m} - Z_{i_m j_m}]
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

となる。 i_m, j_m は l 番目の島の岸の格子点のうち m 番目の格子点の座標である。あとは 1 節に述べた方法で各島の斉次解の大きさを求め、非斉次解と足して Φ を求めればよい。

4.3 並列化の問題

メモリ分散型の並列計算機 (SR8000 のノード間並列化) を用いる場合、4 色法では各色の格子点の更新が終わるたびにプロセッサ間のデータ転送の必要が生じるため、並列化効率が非常に悪い。

Xie and Adams (1999) による Parallel SOR (PSOR) と、その改良である石井・栗原 (2002) の PSOR2 は、各プロセッサの担当領域の辺にあたる格子点のデータを先に計算して隣りのプロセッサに送ってしまい、送りながら内部の格子点を更新する、という方法で転送にかかる時間を減らしている。

今後、このような方法を MRI.COM に応用することで、rigid-lid でも効率的な計算ができる可能性がある。

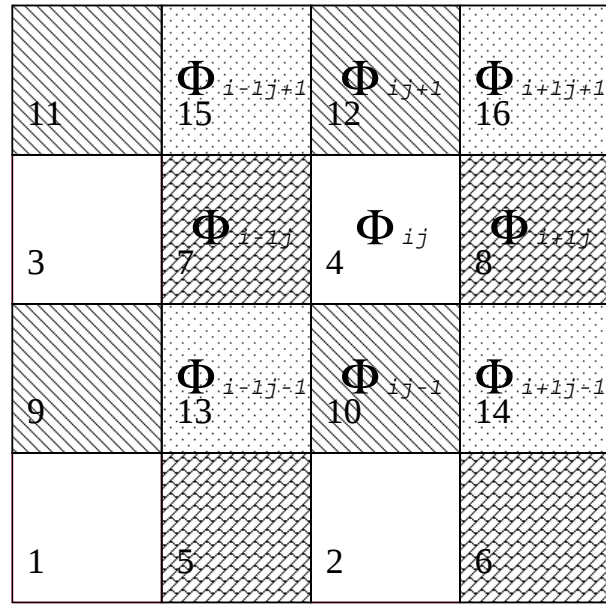


図 4.2: 4 色法 : 各格子左下の数字の順番で Φ を計算していく

References

- Xie, Dexuan, and Loyce Adams, 1999: New parallel SOR method by domain partitioning., *SIAM J. Sci. Comput.*, **20**, 2261-2281.
- 石井 正好, 栗原 和夫, 2002: Poisson 方程式の高速数値解法 — PSOR 法とマルチグリッド法の紹介 —, *天気*, **49**, 504-606.

4.3. 並列化の問題

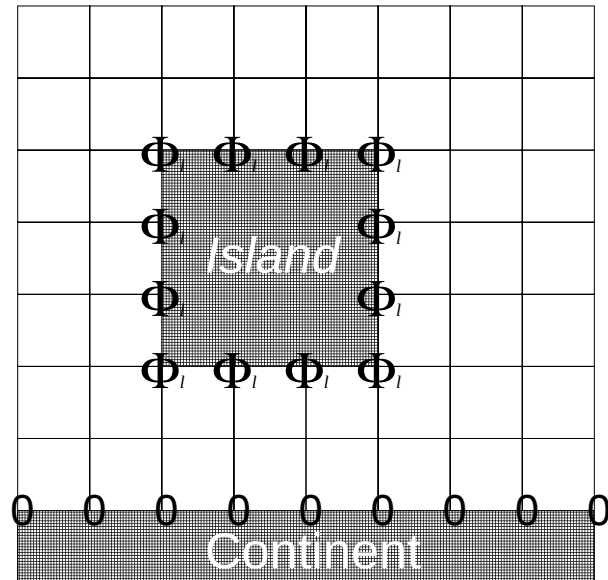


図 4.3: 島の岸の格子点

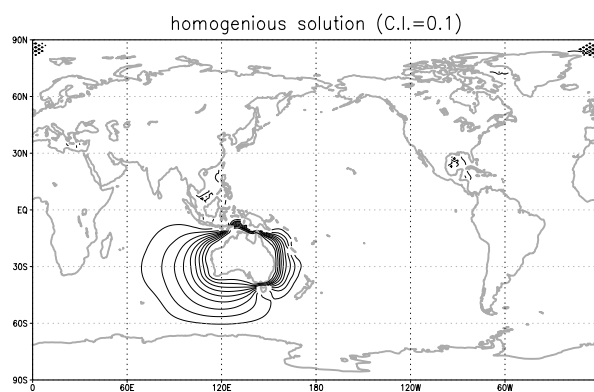


図 4.4: 斉次解の例

第5章 自由表面方程式

運動方程式の順圧成分を解くのに、rigid-lid 近似を行なって順圧渦度方程式を解く方法を前節で扱った。この方法は緩和法を用いるが、繰り返し計算回数は東西、南北の格子点数のうち大きい方の数くらいかかる。これに対して、自由表面にした場合、傾圧成分の時間間隔に対して、順圧成分の時間間隔は 70 ~ 100 分の 1 である。高分解能のモデル計算を行なう場合には、こちらの方が有利である可能性が高い*。さらに、並列計算を行なうことを考えた場合には、渦度方程式より、自由表面方程式の方が効率的である。主にこのような理由から、順圧成分を解くのに rigid-lid 近似が採用されていた、GFDL 型 OGCM に自由表面方程式を解くオプションが加えられるようになった。この節では、自由表面にした場合の方程式の解き方を説明する。

混合層を適切に表現するためには第 1 層目の厚みを 1m 程度に薄く設定する必要がある。しかしながら、標準的な自由表面を導入する場合、初期に設定した第 1 層目よりも海面が下がった時点で第 1 層目の厚さが 0 になり計算がストップするため、第 1 層目の厚さをある程度以上にする必要がある。特に world ocean では、海面が高いところ比べて相対的に数 m も低下する場所が現われる†。

この問題を解決するために、標準的な自由表面スキームでは第 1 層目の厚みだけが変化するのに対して、海面からある水平一様の深さ $z = -H_B$ までの複数層全体が初期に設定された割合にそって変化するようにコード変更を行う (図 5.1)。これらの海面に沿って変動する層の鉛直座標に、 σ -座標

$$\sigma \equiv \frac{z - \eta}{H_B + \eta} \quad (5.1)$$

を用い、これらの層を σ -layer と呼ぶ。ここでは海面からある水平一様の深さ ($-H_B < z < \eta$) のみを σ -layer として扱うが、 H_B を海底に設定すると Princeton Ocean Model (POM) など で用いられている σ -layer モデルとなる。この自由表面モデルの拡張は 5.4 で述べる。

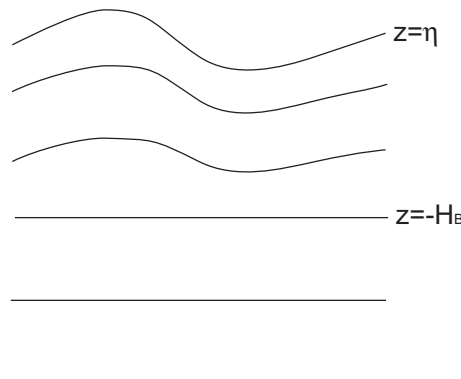


図 5.1: σ -layer の概念

*NPERM (北太平洋 $1/4^\circ \times 1/6^\circ$ モデル) では東西方向の格子点数が 742 である。

†たとえば、 $1^\circ \times 1^\circ$ world ocean では北太平洋亜熱帯が平均から海面が約 1m 盛り上がるのに対して、Ross 海では約-2m 程度海面が下がる

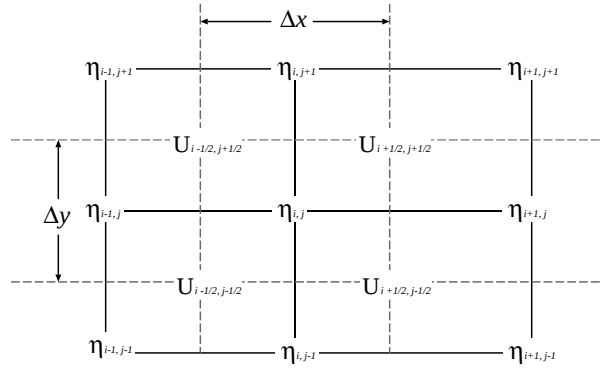


図 5.2: 自由表面方程式に関する変数の格子点配置

5.1 支配方程式

1 章でも説明したが、予報変数は海面の昇降 η 、鉛直積分した速度 U 、 V で、運動方程式は

$$\frac{\partial U}{\partial t} - fV = -\frac{gH}{h_\mu} \frac{\partial \eta}{\partial \mu} + X \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + fU = -\frac{gH}{h_\psi} \frac{\partial \eta}{\partial \psi} + Y \quad (5.3)$$

ここで

$$X = -\int_{-H}^{\eta} \mathcal{A}(u) dz - \int_{-H}^{\eta} \frac{v}{h_\mu h_\psi} \left(\frac{\partial h_\mu}{\partial \psi} u - \frac{\partial h_\psi}{\partial \mu} v \right) dz - \frac{1}{h_\mu} \frac{1}{\rho_0} \int_{-H}^{\eta} dz \int_z^0 g \rho_\mu dz + \int_{-H}^{\eta} \gamma_u dz$$

$$Y = -\int_{-H}^{\eta} \mathcal{A}(v) dz + \int_{-H}^{\eta} \frac{u}{h_\mu h_\psi} \left(\frac{\partial h_\mu}{\partial \psi} u - \frac{\partial h_\psi}{\partial \mu} v \right) dz - \frac{1}{h_\psi} \frac{1}{\rho_0} \int_{-H}^{\eta} dz \int_z^0 g \rho_\psi dz + \int_{-H}^{\eta} \gamma_v dz$$

であり、連続の式は

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{h_\mu h_\psi} \left\{ \frac{\partial(h_\psi U)}{\partial \mu} + \frac{\partial(h_\mu V)}{\partial \psi} \right\} = (P - E) \quad (5.4)$$

である。 P は降水（下向き正）で、 E は蒸発（上向き正）である。

図 5.2 に示した通り、 η （変数名 HT）は T-点、 U 、 V （変数名 UM, VM）は U-点で定義する。式（5.2）、式（5.3）における X 、 Y はサブルーチン CLINIC で既に計算されている（変数名 ZUL, ZVL）。

5.2 時間積分について

傾圧モードの $n-1$ ステップ目（ $t = t_{n-1}$ ）から n ステップ目（ $t = t_n$, $\Delta t = t_n - t_{n-1}$ ）に進めるとき、順圧モードは、傾圧モードの $n-1$ ステップ目（ $t = t_{n-1}$ ）における、鉛直積分した物理量をもらい、順圧モード用のタイムステップ（ Δt_{tr} ）を用いて、傾圧モードの $n+1$ ステップ目（ $t = t_{n+1}$ ）まで時間積分を進め、その間の平均量を傾圧モードの n ステップ目にあたる値として返す（図 5.3）。

移流項などがない線形の重力波を解く場合には、安定かつ経済的な Euler forward-backward スキームが存在する (Meisinger and Arakawa, 1976)。これは、連続の式と運動方程式のいずれかを先に解き、先に求まっ

た値を用いて残りを式を解くという手順で時間積分を行うスキームである。重力波問題ではこのスキームは、leap-frog に比べて、2 倍の時間ステップに対して安定中立であることがわかっている。MRI.COM ではまず、連続の式を用いて海面高度を求め、その結果を圧力傾度項に用いて運動方程式を解く。

Killworth et al.(1991) は潮汐等を扱う場合以外は Euler backward スキーム (松野スキーム) を用いることを勧めている。Euler backward スキームは特に高周波モードを抑制するので安定であるが、一つの順圧タイムステップにたいして、連続の式及び運動方程式をそれぞれ 2 回計算する必要があるため、計算負荷が増大する。MRI.COM では後で述べるように、順圧タイムステップで求められた値に time filter を施したものをを用いているため、Euler forward-backward スキームでも十分安定な解を得ることができる[‡]。

連続の式 (5.4) の差分表現は

$$\frac{(\eta'_{i,j} - \eta_{i,j})}{\Delta t_{tr}} + \frac{1}{(h_\mu h_\psi)_{i,j}} \left[(\delta_\mu \overline{h_\psi U^\psi})_{i,j} + (\delta_\psi \overline{h_\mu V^\mu})_{i,j} \right] = (P - E)_{i,j} \quad (5.5)$$

となる。以下差分式の添え字は T-点を基準としてつける。 $\eta_{i,j}, w_{i,j}$ は T-点にあり、 $U_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}, V_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}$ は U-点 (T-点から見た場合 $(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2})$ の場所) に存在する。

なお、差分オペレータの定義は以下のとおり。

$$\begin{aligned} \delta_\mu A_i &\equiv \frac{A_{i+\frac{1}{2}} - A_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta \mu_i}, & \delta_\mu A_{i+\frac{1}{2}} &\equiv \frac{A_{i+1} - A_i}{\Delta \mu_{i+\frac{1}{2}}}, \\ \overline{A_i}^\mu &\equiv \frac{A_{i+\frac{1}{2}} + A_{i-\frac{1}{2}}}{2}, & \overline{A_{i+\frac{1}{2}}}^\mu &\equiv \frac{A_{i+1} + A_i}{2} \end{aligned} \quad (5.6)$$

ψ についても同様である。

モデル内では、上式に T-点の格子面積 (ΔS_T) を掛けた形のものを計算している。

$$\begin{aligned} (\eta'_{i,j} - \eta_{i,j}) \cdot \Delta S_{T,i,j} &= \Delta t_{tr} \cdot \{ (P - E)_{i,j} \cdot \Delta S_{T,i,j} \\ &\quad - \left(\Delta y_{i+\frac{1}{2},j} \overline{U^\psi}_{i+\frac{1}{2},j} - \Delta y_{i-\frac{1}{2},j} \overline{U^\psi}_{i-\frac{1}{2},j} \right) \\ &\quad - \left(\Delta x_{i,j+\frac{1}{2}} \overline{V^\mu}_{i,j+\frac{1}{2}} - \Delta x_{i,j-\frac{1}{2}} \overline{V^\mu}_{i,j-\frac{1}{2}} \right) \} \end{aligned} \quad (5.7)$$

各種オペレータの定義は前節と同様。この式を用いて新しい海面高度 $\eta'_{i,j}$ を求める。

続いて運動方程式 (5.2) (5.3) を解く。コリオリ項にセミインプリシットスキームを用いることにより、時間間隔を長くとることができる。

差分表現は、

$$\begin{aligned} \frac{(U'_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - U_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}})}{\Delta t_{tr}} &= - \frac{f(V'_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + V_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}})}{2} \\ &\quad - \frac{g(H_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + \overline{\eta}^{\mu,\psi}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}})}{(h_\mu)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \delta_\mu \overline{\eta}^{\psi}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + X_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{(V'_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - V_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}})}{\Delta t_{tr}} &= - \frac{f(U'_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + U_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}})}{2} \\ &\quad - \frac{g(H_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + \overline{\eta}^{\mu,\psi}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}})}{(h_\psi)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \delta_\psi \overline{\eta}^{\mu}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + Y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (5.9)$$

[‡]Euler backward スキームを順圧の時間発展に適用するオプションも存在する (FSEB)。

$$\begin{aligned}
WS_{i,j} &= w_{i,j} \cdot \Delta S_{T_{i,j}} \\
&= -\Delta t \cdot \left(\Delta y_{i+\frac{1}{2},j} \bar{U}_{i+\frac{1}{2},j}^\psi - \Delta y_{i-\frac{1}{2},j} \bar{U}_{i-\frac{1}{2},j}^\psi \right. \\
&\quad \left. + \Delta x_{i,j+\frac{1}{2}} \bar{V}_{i,j+\frac{1}{2}}^\mu - \Delta x_{i,j-\frac{1}{2}} \bar{V}_{i,j-\frac{1}{2}}^\mu \right)
\end{aligned}$$

この連続の式と海面における鉛直流の関係については後ほど述べる。

5.3 一層目の各物理量の予報

5.3.1 標準スキーム

運動量や水温・塩分の移流、及び拡散（粘性）には、いわゆるフラックス型を用い、その収支を格子箱の体積で割ることで各物理量の変化を予報している。rigid-lid 近似とは異なり、自由表面にした場合、前のタイムステップと新しいタイムステップで、一層目の格子箱の体積は時間変化する。そのため、一層目の東西・南北流速、水温・塩分については、直接、それらの物理量を求めるのではなく、（物理量）×（格子体積）の収支を前のタイムステップの厚さをつかって、フラックス型の形で時間発展させ、新たに定義した配列（UV1A, VV1A, TV1A, SV1A）に一旦格納しておく。サブルーチン SURFCE で、新しいタイムステップにおける一層目の体積（VOLT1）を求めた段階で、UV1A, VV1A, TV1A, SV1A を体積 VOLT1 で割り、新しいタイムステップにおける各物理量の値とする。このようにした場合、フラックス型で表されているので、少なくとも全体での物理量の積分量は保存する。ただし、次に述べるように局所的に必ずしも保存しない。leap-frog スキームを用いる場合の水温を例にとると、

$$\begin{aligned}
TV1B &= V_{\text{fold}} \cdot T_{\text{old}} \\
&\downarrow \\
TV1A &= TV1B + \text{その層に入っていく物理量フラックスの収支} \\
&\downarrow \\
T_{\text{new}} &= TV1A / V_{\text{tnew}} \\
&\downarrow \\
TV1 &= TV1A, TV1B = TV1
\end{aligned}$$

MRI.COM では、風応力や水温・塩分のリストア条件など、一層目の格子箱全体に働かせるような（体積力）境界条件に対しても、フラックス型の境界条件を用いているが、自由表面を用いた場合と rigid-lid を用いた場合とでフラックスが同量となるように、コーディングしている。

海面の風応力（運動量フラックス）は (τ_μ, τ_ψ) であるので、一層目に働く力は、

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{(\tau_\mu, \tau_\psi)}{\Delta z_1 + \eta} \quad (5.16)$$

となる。この結果、層厚が薄いと加速が大きくなる。

水温・塩分のリストア条件を用いたときには、熱・塩分フラックスは

$$F_T = -\frac{1}{\gamma_t} (T - T^*) \Delta z_1, \quad \left. \frac{dT}{dt} \right|_{k=1} = \frac{F_T}{\Delta z_1 + \eta} \quad (5.17)$$

$$F_S = -\frac{1}{\gamma_s} (S - S^*) \Delta z_1, \quad \left. \frac{dS}{dt} \right|_{k=1} = \frac{F_S}{\Delta z_1 + \eta} \quad (5.18)$$

第5章 自由表面方程式

とする。この結果、層厚が薄い（一層目の体積が小さい）と観測値への緩和が強くなる。
なお、 Δz_1 はあらかじめ与えた一層目の層厚である。

5.3.2 局所的な保存を考慮するスキーム (オプション FSMOM)

標準のスキームでは、傾圧ステップの間の海面高度の増分、傾圧流量の収束、および $P - E$ との間で

$$\frac{\eta^{n+1} - \eta^{n-1}}{2\Delta t} + \nabla \cdot U^n \neq P - E \quad (5.19)$$

であり、一般に等号は成立しない。というのは、 η^{n+1} は t_n から、 U^n は t_{n-1} から始まる傾圧サブサイクルの各ステップの平均値としてそれぞれ求められるからである。(5.19) の等号が成立しないということは、すなわち水温・塩分の移流に用いる流速の収束と海面高度の変化率との間に不整合があるということである。例えば、水温、塩分一様の状態から出発して、熱、淡水フラックスがゼロの状態でも時間積分しても、海面高度の変動があれば、必ずしも一様な状態が維持されない[§]。

この場合、 η^{n+1} とは別に

$$\frac{\hat{\eta}^{n+1} - \eta^{n-1}}{2\Delta t} + \nabla \cdot U^n = P - E \quad (5.20)$$

を満たす $\hat{\eta}^{n+1}$ を求め、水温・塩分の一層目の値は $\hat{\eta}^{n+1}$ に基づいて決める。こうすることにより、水温・塩分の移流に用いる流速の収束と海面高度の変化率の間の不整合はなくなり、前述の例でも一様性は保たれる。但し、一層目の格子体積を計算するのに用いる海面高度は $\hat{\eta}^{n+1}$ ではなく、モデルの予報変数としての η^{n+1} であるため、水温・塩分のモデル全体に亘る積分値は保存されない。

5.4 σ -layer モデルの導入

ここでは自由表面モデルの自然な拡張として、海表面付近を σ -layer とした場合の定式化を行う[¶]。MRI.COM の自由表面のコードが運動方程式もトレーサーの式も、完全なフラックス型で書いてあるため、 σ -layer を導入した場合においても、解き方は一層の自由表面スキームの扱いとほとんど変わらず、一層目の各物理量の予報で行った手順を σ -layer の数だけ繰り返すことになる。

MRI.COM の自由表面スキームではオプション FREESURFACE を設定した段階で σ -layer モデルが自動的に導入される。具体的には、configure.in で鉛直層の総数 km を指定した後に σ -layer の層の数、ksgm を指定する。ksgm の数は当然総数 km 以下で有り、また、表面から ksgm までは同じ地形である必要がある。(海の局所的な層数が ksgm より少なくてはいけない。) σ -layer モデルを用いない場合は、ksgm=1 と設定すれば、上で述べた自由表面モデルと一致する。

5.4.1 σ -layer 導入の準備

平均的な海面高度を $z = 0$ として、海面高度を $z = \eta(\mu, \psi, t)$ であらわす。ある深さ $z = -H (< 0)$ に対して、海面とこの深さとの間の厚さで規格化された鉛直座標

$$\sigma = \frac{z - \eta}{H + \eta} \quad (5.21)$$

[§]例外として、傾圧ステップと傾圧ステップのタイムステップを同じにして、さらに傾圧ステップのタイムフィルターを施さなかった場合 (ntflt=0) には、水温、塩分一様の状態から出発して、熱、淡水フラックスがゼロの状態でも時間積分すれば、海面高度の変動があっても、一様な状態が維持される。これは実用的な設定ではないが、モデルのチェック段階では有用である。

[¶] σ -layer の導入及びこの節の表現は COCO 及びそのマニュアルを参考にした。

5.4. σ -layer モデルの導入

を定義する ($-1 < \sigma < 0$)。 $z \leq -H$ においてはふつうの z 座標である (図 5.1 参照)。 $z = \eta$ では $\sigma = 0$ であり、 $z = -H$ では $\sigma = -1$ である。 σ -座標の定義には任意性があるが、ここでは Princeton Ocean Model (POM) に準拠した。以後、 $D \equiv H + \eta$ という形が数多く現われるが、これが σ -layer の深さにあたる。また $Dd\sigma = (\eta + H)d\sigma$ が σ -layer においてモデルのなかで dz として扱われているものである。 (dz は時間変化する。) H が可変の場合のいわゆる一般の σ -layer の導出を行うことも可能であるが、ここでは、 H は一定とする。

方程式の鉛直座標を σ に変換することを考える。ここでは鉛直座標に z を用いた座標系を $(\mu^*, \psi^*, z^*, t^*)$ で表し、鉛直座標系に σ を用いた座標系を (μ, ψ, σ, t) で表して、鉛直座標以外も区別しておく。座標変換を表す関係式は

$$\mu = \mu^*, \psi = \psi^*, \sigma = \frac{z^* - \eta}{H + \eta}, t = t^* \quad (5.22)$$

微分量の変換は

$$\frac{\partial \alpha^*}{\partial \mu^*} = \frac{\partial \alpha}{\partial \mu} - \frac{1 + \sigma}{D} \frac{\partial \eta}{\partial \mu} \frac{\partial \alpha}{\partial \sigma} \quad (5.23)$$

$$\frac{\partial \alpha^*}{\partial \psi^*} = \frac{\partial \alpha}{\partial \psi} - \frac{1 + \sigma}{D} \frac{\partial \eta}{\partial \psi} \frac{\partial \alpha}{\partial \sigma} \quad (5.24)$$

$$\frac{\partial \alpha^*}{\partial z^*} = \frac{1}{D} \frac{\partial \alpha}{\partial \sigma} \quad (5.25)$$

$$\frac{\partial \alpha^*}{\partial t^*} = \frac{\partial \alpha}{\partial t} - \frac{1 + \sigma}{D} \frac{\partial \alpha}{\partial \sigma} \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (5.26)$$

Lagrange 微分の変換は

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha^*}{dt^*} &= \frac{\partial \alpha^*}{\partial t^*} + \frac{u^*}{h_\mu} \frac{\partial \alpha^*}{\partial \mu^*} + \frac{v^*}{h_\psi} \frac{\partial \alpha^*}{\partial \psi^*} + w^* \frac{\partial \alpha^*}{\partial z^*} \\ &= \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{u}{h_\mu} \frac{\partial \alpha}{\partial \mu} + \frac{v}{h_\psi} \frac{\partial \alpha}{\partial \psi} + \frac{w^*}{D} \frac{\partial \alpha}{\partial \sigma} - \frac{1 + \sigma}{D} \frac{\partial \alpha}{\partial \sigma} \left(\frac{u}{h_\mu} \frac{\partial \eta}{\partial \mu} + \frac{v}{h_\psi} \frac{\partial \eta}{\partial \psi} + \frac{\partial \eta}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (5.27)$$

ここで ω を

$$\omega \equiv \frac{d\sigma}{dt^*} = \frac{w^*}{D} - \frac{1 + \sigma}{D} \left(\frac{u}{h_\mu} \frac{\partial \eta}{\partial \mu} + \frac{v}{h_\psi} \frac{\partial \eta}{\partial \psi} + \frac{\partial \eta}{\partial t} \right) \quad (5.28)$$

と定義すると、Lagrange 微分の変換は

$$\frac{d\alpha^*}{dt^*} = \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{u}{h_\mu} \frac{\partial \alpha}{\partial \mu} + \frac{v}{h_\psi} \frac{\partial \alpha}{\partial \psi} + \omega \frac{\partial \alpha}{\partial \sigma} \equiv \frac{d\alpha}{dt} \quad (5.29)$$

となり、 z 座標の Lagrange 微分と同様な形に変形することができる。

モデルのコードでは、 ω を直接求めることは行わず、

$$\omega \frac{\partial \alpha}{\partial \sigma} = D \omega \frac{\partial \alpha}{D \partial \sigma} \quad (5.30)$$

として、 $D\omega$, $Dd\sigma$ を求めて、それぞれモデル変数 $w1w1$, dz などに代入している。(次元は同じで、大きさも、 z -座標モデルの場合の相当する量とほぼ等しい。)

5.4.2 運動方程式、連続の式、トレーサーの予報式

a. 連続の式

σ -layer での連続の式は

$$\frac{1}{h_\mu h_\psi} \left\{ \frac{\partial (h_\psi u)}{\partial \mu} + \frac{\partial (h_\mu v)}{\partial \psi} \right\} + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} + \frac{1}{D} \left(\frac{u}{h_\mu} \frac{\partial \eta}{\partial \mu} + \frac{v}{h_\psi} \frac{\partial \eta}{\partial \psi} + \frac{\partial \eta}{\partial t} \right) = 0 \quad (5.31)$$

第5章 自由表面方程式

である。この式は flux form でより簡単な形に書き直すことができる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{h_\mu h_\psi} \left\{ \frac{\partial (h_\psi u D)}{\partial \mu} + \frac{\partial (h_\mu v D)}{\partial \psi} \right\} + D \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} = 0 \quad (5.32)$$

モデルでは、この式を用いて上から $D\omega$ を求め、 σ -layer 内の $w(w1w1)$ に代入している。

b. 移流項

フラックス型の移流項 $\mathcal{A}(\alpha D)$ は

$$\mathcal{A}(\alpha D) = \frac{1}{h_\mu h_\psi} \left\{ \frac{\partial (h_\psi u \alpha D)}{\partial \mu} + \frac{\partial (h_\mu v \alpha D)}{\partial \psi} \right\} + D \frac{\partial (\omega \alpha)}{\partial \sigma} \quad (5.33)$$

モデル内では単位水平面積あたりの移流フラックスの収束発散を計算している。

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\alpha D d\sigma) &= \frac{1}{h_\mu h_\psi} \left\{ \frac{\partial (h_\psi u \alpha D d\sigma)}{\partial \mu} + \frac{\partial (h_\mu v \alpha D d\sigma)}{\partial \psi} \right\} \\ &\quad + (\alpha D \omega)_{\text{upper}} - (\alpha D \omega)_{\text{lower}} \end{aligned} \quad (5.34)$$

$Dd\sigma \rightarrow dz$, $D\omega \rightarrow w$ と置き換えると、1 層の自由表面の場合と全く変わらない。

c. 圧力勾配

静水圧の方程式は

$$\frac{1}{D} \frac{\partial p}{\partial \sigma} = -\rho g \quad (5.35)$$

であるので、海面での大気の圧力を無視すれば、 σ -layer における圧力は

$$p(\sigma) = g \int_\sigma^0 D \rho d\sigma' = gD \int_\sigma^0 \rho d\sigma' \quad (5.36)$$

となる。 σ -layer における水平勾配は

$$\begin{aligned} \frac{\partial p^*}{\partial \mu^*} &= \frac{\partial p}{\partial \mu} - \frac{1+\sigma}{D} \frac{\partial \eta}{\partial \mu} \frac{\partial p}{\partial \sigma} \\ &= \left[g \frac{\partial \eta}{\partial \mu} \int_\sigma^0 \rho d\sigma' + gD \int_\sigma^0 \frac{\partial \rho}{\partial \mu} d\sigma' \right] - \frac{1+\sigma}{D} \frac{\partial \eta}{\partial \mu} \frac{\partial p}{\partial \sigma} \\ &= \left[g \frac{\partial \eta}{\partial \mu} \int_\sigma^0 \rho d\sigma' + gD \int_\sigma^0 \frac{\partial \rho}{\partial \mu} d\sigma' \right] + (1+\sigma) \frac{\partial \eta}{\partial \mu} \rho g \\ &= g \frac{\partial \eta}{\partial \mu} \left[\int_\sigma^0 \rho d\sigma' + (1+\sigma) \rho \right] + gD \int_\sigma^0 \frac{\partial \rho}{\partial \mu} d\sigma' \end{aligned} \quad (5.37)$$

右辺第二項は baroclinic の成分に相当するもので、 $Dd\sigma \rightarrow dz$ と置き換えると、元の形と全く変わらない。
右辺第一項のうち、 $\left[\int_\sigma^0 \rho d\sigma' + (1+\sigma) \rho \right]$ は、 $\sigma = 0$ では海面の密度であり、 $\sigma = -1$ では、 σ -layer 全体の平均密度である。ここでは

$$\left[\int_\sigma^0 \rho d\sigma' + (1+\sigma) \rho \right] \Rightarrow \rho_0 \quad (5.38)$$

と近似をする。また、このようにした場合に限り、 σ -layer の層の数が一層しかなかった時に、Killworth et al. (1991) などの自由表面モデルにおける、海面圧力の扱いと等しくなる。

d. 速度およびトレーサーの時間発展

(a-c) に加え、粘性・拡散などの寄与を求めることで速度およびトレーサーの時間発展を行う。粘性、水平

拡散は、 σ -layer 内では σ -layer に沿った拡散ということになる。MRI.COM 自由表面モデルでは、もともと第 1 層目の速度やトレーサーの予報にそれらの密度ではなく、物理量に第 1 層目の体積をかけたもの、例えばポテンシャル温度でいえば $tv1 \equiv t1 * tvol1$ の時間発展を計算している。 σ -layer への変更は、結局 $tv1$ の計算を一層に限るのではなく、 σ -layer 分の数だけ拡張したことにほぼ相当する。水平面積は時間変化しないので、以下は単位水平面積あたりの式を示す。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [TD] = & -\frac{1}{h_\mu h_\psi} \left\{ \frac{\partial(h_\psi u TD)}{\partial \mu} + \frac{\partial(h_\mu v TD)}{\partial \psi} \right\} \\ & - \frac{\partial}{\partial \sigma} [\omega TD] + D\mathcal{D}(T) \end{aligned} \quad (5.39)$$

5.4.3 σ -layer 間でのトレーサーの再配分

海面から水フラックスが外力として加わると、サブルーチン SURFCE において σ -layer 全体に、水フラックス (F_W とする) を加えた後も層厚の比率が変わらないように、もともとの σ -layer の厚さに比例して配分される。しかし、本来ならば第 1 層目だけが水フラックスの影響を受け塩分が変動するはずのものが、この操作により σ -layer 全体に水フラックスによる塩分の変動が現われることになる。また、体積は σ -layer 全体で変化しているのに対して、相当する温度フラックス (第 1 層目と同じ温度 $\times$ 海面から出入りする水フラックス) は第 1 層目にのみ加えられているため、第 1 層目のみが過大な熱量を受けるまたは失うことになる。これらの問題を修正するために、水フラックスの影響を考慮して σ -layer の間でトレーサーの再配分を行う操作をサブルーチン TRACER の初頭で行う。

σ レベルは全部で K あるとする。切り直しの前の段階での海面高度、温度、塩分をそれぞれ $\eta^{n+1(\text{old})}$, $T^{n+1(\text{old})}$, $S^{n+1(\text{old})}$ と表しておく。 $\delta\eta = -2\Delta t F_W$ とおくと、海面を通しての淡水の出入りによって海面高度は

$$\eta^{n+1} = \eta^{n+1(\text{old})} + \delta\eta \quad (5.40)$$

となる。 $\delta\eta > 0$ の時には z 座標で見たときの第 k 層の下端が、

$$\delta z_k^B = \left(1 - \sum_{l=1}^k \Delta\sigma_l \right) \delta\eta \quad (5.41)$$

だけ上がり、上端が

$$\delta z_k^T = \left(1 - \sum_{l=1}^{k-1} \Delta\sigma_l \right) \delta\eta \quad (5.42)$$

だけ上がる ($\delta z_k^T = \delta z_{k-1}^B$)。従って、 σ レベルを切り直した後に、水フラックスで上下した各 σ -layer 間でフラックスのやりとりをおこなう。

$$S_k^{n+1}(\eta^{n+1} + H)\Delta\sigma_k = S_k^{n+1(\text{old})}(\eta^{n+1(\text{old})} + H)\Delta\sigma_k - S_k^{n+1(\text{old})}\delta z_k^B + S_{k-1}^{n+1(\text{old})}\delta z_k^T \quad (5.43)$$

温度の場合の熱フラックスに対する操作もほぼ同じである。

実際の実行に当たっては、サブルーチン TRACER の初頭で、トレーサーの時間発展方程式を解く前に TV1A に TV1B を代入した後、TV1A に修正分のフラックスを足し引きすることで上の操作を行う。

References

- Killworth, P. D., D. Stainforth, D. J. Webb, and S. M. Paterson, 1991: The Development of a Free-Surface Bryan-Cox-Semtner Ocean Model., *J. Phys. Oceanogr.*, **31**, 1333–1348.

第 5 章 自由表面方程式

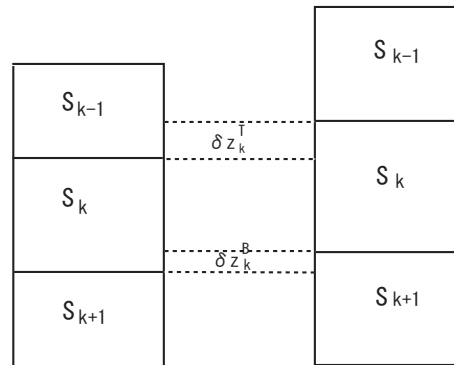


図 5.4: 再配分の前後の図

Meisinger, F., and A. Arakawa 1976: Numerical methods used in atmospheric models, *GARP Publications Series*, 17, p65.

第6章 運動方程式（傾圧成分）

この章では運動量の移流項（6.1）と粘性項（6.2）について説明する。

移流項の計算に関する MRI.COM の特徴は、box 境界面を共有しなくても一点を共有するならば、U-box 間での運動量の交換があることである。これにより、地形に沿った自然な流速場を表現することができる。さらに、周囲に陸地のない U-box に関する移流計算においては $(\partial u / \partial y)^2$ および $(\partial v / \partial x)^2$ が保存される。

粘性項は一般直交座標を前提としメトリック項を含んで差分化されている。海陸境界では粘着条件が仮定され、Laplacian 型の差分がデフォルトとなっているが、水平方向については、biharmonic 型の差分（オプション BIHARMONIC）および粘性係数を流速場の関数とするパラメタリゼーション（SMAGOR）を使用することができる。

6.1 移流項

3章で、運動量の移流に使用する流速は、T-box を用いた連続の式 (3.1)-(3.7) を基本として、その平均操作 (3.8) により求めることに触れた。これは、海底・海岸地形を考慮したフラックスを求めるための布石である。鉛直流速については、海底地形に沿った流れ（通称「駆け上がり」）、水平流速については、海岸地形に沿った流れ（通称「斜め移流」）を表現することができる（Ishizaki and Motoi 1999）。

ここでは、具体的に運動方程式移流項に用いる流速をどのように求めているのか、移流項の差分表現をどのようにして得るのかについて解説する。

以下、変数の添え字については、水平方向には T-点を基準とし、それを (i, j) で表現する。従って U-点は $(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})$ で表現される。鉛直方向については、鉛直流速が定義されるレベルを T-点、U-点の上面とし、それを k と表現する。従って T-点、U-点は $k + \frac{1}{2}$ で定義される。

6.1.1 鉛直流速

3章の定義 (3.1) と (3.8) に従うと、U-点 $(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2})$ の上面（レベル k ）の鉛直質量フラックスは

$$\bar{W}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^U = \frac{W_{i,j,k}^T}{N_{i,j,k+\frac{1}{2}}} + \frac{W_{i+1,j,k}^T}{N_{i+1,j,k+\frac{1}{2}}} + \frac{W_{i,j+1,k}^T}{N_{i,j+1,k+\frac{1}{2}}} + \frac{W_{i+1,j+1,k}^T}{N_{i+1,j+1,k+\frac{1}{2}}} \quad (6.1)$$

で表現される。ここで、 $N_{i,j,k+\frac{1}{2}}$ は、 $T_{i,j}$ における、海の格子点数である。一方、U-点 $(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k - \frac{1}{2})$ の下面（同じくレベル k ）の鉛直質量フラックスは

$$\bar{W}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^U = \frac{W_{i,j,k}^T}{N_{i,j,k-\frac{1}{2}}} + \frac{W_{i+1,j,k}^T}{N_{i+1,j,k-\frac{1}{2}}} + \frac{W_{i,j+1,k}^T}{N_{i,j+1,k-\frac{1}{2}}} + \frac{W_{i+1,j+1,k}^T}{N_{i+1,j+1,k-\frac{1}{2}}} \quad (6.2)$$

と表現される。 W^T はレベル k ですべて連続であるので、 $N_{i,j,k+\frac{1}{2}} \leq N_{i,j,k-\frac{1}{2}}$ であることから、 $\bar{W}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^U$ と $\bar{W}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^U$ は同じになるとは限らず、不連続が生じるように見える。しかしこれは、「鉛直斜め方向の質量フラックス」を考慮することにより解決される。

第6章 運動方程式（傾圧成分）

単方向にだけ変化する海底地形

階段状の海底地形上に順圧流がある場合を考えよう。U-点はT-点の midpoint にある。図 6.1a は T-box に対する質量保存を表している。これを基本として、U-box に対する質量保存を表すにあたって、T-box に対する質量保存を平均することで求めると、図 6.1b のようになる。最初の階段を例にとると、左側の側面では、左側の T-点 (3.0) と右側の T-点 (0.0) の右向き流量の平均として、1.5 のフラックスが海から壁に入ることになる。一方、上面では、左側の T-点 (3.0) と右側の T-点 (0.0) の鉛直フラックスの平均として、1.5 のフラックスが海底から生じることになる。側面から入った分と上面から出る分は同じである。これは、本来斜めであるはずの海底地形に沿う流れを良く表現している。

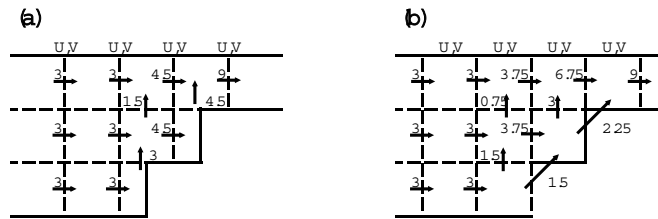


図 6.1: (a) 階段状の地形で T-box に対して定義される流量フラックス。 (b) 階段状の地形で U-box に対して定義される流量フラックス。

2次元方向に変化する海底地形

上で考えたことを2次元に拡張する。

例1 図 6.2 では、上層では全てが海、下層では、d-box を除いて海であるとしている。境界面における T-点で定義される鉛直流量 W^T は上下層で連続でなければならない。そのため、 W^T はそれぞれの層で海の部分に対して等分配されるとする。つまり、上層では a-d のそれぞれの box に対して $W^T/4$ 、下層では a-c のそれぞれの box に対して $W^T/3$ を分配する。下層から上層へ移るときには、a (下) $\rightarrow$ d (上)、b (下) $\rightarrow$ d (上)、c (下) $\rightarrow$ d (上) へそれぞれ $W^T/3 - W^T/4 = W^T/12$ のフラックスがあれば質量収支が閉じることになる。運動方程式の移流項を構成するにあたっては、このフラックスによって、box 間で運動量が運ばれるとする。運ばれる運動量は中央差分に基づき、box 間の平均値である。

例2 図 6.3 では、上層では全てが海、下層では、b-box だけが海であるとしている。ここでも同様に境界面における T-点で定義される鉛直流量 W^T は上層にとっても下層にとっても同じであることから W^T はそれぞれの層で海の部分に対して等分配されるとする。上層では a-d のそれぞれの box に対して $W^T/4$ 分配され、下層では b-box の流量は W^T である。従って、下層から上層へ移るときには、b (下) $\rightarrow$ a (上)、b (下) $\rightarrow$ c (上)、b (下) $\rightarrow$ d (上) へそれぞれ $(W^T - W^T/4)/3 = W^T/4$ のフラックスがあるとする。

例3 図 6.4 では、上層では a,b,c-box が海、下層では、a,b-box が海であるとしている。上層では a-c のそれぞれの box に対して $W^T/3$ 分配され、下層では a-b のそれぞれの box に対して $W^T/2$ が分配される。従って、下層から上層へ移るときには、a (下) $\rightarrow$ c (上)、b (下) $\rightarrow$ c (上) へそれぞれ $(W^T/2 - W^T/3) = W^T/6$ のフラックスがあるとする。

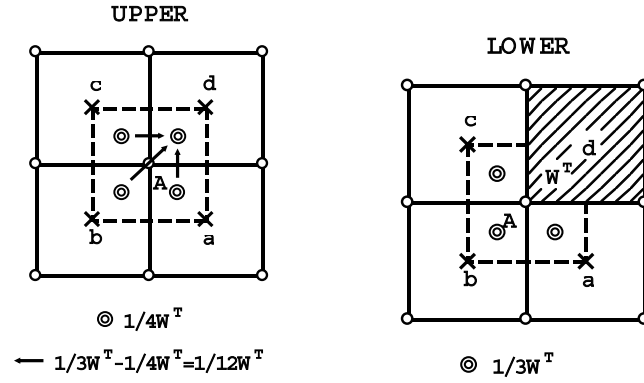


図 6.2: 2次元の場合 (例1)。 (a) 下面。 (b) 上面。

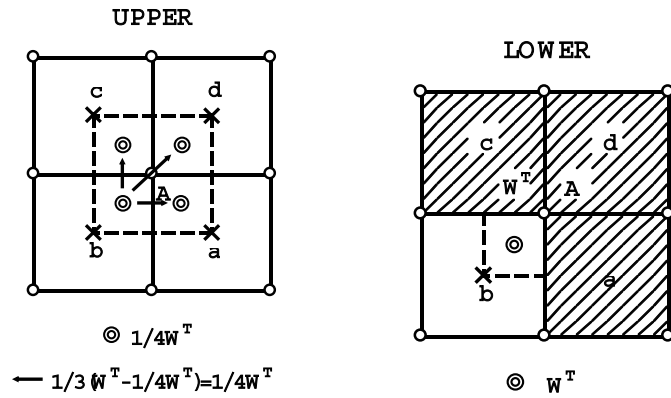


図 6.3: 2次元の場合 (例2)。 (a) 下面。 (b) 上面。

一般化 任意の海陸分布の場合について考えてみる。添字 l は下層を、添字 u は上層を表すものとする。また、 d_l は陸、 d_u は海であるとして、 d_u に入ってくる「駆け上がり」流量を考える。 N_l を下層の、ある T-点の周りにある U-点のうち、海であるものの数、 N_u を上層の、ある T-点の周りにある U-点のうち、海であるものの数であるとする ($1 \leq N_l \leq N_u \leq 4$)。

下層の海 box ではそれぞれ W^T/N_l の流量があり、そのうち、 W^T/N_u 流量が真上に行く。残りの分、

$$W^T/N_l - W^T/N_u = W^T(N_u - N_l)/(N_l N_u) \quad (6.3)$$

が駆け上がり流量として、上が海で下が陸の box に入っていく。その数は $N_u - N_l$ であるので、その 1 つである d_u に対しては

$$W^T(N_u - N_l)/(N_l N_u) \times 1/(N_u - N_l) = W^T/(N_l N_u) \quad (6.4)$$

のフラックスが入ってくる。これが下層の数の分 N_l であるので、最終的には d_u に対して

$$W^T/(N_l N_u) \times N_l = W^T/N_u \quad (6.5)$$

第6章 運動方程式（傾圧成分）

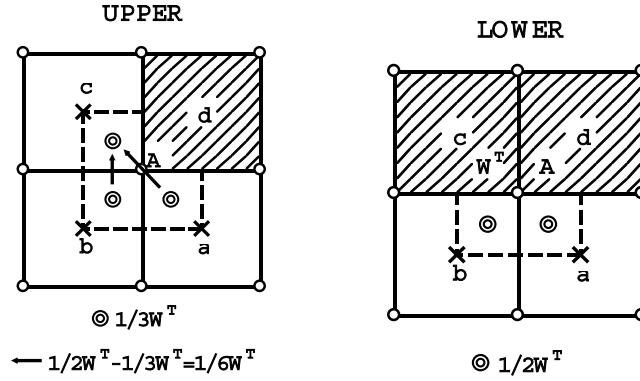


図 6.4: 2 次元の場合（例 3）。(a) 下面。(b) 上面。

のフラックスがあることになる。

a_l 等の記号が、box の名前だけでなく、海陸インデックス（海:1, 陸:0）を表すとして（モデルの変数でいえば AEXL）。上の議論をまとめると、 a_l から d_u への「駆け上がり」流量と、それに伴う、運動量フラックスは

$$a_l W^T / (N_l N_u) \quad \text{and} \quad a_l W^T (u_{a_l} + u_{d_u}) / (2N_l N_u) \quad (6.6)$$

となる。ここで、 u_{a_l}, u_{d_u} は a_l, d_u における水平流速である。真上（真下）への移流・運動量フラックスは

$$a_l W^T / N_u \quad \text{and} \quad a_l W^T (u_{a_l} + u_{a_u}) / (2N_u) \quad (6.7)$$

となる。同様の処理を他の box に対しても行なえば、一般化は終了である。

6.1.2 水平流速

水平質量フラックス

任意の海岸地形での U-box に対する水平移流フラックスを求める。T-box に対する連続の式 (3.1)-(3.7) から出発する。 $e_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}$ が U-box の海陸インデックス（海:1, 陸:0）であるとして、T-box に対する連続の式を計算するのに必要な移流フラックスは

$$\begin{aligned} U_{i+\frac{1}{2}, j}^T &= \frac{1}{2} (e_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}) u_{i+\frac{1}{2}, j}^* \Delta y_{i+\frac{1}{2}, j} \Delta z \\ \text{and} \\ V_{i, j+\frac{1}{2}}^T &= \frac{1}{2} (e_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}) v_{i, j+\frac{1}{2}}^* \Delta x_{i, j+\frac{1}{2}} \Delta z \end{aligned} \quad (6.8)$$

となる。ただし、 Δz の添え字 ($k+\frac{1}{2}$) を省略する。

これを連続の式 (3.1) に代入し、さらにそれらの平均をとる、U-box に対する連続の式 (3.8) に代入する

と、X 方向（東西）の成分に対しては、

$$\begin{aligned}
\text{XMC}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^U &= e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \frac{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \Delta z}{2} \\
&\times \left\{ \frac{1}{N_{i,j}} [(e_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}) u_{i-\frac{1}{2},j}^* - (e_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}) u_{i+\frac{1}{2},j}^*] \right. \\
&+ \frac{1}{N_{i+1,j}} [(e_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}) u_{i+\frac{1}{2},j}^* - (e_{i+\frac{3}{2},j-\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}}) u_{i+\frac{3}{2},j}^*] \\
&+ \frac{1}{N_{i,j+1}} [(e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}) u_{i-\frac{1}{2},j+1}^* - (e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}) u_{i+\frac{1}{2},j+1}^*] \\
&+ \left. \frac{1}{N_{i+1,j+1}} [(e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}) u_{i+\frac{1}{2},j+1}^* - (e_{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{3}{2},j+\frac{3}{2}}) u_{i+\frac{3}{2},j+1}^*] \right\} \\
&= e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \frac{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \Delta z}{2} \times \left\{ \left[\frac{1}{N_{i,j}} (e_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}) u_{i-\frac{1}{2},j}^* \right. \right. \\
&+ \left(-\frac{1}{N_{i,j}} + \frac{1}{N_{i+1,j}} \right) (e_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}) u_{i+\frac{1}{2},j}^* \\
&- \frac{1}{N_{i+1,j}} (e_{i+\frac{3}{2},j-\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}}) u_{i+\frac{3}{2},j}^* \Big] \\
&+ \left[\frac{1}{N_{i,j+1}} (e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}) u_{i-\frac{1}{2},j+1}^* \right. \\
&+ \left(-\frac{1}{N_{i,j+1}} + \frac{1}{N_{i+1,j+1}} \right) (e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}) u_{i+\frac{1}{2},j+1}^* \\
&- \left. \left. \frac{1}{N_{i+1,j+1}} (e_{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{3}{2},j+\frac{3}{2}}) u_{i+\frac{3}{2},j+1}^* \right] \right\} \quad (6.9)
\end{aligned}$$

が得られる。

$$N_{i,j} = e_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \quad (6.10)$$

であることを考慮すると、

$$\begin{aligned}
&\left(-\frac{1}{N_{i,j}} + \frac{1}{N_{i+1,j}} \right) (e_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}) \\
&= \frac{1}{N_{i,j}} (e_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}) - \frac{1}{N_{i+1,j}} (e_{i+\frac{3}{2},j-\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}}) \quad (6.11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\left(-\frac{1}{N_{i,j+1}} + \frac{1}{N_{i+1,j+1}} \right) (e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}) \\
&= \frac{1}{N_{i,j+1}} (e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}) - \frac{1}{N_{i+1,j+1}} (e_{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{3}{2},j+\frac{3}{2}}) \quad (6.12)
\end{aligned}$$

第6章 運動方程式（傾圧成分）

である。従って、(3.11),(3.12) を用いると、

$$\begin{aligned}
 \text{XMC}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^U &= e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \frac{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{2} \Delta z \left\{ \left[\frac{1}{N_{i,j}} (e_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}) (u_{i-\frac{1}{2},j}^* + u_{i+\frac{1}{2},j}^*) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{1}{N_{i+1,j}} (e_{i+\frac{3}{2},j-\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}}) (u_{i+\frac{1}{2},j}^* + u_{i+\frac{3}{2},j}^*) \right] \right. \\
 &\quad \left. + \left[\frac{1}{N_{i,j+1}} (e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}) (u_{i-\frac{1}{2},j+1}^* + u_{i+\frac{1}{2},j+1}^*) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{1}{N_{i+1,j+1}} (e_{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}} + e_{i+\frac{3}{2},j+\frac{3}{2}}) (u_{i+\frac{1}{2},j+1}^* + u_{i+\frac{3}{2},j+1}^*) \right] \right\} \\
 &= e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \left[e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{N_{i,j}} U_{i,j}^U + \frac{1}{N_{i,j+1}} U_{i,j+1}^U \right) \right. \\
 &\quad \left. - e_{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{N_{i+1,j}} U_{i+1,j}^U + \frac{1}{N_{i+1,j+1}} U_{i+1,j+1}^U \right) + e_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} \frac{1}{N_{i,j}} U_{i,j}^U \right. \\
 &\quad \left. - e_{i+\frac{3}{2},j+\frac{3}{2}} \frac{1}{N_{i+1,j+1}} U_{i+1,j+1}^U + e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}} \frac{1}{N_{i,j+1}} U_{i,j+1}^U - e_{i+\frac{3}{2},j-\frac{1}{2}} \frac{1}{N_{i+1,j}} U_{i+1,j}^U \right]
 \end{aligned} \tag{6.13}$$

が得られる。これに Y 成分（南北成分）を加えると、最終的な連続式の水平部分は

$$\begin{aligned}
 \text{HMC}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^U &= e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \\
 &\times \left[e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{N_{i,j}} U_{i,j}^U + \frac{1}{N_{i,j+1}} U_{i,j+1}^U \right) - e_{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{N_{i+1,j}} U_{i+1,j}^U + \frac{1}{N_{i+1,j+1}} U_{i+1,j+1}^U \right) \right. \\
 &\quad \left. + e_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{N_{i,j}} V_{i,j}^U + \frac{1}{N_{i+1,j}} V_{i+1,j}^U \right) - e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{N_{i,j+1}} V_{i,j+1}^U + \frac{1}{N_{i+1,j+1}} V_{i+1,j+1}^U \right) \right. \\
 &\quad \left. + e_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} \frac{1}{N_{i,j}} (U_{i,j}^U + V_{i,j}^U) - e_{i+\frac{3}{2},j+\frac{3}{2}} \frac{1}{N_{i+1,j+1}} (U_{i+1,j+1}^U + V_{i+1,j+1}^U) \right. \\
 &\quad \left. + e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}} \frac{1}{N_{i,j+1}} (U_{i,j+1}^U - V_{i,j+1}^U) - e_{i+\frac{3}{2},j-\frac{1}{2}} \frac{1}{N_{i+1,j}} (U_{i+1,j}^U - V_{i+1,j}^U) \right]
 \end{aligned} \tag{6.14}$$

となる。図 6.5 の様に質量フラックス M_E, M_N, M_{NE}, M_{SE} を定義すると、それらは

$$\begin{aligned}
 M_{E_{i,j+\frac{1}{2}}} &= e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{N_{i,j}} U_{i,j}^U + \frac{1}{N_{i,j+1}} U_{i,j+1}^U \right) \\
 M_{N_{i+\frac{1}{2},j}} &= e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} e_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{N_{i,j}} V_{i,j}^U + \frac{1}{N_{i+1,j}} V_{i+1,j}^U \right) \\
 M_{NE_{i,j}} &= e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} e_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} \frac{1}{N_{i,j}} (U_{i,j}^U + V_{i,j}^U) \\
 M_{SE_{i,j}} &= e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} e_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} \frac{1}{N_{i,j}} (U_{i,j}^U - V_{i,j}^U)
 \end{aligned} \tag{6.16}$$

の様に表現され、U-点に対する連続式の水平部分は

$$\begin{aligned}
 \text{HMC}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^U &= M_{E_{i,j+\frac{1}{2}}} - M_{E_{i+1,j+\frac{1}{2}}} + M_{N_{i+\frac{1}{2},j}} - M_{N_{i+\frac{1}{2},j+1}} \\
 &\quad + M_{NE_{i,j}} - M_{NE_{i+1,j+1}} + M_{SE_{i,j+1}} - M_{SE_{i+1,j}}
 \end{aligned} \tag{6.17}$$

となる。ここで、 M_E, M_N は緯度・経度に平行な成分、 M_{NE}, M_{SE} は、緯度・経度に対角な成分である。

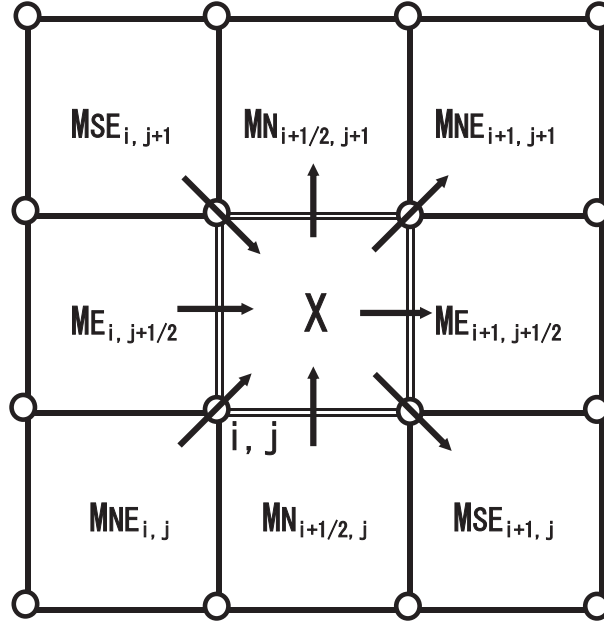


図 6.5: U-点に対する質量フラックス

全てが海である場合 ($N = 4$)

$$\begin{aligned}
 \text{HMC}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^U = & \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} (U_{i,j}^U + U_{i,j+1}^U) - \frac{1}{2} (U_{i+1,j}^U + U_{i+1,j+1}^U) \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2} (V_{i,j}^U + V_{i,j+1}^U) - \frac{1}{2} (V_{i+1,j}^U + V_{i+1,j+1}^U) \right] \\
 & + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} (U_{i,j}^U + V_{i,j}^U) - \frac{1}{2} (U_{i+1,j+1}^U + V_{i+1,j+1}^U) \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2} (U_{i,j+1}^U - V_{i,j+1}^U) - \frac{1}{2} (U_{i+1,j}^U - V_{i+1,j}^U) \right] \quad (6.18)
 \end{aligned}$$

となり、緯度・経度に平行な成分 (3.10) と対角な成分 (3.15) との ($1/2 : 1/2$) の平均となるが、エンストロフィーの保存を満たす、Arakawa スキームの条件 (比を $2/3 : 1/3$ とすべき) を満たしていない。

水平運動量移流

但し (6.18) をみればわかるように、全てが海である場合に限れば、緯度・経度に平行な成分と対角な成分の比 ($\alpha : \beta$ とする) については $\alpha + \beta = 1$ である限り、どのような値を用いても良い事がわかる。そこで、MRI.COM では、全てが海である場合は Arakawa スキームとなるように、 $\alpha = 2/3$ 、 $\beta = 1/3$ を選ぶこととする。このとき、東西流速の移流は

第6章 運動方程式（傾圧成分）

表 6.1: 8 通りの地形分布 (a,b,c) に対する U-box のフラックス $U_{i,j}^U$ に係わる係数。軸平行な成分に対するもの (B) と対角成分に対するもの (C)。A 欄はそれぞれの場合にのみ 1, 他の場合には 0 になるような係数値。

CASE n	Land-sea index			B Coefficient of $U_{i,j}^U$ (axisi-parallel) +	C Coefficient of $U_{i,j}^U$ (horizontally-diagonal) ×
	a	b	c		
1	1	1	1	1/3	1/6
2	1	1	0	0	1/3
3	1	0	1	1/3	0
4	0	1	1	1/3	1/3
5	1	0	0	0	0
6	0	1	0	0	1/2
7	0	0	1	1/2	0
8	0	0	0	0	0

$$\begin{aligned}
 \text{CAD}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}(u) = & \frac{2}{3} \left[\frac{1}{2} (u_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}) \frac{1}{2} (U_{i,j}^U + U_{i,j+1}^U) \right. \\
 & - \frac{1}{2} (u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + u_{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}}) \frac{1}{2} (U_{i+1,j}^U + U_{i+1,j+1}^U) \\
 & + \frac{1}{2} (u_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}) \frac{1}{2} (V_{i,j}^U + V_{i+1,j}^U) \\
 & \left. - \frac{1}{2} (u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}) \frac{1}{2} (V_{i,j+1}^U + V_{i+1,j+1}^U) \right] \\
 & + \frac{1}{3} \left[\frac{1}{2} (u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + u_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}) \frac{1}{2} (U_{i,j}^U + V_{i,j}^U) \right. \\
 & - \frac{1}{2} (u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + u_{i+\frac{3}{2},j+\frac{3}{2}}) \frac{1}{2} (U_{i+1,j+1}^U + V_{i+1,j+1}^U) \\
 & + \frac{1}{2} (u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + u_{i-\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}) \frac{1}{2} (U_{i,j+1}^U - V_{i,j+1}^U) \\
 & \left. - \frac{1}{2} (u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + u_{i+\frac{3}{2},j-\frac{1}{2}}) \frac{1}{2} (U_{i+1,j}^U - V_{i+1,j}^U) \right] \quad (6.19)
 \end{aligned}$$

となる。これが、一般化された Arakawa スキームである。荒川の B 格子のもとでのこのスキームでは、渦度の 2 乗である、エンストロフィに準じた量 ($\partial u / \partial y$)² および ($\partial v / \partial x$)² が保存される。

陸が一つでもある場合には、 $\alpha = 1/2$ 、 $\beta = 1/2$ を選ぶ。これらの一般化は以下に行なう。図 6.2b において d も海である場合を考える。a - d を 海陸インデックスを表すとすると、a - c がとり得る 8 つの場合に対し、移流項に対する中央の T 点 A でのフラックス U_{ij}^U が関わる項の寄与に関して、緯線に平行な成分 (B) と対角な成分 (C) に分けて示したのが表 6.1 である。これらは、上までの議論から決まる。なお、A はそれぞれの海陸分布の組み合わせに対して、その組み合わせが成り立つ場合のみ 1、それ以外では 0 になるように、a - c を表したものである。

U_{ij}^U がかかる項の寄与を一般化する。緯度線に平行な成分に関しては A と B の積を 8 つの場合について加え、同様に緯度線に対角な成分に関しては A と C の積を 8 つの場合について加えれば良い。

$$\begin{aligned}
c_1 &= \sum_{n=1}^8 \mathbf{A}_n \mathbf{B}_n = \frac{1}{6} \mathbf{c}(\mathbf{ab} - \mathbf{a} - \mathbf{b} + 3) \\
&\text{and} \\
c_2 &= \sum_{n=1}^8 \mathbf{A}_n \mathbf{C}_n = \frac{1}{6} \mathbf{b}(3 - \mathbf{a} - \mathbf{c})
\end{aligned} \tag{6.20}$$

これを用いて、 U_{ij}^U が関与する移流項の表現は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{\mathbf{d}}{2}(u_{\mathbf{c}} + u_{\mathbf{d}})c_1 U_{i,j}^U &= \frac{1}{2}(u_{\mathbf{c}} + u_{\mathbf{d}})\frac{1}{6}\mathbf{cd}(\mathbf{ab} - \mathbf{a} - \mathbf{b} + 3)U_{i,j}^U \\
&\text{and} \\
\frac{\mathbf{d}}{2}(u_{\mathbf{b}} + u_{\mathbf{d}})c_2 U_{i,j}^U &= \frac{1}{2}(u_{\mathbf{b}} + u_{\mathbf{d}})\frac{1}{6}\mathbf{bd}(3 - \mathbf{a} - \mathbf{c})U_{i,j}^U
\end{aligned} \tag{6.21}$$

最終的な一般化された運動量フラックスは

$$\begin{aligned}
F_{E_{i,j+\frac{1}{2}}}(u) &= \frac{1}{2}(u_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}})M_{E_{i,j+\frac{1}{2}}} \\
F_{N_{i+\frac{1}{2},j}}(u) &= \frac{1}{2}(u_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}})M_{N_{i+\frac{1}{2},j}} \\
F_{NE_{i,j}}(u) &= \frac{1}{2}(u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + u_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}})M_{NE_{i,j}} \\
F_{SE_{i,j}}(u) &= \frac{1}{2}(u_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + u_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}})M_{SE_{i,j}}
\end{aligned} \tag{6.22}$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned}
M_{E_{i,j+\frac{1}{2}}} &= \frac{1}{6}(C_{XN_{i,j}}U_{i,j}^U + C_{XS_{i,j+1}}U_{i,j+1}^U) \\
M_{N_{i+\frac{1}{2},j}} &= \frac{1}{6}(C_{YE_{i,j}}V_{i,j}^U + C_{YW_{i+1,j}}V_{i+1,j}^U) \\
M_{NE_{i,j}} &= \frac{1}{6}C_{NE_{i,j}}(U_{i,j}^U + V_{i,j}^U) \\
M_{SE_{i,j}} &= \frac{1}{6}C_{SE_{i,j}}(U_{i,j}^U - V_{i,j}^U)
\end{aligned} \tag{6.23}$$

で、さらに、

$$\begin{aligned}
C_{XN_{i,j}} &= e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}(e_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}e_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} - e_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} - e_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + 3) \\
C_{XS_{i,j}} &= e_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}e_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}(e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + 3) \\
C_{YE_{i,j}} &= e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}e_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}(e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}e_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} - e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - e_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + 3) \\
C_{YW_{i,j}} &= e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}e_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}(e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}e_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} - e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - e_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + 3) \\
C_{NE_{i,j}} &= e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}e_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}(3 - e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - e_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}) \\
C_{SE_{i,j}} &= e_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}e_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}(3 - e_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - e_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}})
\end{aligned} \tag{6.24}$$

である。運動量移流の一般化された差分表現は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
\text{CAD}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}(u) &= F_{E_{i,j+\frac{1}{2}}}(u) - F_{E_{i+1,j+\frac{1}{2}}}(u) + F_{N_{i+\frac{1}{2},j}}(u) - F_{N_{i+\frac{1}{2},j+1}}(u) \\
&\quad + F_{NE_{i,j}}(u) - F_{NE_{i+1,j+1}}(u) + F_{SE_{i,j+1}}(u) - F_{SE_{i+1,j}}(u)
\end{aligned} \tag{6.25}$$

6.2 粘性項

コンパイルオプションによって、水平粘性については（Laplacian 型（既定値）または biharmonic 型（オプション BIHARMONIC））×（時間変化しない粘性係数による方法（既定値）または Smagorinsky のパラメタリゼーション（オプション SMAGOR））の組み合わせを使うことができる。鉛直粘性については、1 次元の定数係数 Laplacian 型を基本とし、海底摩擦のパラメタリゼーション（Weatherly 1972）を使う。

6.2.1 水平粘性

horizontal tension D_T , horizontal shear D_S を次のように定義する。

$$D_T = h_\psi \frac{\partial}{h_\mu \partial \mu} \left(\frac{u}{h_\psi} \right) - h_\mu \frac{\partial}{h_\psi \partial \psi} \left(\frac{v}{h_\mu} \right) \quad (6.26)$$

$$D_S = h_\psi \frac{\partial}{h_\mu \partial \mu} \left(\frac{v}{h_\psi} \right) + h_\mu \frac{\partial}{h_\psi \partial \psi} \left(\frac{u}{h_\mu} \right) \quad (6.27)$$

粘性項は、水平粘性係数を v_H として

$$\mathcal{V}_u = \frac{1}{h_\psi^2} \frac{\partial}{h_\mu \partial \mu} (h_\psi^2 v_H D_T) + \frac{1}{h_\mu^2} \frac{\partial}{h_\psi \partial \psi} (h_\mu^2 v_H D_S) \quad (6.28)$$

$$\mathcal{V}_v = \frac{1}{h_\psi^2} \frac{\partial}{h_\mu \partial \mu} (h_\psi^2 v_H D_S) - \frac{1}{h_\mu^2} \frac{\partial}{h_\psi \partial \psi} (h_\mu^2 v_H D_T) \quad (6.29)$$

となる。

地理座標の場合は $(\mu, \psi) = (\lambda, \phi)$, $h_\lambda = a \cos \phi$, $h_\phi = a$ となるので D_T, D_S は、

$$D_T = \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} - \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \phi} - \frac{v}{a} \tan \phi \quad (6.30)$$

$$D_S = \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial v}{\partial \lambda} + \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{u}{a} \tan \phi \quad (6.31)$$

粘性項は、

$$\mathcal{V}_u = \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial (v_H D_T)}{\partial \lambda} + \frac{1}{a} \frac{\partial (v_H D_S)}{\partial \phi} - v_H D_S \frac{2 \tan \phi}{a} \quad (6.32)$$

$$\mathcal{V}_v = \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial (v_H D_S)}{\partial \lambda} - \frac{1}{a} \frac{\partial (v_H D_T)}{\partial \phi} + v_H D_T \frac{2 \tan \phi}{a} \quad (6.33)$$

となる。

biharmonic の場合は、粘性係数 v_{BH} を使ってこの手続きを繰り返す。すなわち、 D_T, D_S を計算するとき、上式で求めた $\mathcal{V}_u, \mathcal{V}_v$ の符号を反転したものを u, v の代わりに使い、再び粘性項を計算する。biharmonic 型の差分によって、格子間隔より十分大きな波長の渦に対しては弱く、格子間隔程度の渦に対しては強く粘性を働かせることが可能になる。高解像度で計算する場合、モデルで表現可能な渦の不自然な減衰を避けたいときにこのオプションを用いるべきである。しかし、水平シアの勾配が大きい場所（強流域の縁）では非現実的な極大・極小値が出現することに注意する必要がある。また、中規模渦を解像しない粗い格子設定での使用は控えるべきである。

6.2.2 水平粘性における Smagorinsky のパラメタリゼーション

粘性係数を局所的な場の変形率（速度の関数）として求める（Griffies and Hallberg, 2000）。この方法を biharmonic で用いることによって、モデル格子間隔以下のスケールの渦に対しては必要な粘性を効かせるとともに、モデル格子で解像される渦に対しては大きな制動がかからないようにすることができる。

変形時間（deformation rate）を

$$T^{-1} = |D| = \sqrt{D_T^2 + D_S^2} \quad (6.34)$$

とし、粘性係数を下のように決める。

$$\nu_H = \left(\frac{C \Delta_{\min}}{\pi} \right)^2 |D| \quad (6.35)$$

$$\nu_{BH} = \frac{\Delta_{\min}^2}{8} \nu_H \quad (6.36)$$

C (c_{scl}) は無次元のスケールパラメータであり、数値計算の安定性を考慮して決める。 $\Delta_{\min}$ は東西・南北の格子間隔のうち、小さい方である。

C の指標としては grid Reynolds 数の制限：

$$\nu_H > U \frac{\Delta_{\min}}{2} \quad (6.37)$$

境界層の幅に関する制限：

$$\nu_H > \beta \Delta_{\min}^3 \quad (6.38)$$

CFL 条件：

$$\nu_H < \frac{\Delta_{\min}^2}{2\Delta t} \quad (6.39)$$

ここに、 β はコリオリ・パラメータ f の緯度による変化率である。変形時間 $|D|$ を $U/\Delta_{\min}$ でスケールすると (6.37) から、 $C > \pi/\sqrt{2} \approx 2.2$ が数値計算の安定条件である（Griffies and Hallberg, 2000）。

6.2.3 粘性項の差分

変形率:

$$\begin{aligned} D_{Ti,j} &= \frac{h_{\psi i,j}}{h_{\mu i,j}} \overline{\delta_{\mu} \left(\frac{u}{h_{\psi}} \right)}_{i,j}^{\psi} - \frac{h_{\mu i,j}}{h_{\psi i,j}} \overline{\delta_{\psi} \left(\frac{v}{h_{\mu}} \right)}_{i,j}^{\mu} \\ D_{Si,j} &= \frac{h_{\psi i,j}}{h_{\mu i,j}} \overline{\delta_{\mu} \left(\frac{v}{h_{\psi}} \right)}_{i,j}^{\psi} + \frac{h_{\mu i,j}}{h_{\psi i,j}} \overline{\delta_{\psi} \left(\frac{u}{h_{\mu}} \right)}_{i,j}^{\mu} \end{aligned} \quad (6.40)$$

粘性力:

$$\begin{aligned} F_{xi+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{V_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \times \\ &\times \left[\frac{1}{h_{\psi i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \delta_i \left(\Delta y \Delta z h_{\psi} \overline{v_H D_T^{\psi}} \right)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + \frac{1}{h_{\mu i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \delta_j \left(\Delta x \Delta z h_{\mu} \overline{v_H D_S^{\mu}} \right)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \right] \\ F_{yi+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{V_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \times \\ &\times \left[\frac{1}{h_{\psi i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \delta_i \left(\Delta y \Delta z h_{\psi} \overline{v_H D_S^{\psi}} \right)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - \frac{1}{h_{\mu i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \delta_j \left(\Delta x \Delta z h_{\mu} \overline{v_H D_T^{\mu}} \right)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \right] \end{aligned} \quad (6.41)$$

第6章 運動方程式（傾圧成分）

ここに、

$$\begin{aligned}\delta_\mu A_{i,j} &\equiv \frac{A_{i+\frac{1}{2},j} - A_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta\mu} \\ \delta_\psi A_{i,j} &\equiv \frac{A_{i,j+\frac{1}{2}} - A_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta\psi} \\ \delta_i A_{i,j} &\equiv A_{i+\frac{1}{2},j} - A_{i-\frac{1}{2},j} \\ \delta_j A_{i,j} &\equiv A_{i,j+\frac{1}{2}} - A_{i,j-\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

また、

$$\begin{aligned}\overline{A_{i,j}}^\mu &\equiv \frac{1}{2}(A_{i-\frac{1}{2},j} + A_{i+\frac{1}{2},j}) \\ \overline{A_{i,j}}^\psi &\equiv \frac{1}{2}(A_{i,j-\frac{1}{2}} + A_{i,j+\frac{1}{2}})\end{aligned}\quad (6.42)$$

とした。

西側が壁の場合（図 6.6a）壁での変形率は

$$\begin{aligned}D_{Ti,j+\frac{1}{2}} &= \frac{u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_{ij}^-} \\ D_{Si,j+\frac{1}{2}} &= \frac{v_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_{ij}^-}\end{aligned}\quad (6.43)$$

と計算し（ Δx_{ij}^- は U-点から西の壁までの距離）、粘性力への西側の壁の寄与は

$$\begin{aligned}F_{xi+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^W &= -\frac{1}{V_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} h_{\psi i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \Delta y_{i,j+\frac{1}{2}} \Delta \tilde{z}_{i,j+\frac{1}{2}} h_{\psi i-\frac{1}{2},j} v_{Hi-\frac{1}{2},j} \frac{u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^-} \\ F_{yi+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^W &= -\frac{1}{V_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} h_{\psi i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \Delta y_{i,j+\frac{1}{2}} \Delta \tilde{z}_{i,j+\frac{1}{2}} h_{\psi i-\frac{1}{2},j} v_{Hi-\frac{1}{2},j} \frac{v_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^-}\end{aligned}\quad (6.44)$$

とする（ $\Delta \tilde{z}_{i,j+\frac{1}{2}}$ は西側の壁の高さ）。

6.2.4 鉛直粘性

Laplacian 型のみを考える。第 $(k+\frac{1}{2})$ 層の U-box が海底を含まないとき、このボックス上側の $\partial u/\partial z$ は、下ようになる（添字 i, j 省略）。鉛直に隣接する流速点の中心は U-box 境界上にあることに注意。

$$\frac{u_{k-\frac{1}{2}} - u_{k+\frac{1}{2}}}{\Delta z_k}$$

ここで、 $\Delta z_k = (\Delta z_{k-\frac{1}{2}} + \Delta z_{k+\frac{1}{2}})/2$ 、 $\Delta z_{k+\frac{1}{2}}$ は U-box の鉛直方向の長さ（ dz_u ）である。U-box 下側の $\partial u/\partial z$ は、第 $(k+\frac{3}{2})$ 層の U-box が海底を含まないとき、 $(u_{k+\frac{1}{2}} - u_{k+\frac{3}{2}})/\Delta z_{k+1}$ 、海底を含むとき（図 6.6b 左）その厚さを $\delta z_{k+\frac{3}{2}}$ として

$$\frac{2(u_{k+\frac{1}{2}} - u_{k+\frac{3}{2}})}{\Delta z_{k+1} + (\Delta z_{k+\frac{3}{2}} - \delta z_{k+\frac{3}{2}})}$$

一般的な $\partial^2 u/\partial z^2$ の差分表現を、下のようにする。ただし、海底を含む場合に $\Delta z_{k+1} \approx \Delta z_{k+\frac{3}{2}}$ としている。

$$\left[\frac{2(u_{k+\frac{3}{2}} - u_{k+\frac{1}{2}})}{\Delta z_{k+1}(1+r_{k+\frac{3}{2}})} - \frac{u_{k+\frac{1}{2}} - u_{k-\frac{1}{2}}}{\Delta z_k} \right] / \Delta z_{k+\frac{1}{2}} \quad (6.45)$$

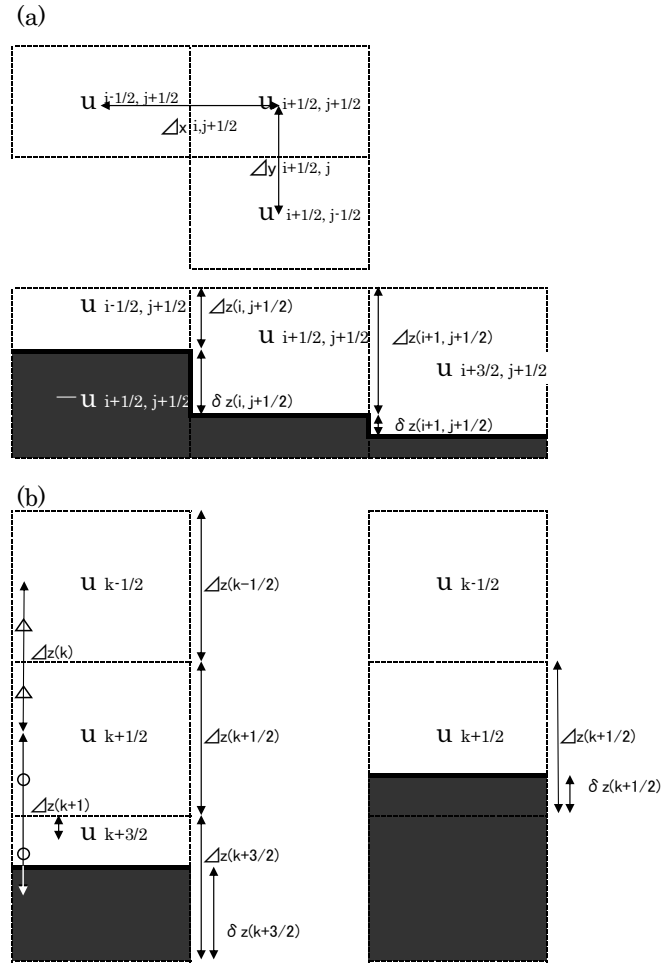


図 6.6: (a) 水平粘性参考図 : (上) 平面図。 (下) 鉛直断面図。 ; (b) 鉛直粘性参考図 : (左) 下に隣接する U-box が海底を持つ場合。 (右) U-box 自体が海底を持つ場合。 陰影部は海底地形をあらわす。

第6章 運動方程式（傾圧成分）

ここで

$$r_{k+\frac{3}{2}} = \frac{\Delta z_{k+\frac{3}{2}} - \delta z_{k+\frac{3}{2}}}{\Delta z_{k+\frac{3}{2}}}$$

である。なお、 $k = \frac{1}{2}$ のとき (6.45) 式 [] 内第 2 項は 0 とする。

6.2.5 底面摩擦

第 $(k + \frac{1}{2})$ 層の U-box が海底を含む場合（図 6.6b 右）、上に出て行く粘性フラックスは (6.45) 式 { } 内第 2 項から求める。一方、下から入るフラックス (τ_x^b, τ_y^b) は Weatherly (1972) に従って計算される。差分表現は以下のとおり。

$$\begin{pmatrix} \tau_x^b \\ \tau_y^b \end{pmatrix} = -\rho_0 \frac{C_{\text{btm}} \sqrt{u_{k+\frac{1}{2}}^2 + v_{k+\frac{1}{2}}^2}}{\Delta z_{k+\frac{1}{2}} - \delta z_{k+\frac{1}{2}}} \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 \\ \sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{k+\frac{1}{2}} \\ v_{k+\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$$

ここで、 C_{btm} は無次元の定数である。最下層に底面から入ってくる粘性フラックスは、最下層流速の 2 乗に比例し、流速ベクトルを $(\theta_0 + \pi)$ だけ回転させた向きを持つことになる。

なお、MRI.COM においては、

$$\begin{aligned} C_{\text{btm}} &= 1.225 \times 10^{-3} [\text{cm}] \\ \theta_0 &= \pm \pi / 18 \text{ [rad]} \quad (\equiv 10[^\circ]) \end{aligned}$$

である。ただし、 θ_0 は北半球で正、南半球で負である。モデルにおける変数名は、 $C_{\text{btm}} : \text{abtm}$ 、 $\cos \theta : \text{bcs}$ 、 $\sin(\pm \theta_0) : \text{bsn*isgn}$ となっている。

References

- Griffies, S. and R. Hallberg, 2000: Biharmonic friction with a Smagorinsky-like viscosity for use in large-scale eddy-permitting ocean models, *Mon. Weath. Rev.*, **128**, 2935–2946.
- Ishizaki, H. and T. Motoi, 1999: Reevaluation of the Takano-Oonishi scheme for momentum advection on bottom relief in ocean models, *J. Atmos. Ocean. Tech.*, **16**, 1994–2010.
- Weatherly, 1972: A study of the bottom boundary layer of the Florida current., *J. Phys. Oceanogr.*, **2**, 54–72.

第7章 水温・塩分方程式

本章では水温・塩分の予報の手続きのうち、海面過程 (混合層および海面フラックス) を除く基本部分の定式化を行なう。最初の節でフラックス形式の差分化について説明し、続く各節でフラックスの各成分 (拡散および移流) の定式化について述べる。移流については、冗長になるのを避けるため本章では QUICK について述べ、UTOPIA と QUICKEST については付録で説明する。最後の節では対流調節について説明する。

7.1 フラックス形式

水温・塩分の時間変化を支配する方程式 (微分形) は、第1章の (1.26)–(1.38) 式に記述されている。(1.26), (1.27) 式を差分化するには、各格子境界からのフラックスを計算し、それらの収束・発散をその格子の時間変化とする (図 7.1)。つまり差分式は

$$\begin{aligned} T_{i,j,k}^{n+1} V_{i,j,k}^{n+1} = & T_{i,j,k}^{n-1} V_{i,j,k}^{n-1} \\ & + 2\Delta t \left\{ \begin{aligned} & FX_{i-\frac{1}{2},j,k} - FX_{i+\frac{1}{2},j,k} \\ & + FY_{i,j-\frac{1}{2},k} - FY_{i,j+\frac{1}{2},k} \\ & + FZ_{i,j,k+\frac{1}{2}} - FZ_{i,j,k-\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (7.1)$$

のように書く。ここに、 T は水温または塩分、 V は格子体積、 FX, FY, FZ は (フラックス) $\times$ (格子境界面積) である。フラックスには移流と拡散とからの寄与が含まれる。自由表面の場合、 $k=1$ の V は時間変化する。

格子体積は

$$\begin{aligned} V_{i,j,k} = & SZSW_{i,j} \Delta z_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k} + SZSE_{i,j} \Delta z_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k} \\ & + SZNW_{i,j} \Delta z_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} + SZNE_{i,j} \Delta z_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} \end{aligned} \quad (7.2)$$

と書ける。ここに、 Δz は対応する流速格子の (自由表面の昇降も考慮した) 鉛直方向のサイズである。また $SZSW$ は、U-box の境界で区切られる T-box の四つの部分のうち左下 (地理座標の場合南西) の水平面積である。同様に $SZSE$ は右下 (南東)、 $SZNW$ は左上 (北西)、 $SZNE$ は右上 (北東) の部分の面積である。

7.2 移流

水温・塩分の移流の計算スキームとして、コンパイルオプションによって水平移流は QUICK と UTOPIA、鉛直移流は QUICK と QUICKEST からそれぞれ選択することができる (QUICK と QUICKEST および両者の比較については Leonard (1979) を参照されたい。QUICKEST から UTOPIA への拡張については Leonard et al. (1993) に詳しい。UTOPIA の計算法は Leonard et al. (1994) を参考にした)。ここでは QUICK について説明する。UTOPIA、QUICKEST は Appendix で説明する。

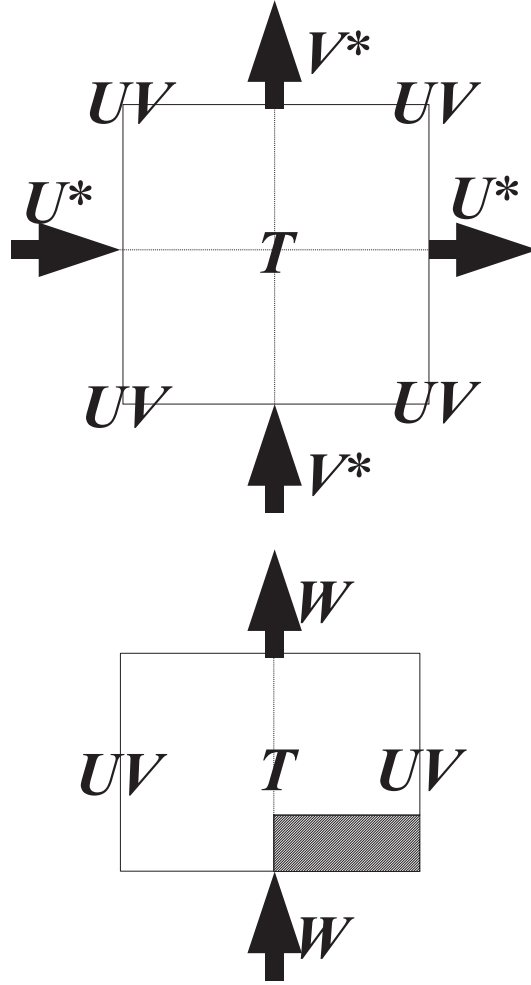


図 7.1: TS-Box のまわりの格子点配置 (上:上から見たところ、下:横から見たところ); 矢印に相当するフラックスを計算する。

フラックスへの移流の寄与は、

$$FXA_{i+\frac{1}{2},j,k} = U_{i+\frac{1}{2},j,k}^T T_{i+\frac{1}{2},j,k} \quad (7.3)$$

$$FYA_{i,j+\frac{1}{2},k} = V_{i,j+\frac{1}{2},k}^T T_{i,j+\frac{1}{2},k} \quad (7.4)$$

$$FZA_{i,j,k+\frac{1}{2}} = W_{i,j,k+\frac{1}{2}}^T T_{i,j,k+\frac{1}{2}} \quad (7.5)$$

と書ける。ここに、流量 U^T, V^T は (3.2)–(3.7) の定義により

$$U_{i+\frac{1}{2},j,k}^T = \frac{1}{2}\Delta y_{i+\frac{1}{2},j} \left(u_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}\Delta z_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k} + u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}\Delta z_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} \right) \quad (7.6)$$

$$V_{i,j+\frac{1}{2},k}^T = \frac{1}{2}\Delta x_{i,j+\frac{1}{2}} \left(v_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}\Delta z_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} + v_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}\Delta z_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} \right) \quad (7.7)$$

となり、連続式 (3.1) を診断的に解くことにより w^T が求まる。さらに QUICKEST を使う場合に必要な鉛直速度 w は次式で求める (QUICKEST を使わないとき、 w は不要)。

$$W_{i,j,k+\frac{1}{2}}^T = w_{i,j,k+\frac{1}{2}} SZ_{i,j,k+\frac{1}{2}} \quad (7.8)$$

ただし、

$$SZ_{i,j,k+\frac{1}{2}} = SZSW_{i,j} \times L_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k} + SZSE_{i,j} \times L_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k} + SZNW_{i,j} \times L_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} + SZNE_{i,j} \times L_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} \quad (7.9)$$

とした。 L は対応する流速点に海水があれば 1、なければ 0 であるような配列である。

この表現は移流スキームのオプションによらない。違うのは、水温・塩分の格子境界での値 $T_{i+\frac{1}{2},j,k}$, $T_{i,j+\frac{1}{2},k}$, $T_{i,j,k+\frac{1}{2}}$ の決めかたである。中央差分は隣接する 2 点の水温・塩分値の算術平均を格子境界の値として用いる方法で、QUICK は上流側にもう一点加えた 3 点の値を 2 次関数で補間して (図 7.2) 格子境界の値を決める方法である。

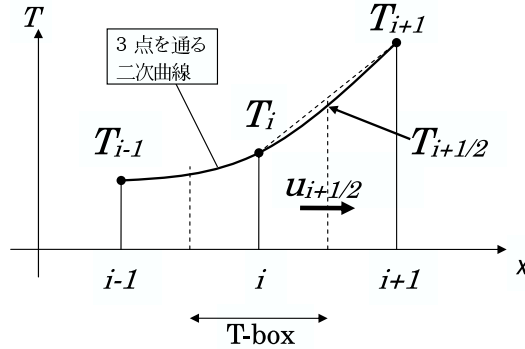


図 7.2: 補間の概念図: T_i が現在計算している T-Box の水温の代表値であり、 $T_{i+\frac{1}{2}}$ が格子境界の値である。QUICK では T_i と両隣の T-Box の値 T_{i-1} , T_{i+1} との間を 2 次曲線で補間して $T_{i+\frac{1}{2}}$ を求める。

本来の QUICK による格子境界の値は

$$T_{i+\frac{1}{2},j,k} = \frac{\Delta x_i T_{i+1,j,k} + \Delta x_{i+1} T_{i,j,k}}{\Delta x_{i+1} + \Delta x_i} - \frac{\Delta x_{i+1} \Delta x_i}{4} c_{i+\frac{1}{2},j,k} \quad (7.10)$$

$$T_{i,j+\frac{1}{2},k} = \frac{\Delta y_j T_{i,j+1,k} + \Delta y_{j+1} T_{i,j,k}}{\Delta y_{j+1} + \Delta y_j} - \frac{\Delta y_{j+1} \Delta y_j}{4} d_{i,j+\frac{1}{2},k} \quad (7.11)$$

$$T_{i,j,k+\frac{1}{2}} = \overline{T_{i,j,k+\frac{1}{2}}}^z - \frac{\Delta z_{i,j,k+\frac{1}{2}}^2}{4} e_{i,j,k+\frac{1}{2}} \quad (7.12)$$

となり、 c, d, e はフラックスの向きによって以下のように定義される。

$$U_{i+\frac{1}{2},j,k}^T > 0 \text{ のとき } c_{i+\frac{1}{2},j,k} = \frac{\Delta x_i \delta_x \delta_x T_{i,j,k}}{2 \Delta x_i^x} \quad (7.13)$$

$$U_{i+\frac{1}{2},j,k}^T < 0 \text{ のとき } c_{i+\frac{1}{2},j,k} = \frac{\Delta x_{i+1} \delta_x \delta_x T_{i+1,j,k}}{2 \Delta x_{i+1}^x} \quad (7.14)$$

$$V_{i,j+\frac{1}{2},k}^T > 0 \text{ のとき } d_{i,j+\frac{1}{2},k} = \frac{\Delta y_j \delta_y \delta_y T_{i,j,k}}{2 \Delta y_j^y} \quad (7.15)$$

$$V_{i,j+\frac{1}{2},k}^T < 0 \text{ のとき } d_{i,j+\frac{1}{2},k} = \frac{\Delta y_{j+1} \delta_y \delta_y T_{i,j+1,k}}{2 \Delta y_{j+1}^y} \quad (7.16)$$

$$W_{i,j,k+\frac{1}{2}}^T > 0 \text{ のとき } e_{i,j,k+\frac{1}{2}} = \frac{\Delta z_{k+1} \delta_z \delta_z T_{i,j,k+1}}{2 \Delta z_{i,j,k+1}^z} \quad (7.17)$$

$$W_{i,j,k+\frac{1}{2}}^T < 0 \text{ のとき } e_{i,j,k+\frac{1}{2}} = \frac{\Delta z_k \delta_z \delta_z T_{i,j,k}}{2 \Delta z_{i,j,k}^z} \quad (7.18)$$

第7章 水温・塩分方程式

差分オペレータの定義は以下のとおり (y, z についても同様である)。

$$\begin{aligned}\delta_x A_i &\equiv \frac{A_{i+\frac{1}{2}} - A_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x_i}, & \delta_x A_{i+\frac{1}{2}} &\equiv \frac{A_{i+1} - A_i}{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}}, \\ \overline{A_i^x} &\equiv \frac{A_{i+\frac{1}{2}} + A_{i-\frac{1}{2}}}{2}, & \overline{A_{i+\frac{1}{2}}^x} &\equiv \frac{A_{i+1} + A_i}{2}\end{aligned}\quad (7.19)$$

いま、 c, d, e の格子境界の流速が正のときの値を c_p, d_p, e_p 、流速が負のときの値を c_m, d_m, e_m と書き、

$$c_a = c_m + c_p \quad (7.20)$$

$$c_d = c_m - c_p \quad (7.21)$$

$$d_a = d_m + d_p \quad (7.22)$$

$$d_d = d_m - d_p \quad (7.23)$$

$$e_a = e_m + e_p \quad (7.24)$$

$$e_d = e_m - e_p \quad (7.25)$$

とおけば、

$$\begin{aligned}FXA_{i+\frac{1}{2},j,k} &= U_{i+\frac{1}{2},j,k}^T \left[\frac{\Delta x_{i,j,k} T_{i+1,j,k} + \Delta x_{i+1,j,k} T_{i,j,k}}{\Delta x_{i+1,j,k} + \Delta x_{i,j,k}} - \frac{\Delta x_{i+1,j,k} \Delta x_{i,j,k}}{8} c_{ai+\frac{1}{2},j,k} \right] \\ &+ |U_{i+\frac{1}{2},j,k}^T| \frac{\Delta x_{i+1} \Delta x_i}{8} c_{di+\frac{1}{2},j,k}\end{aligned}\quad (7.26)$$

$$\begin{aligned}FYA_{i,j+\frac{1}{2},k} &= V_{i,j+\frac{1}{2},k}^T \left[\frac{\Delta y_{i,j,k} T_{i,j+1,k} + \Delta y_{i,j+1,k} T_{i,j,k}}{\Delta y_{i,j+1,k} + \Delta y_{i,j,k}} - \frac{\Delta y_{i,j+1,k} \Delta y_{i,j,k}}{8} d_{ai,j+\frac{1}{2},k} \right] \\ &+ |V_{i,j+\frac{1}{2},k}^T| \frac{\Delta y_{i,j+1,k} \Delta y_{i,j,k}}{8} d_{di,j+\frac{1}{2},k}\end{aligned}\quad (7.27)$$

$$\begin{aligned}FZA_{i,j,k+\frac{1}{2}} &= W_{i,j,k+\frac{1}{2}}^T \left[\frac{\Delta z_{i,j,k} T_{i,j,k+1} + \Delta z_{i,j,k+1} T_{i,j,k}}{\Delta z_{i,j,k+1} + \Delta z_{i,j,k}} - \frac{\Delta z_{i,j,k+1} \Delta z_{i,j,k}}{8} e_{ai,j,k+\frac{1}{2}} \right] \\ &+ |W_{i,j,k+\frac{1}{2}}^T| \frac{\Delta z_{i,j,k+1} \Delta z_{i,j,k}}{8} e_{di,j,k+\frac{1}{2}}\end{aligned}\quad (7.28)$$

となる。(7.26) は、

$$FXA_{i+\frac{1}{2},j,k} \simeq U_{i+\frac{1}{2},j,k}^T \tilde{T}_{i+\frac{1}{2},j,k} + A_Q \frac{\partial^3 T_{i+\frac{1}{2},j,k}}{\partial x^3} \quad (7.29)$$

と書きなおせる。 $\tilde{T}_{i+\frac{1}{2},j,k}$ は 3 次の多項式で補間した格子境界での T の値で、

$$A_Q = |U_{i+\frac{1}{2},j,k}^T| \frac{\Delta x_{i+1} \Delta x_{i+\frac{1}{2}} \Delta x_i}{8} \quad (7.30)$$

とした。

移流の計算は時間的には leap-frog で行なうが、(7.29) の右辺第 2 項は biharmonic な拡散の形をしているので計算の安定のために前方差分で計算する (Holland et al. 1998)。

$u_{i+\frac{1}{2},j,k}^* > 0$ のとき $i-1, j, k$ が ($u_{i+\frac{1}{2},j,k}^* < 0$ のとき $i+1, j, k$ が) 陸あるいは海底下である場合には重みつき上流差分を用いる。

南北・鉛直方向についても同様にする。

7.3 拡散

拡散については、Laplacian 型水平拡散 (既定値)、biharmonic 型水平拡散 (オプション BIHARMONIC)、等密度面拡散 (オプション ISOPYCNAL)、のいずれかと、Laplacian 型鉛直拡散とを用いることができる。

等密度面拡散の場合は、係数の設定によって Gent and McWilliams (1990) のパラメタリゼーション (GM スキーム) を用いることができる。

biharmonic 型水平拡散は Laplacian 型に比べて水平スケールに対する選択性が高く、格子サイズに比べて大きなスケールの擾乱を不必要に抑えることが少ないため、渦を陽に表現するような高解像度モデルに向く。一方、渦を陽に表現できない中・低解像度モデルでは biharmonic 型水平拡散は不安定である。

Laplacian 型水平拡散では、等密度面が傾いていても水平方向に混合を起こすため、現実にはあり得ない大きな等密度面間 (diapycnal) 混合が生じる。等密度面拡散を用いることで、偽の等密度面間混合を抑えることができる。GM スキームも等密度面上の輸送を表現するものであるが、傾圧不安定擾乱による輸送をパラメータ化したものとされる。中・低解像度モデルでは GM スキームを用いるのが一般的である。

7.3.1 Laplacian 型水平拡散

Laplacian 型水平拡散は、拡散によるフラックスが水温・塩分の勾配に比例するものである。フラックスの差分式は、

$$FXD_{i+\frac{1}{2},j,k} = -\kappa_H \Delta y_{i+\frac{1}{2},j} \overline{\Delta z_{i+\frac{1}{2},j,k}}^y \delta_x T_{i+\frac{1}{2},j,k} \quad (7.31)$$

$$FYD_{i,j+\frac{1}{2},k} = -\kappa_H \Delta x_{i,j+\frac{1}{2}} \overline{\Delta z_{i,j+\frac{1}{2},k}}^x \delta_y T_{i,j+\frac{1}{2},k} \quad (7.32)$$

となる。ここに

$$\delta_x T_{i+\frac{1}{2},j,k} \equiv \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j}} \quad (7.33)$$

$$\delta_y T_{i,j+\frac{1}{2},k} \equiv \frac{T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}}{\Delta y_{i,j+\frac{1}{2}}} \quad (7.34)$$

とした。

7.3.2 biharmonic 型水平拡散

biharmonic 型水平拡散は、拡散によるフラックスが水温・塩分の Laplacian の勾配に比例するものである。フラックスの差分式は、

$$FXD_{i+\frac{1}{2},j,k} = \kappa_b \Delta y_{i+\frac{1}{2},j} \overline{\Delta z_{i+\frac{1}{2},j,k}}^y \delta_x \nabla^2 T_{i+\frac{1}{2},j,k} \quad (7.35)$$

$$FYD_{i,j+\frac{1}{2},k} = \kappa_b \Delta x_{i,j+\frac{1}{2}} \overline{\Delta z_{i,j+\frac{1}{2},k}}^x \delta_y \nabla^2 T_{i,j+\frac{1}{2},k} \quad (7.36)$$

となる。ここに、

$$\nabla^2 T_{i,j,k} = \frac{\Delta x_{i,j} \Delta y_{i,j}}{V_{i,j,k}} (\delta_x \overline{\Delta z_{i,j,k}}^y \delta_x T_{i,j,k} + \delta_y \overline{\Delta z_{i,j,k}}^x \delta_y T_{i,j,k}) \quad (7.37)$$

である。

7.3.3 鉛直拡散

鉛直拡散によるフラックスは水温・塩分の鉛直方向の勾配に比例する形で与えられる。鉛直拡散係数は 1 次元配列 `vdbg(1:km)` で与えられる鉛直分布を既定値とし (例えば Tsujino et al., 2000 で用いられているようなもの)、混合層モデルによって与えられる拡散係数や等密度面拡散の鉛直成分によっておきかえられる。

第7章 水温・塩分方程式

混合層モデルまたは等密度面拡散を用いる場合には拡散係数が大きくなる場所があるので、時間的には後方差分で解く。どちらも使わない場合には前方差分で解く。

差分式は、

$$FZD_{i,j,k+\frac{1}{2}} = -\kappa_z S Z_{i,j,k+\frac{1}{2}} \delta_z T_{i,j,k+\frac{1}{2}} \quad (7.38)$$

と書ける。ここに

$$\delta_z T_{i,j,k+\frac{1}{2}} \equiv \frac{T_{i,j,k} - T_{i,j,k+1}}{\Delta z_{k+\frac{1}{2}}} \quad (7.39)$$

とした。簡単のため、勾配を計算するのに用いた格子間の距離 $\Delta z_{k+\frac{1}{2}}$ は、海底の格子の厚さの変化や、自由表面の昇降を考慮していない。

7.3.4 等密度面拡散

等密度面拡散は、拡散によるフラックスが、等密度面上で大きな拡散係数 κ_I 、等密度面に直交する方向で小さな拡散係数 κ_D と、それぞれの方向の水温・塩分の勾配との積で表されるものである。拡散テンソル $\mathbf{K}$ を用いて、フラックスの各成分を $F^m(T) = -K^{mn} \partial_n T$ と書くと、

$$\mathbf{K} = \frac{\kappa_I}{1+S^2} \begin{pmatrix} 1+S_y^2+\varepsilon S_x^2 & (\varepsilon-1)S_x S_y & (1-\varepsilon)S_x \\ (\varepsilon-1)S_x S_y & 1+S_x^2+\varepsilon S_y^2 & (1-\varepsilon)S_y \\ (1-\varepsilon)S_x & (1-\varepsilon)S_y & \varepsilon+S^2 \end{pmatrix} \quad (7.40)$$

と書ける。ここに、

$$\mathbf{S} = (S_x, S_y, 0) = \left(-\frac{\partial \rho}{\partial x}, -\frac{\partial \rho}{\partial y}, 0 \right) \quad (7.41)$$

$$S = |\mathbf{S}| \quad (7.42)$$

$$\varepsilon = \frac{\kappa_D}{\kappa_I} \quad (7.43)$$

である (Redi 1982)。

差分化は Cox (1987) に従うが、等密度面の傾きが小さいとする近似は行っていない。

フラックスの東西成分 $FXD_{i+\frac{1}{2},j,k}$ の計算に現われる水温・塩分の勾配の3成分は、

$$(\delta_x T)_{i+\frac{1}{2},j,k} = \delta_x T_{i+\frac{1}{2},j,k} \quad (7.44)$$

$$(\delta_y T)_{i+\frac{1}{2},j,k} = \overline{\delta_y T_{i+\frac{1}{2},j,k}}^{xy} \quad (7.45)$$

$$(\delta_z T)_{i+\frac{1}{2},j,k} = \overline{\delta_z T_{i+\frac{1}{2},j,k}}^{xz} \quad (7.46)$$

のように差分化する。南北成分については、

$$(\delta_x T)_{i,j+\frac{1}{2},k} = \overline{\delta_x T_{i,j+\frac{1}{2},k}}^{xy} \quad (7.47)$$

$$(\delta_y T)_{i,j+\frac{1}{2},k} = \delta_y T_{i,j+\frac{1}{2},k} \quad (7.48)$$

$$(\delta_z T)_{i,j+\frac{1}{2},k} = \overline{\delta_z T_{i,j+\frac{1}{2},k}}^{yz} \quad (7.49)$$

とし、鉛直成分については

$$(\delta_x T)_{i,j,k+\frac{1}{2}} = \overline{\delta_x T_{i,j,k+\frac{1}{2}}}^{xz} \quad (7.50)$$

$$(\delta_y T)_{i,j,k+\frac{1}{2}} = \overline{\delta_y T_{i,j,k+\frac{1}{2}}}^{yz} \quad (7.51)$$

$$(\delta_z T)_{i,j,k+\frac{1}{2}} = \delta_z T_{i,j,k+\frac{1}{2}} \quad (7.52)$$

とする (図 7.3)。

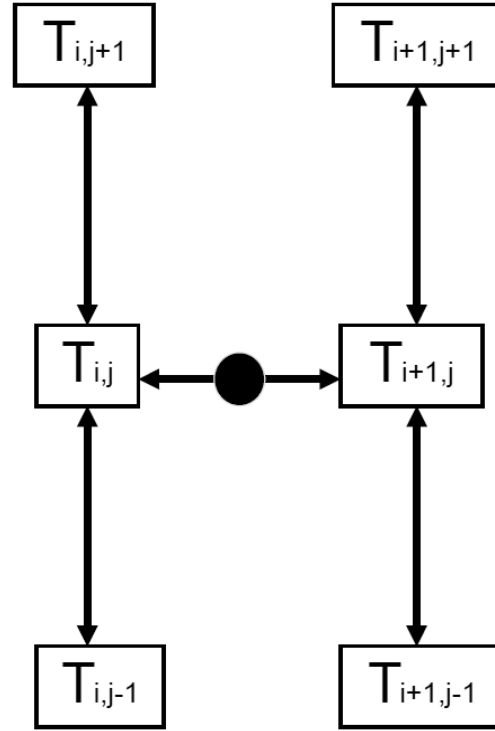


図 7.3: 等密度面拡散の計算で丸印 $(i + \frac{1}{2}, j, k)$ における勾配を求める方法: 東西勾配は丸印を通る矢印、南北勾配は 4 本のたて方向の矢印での勾配を平均する。

拡散テンソルの成分の計算に用いる密度勾配は、前述の式の T を ρ で置き換えればよい。ただし、密度はフラックスの東西・南北成分についてはレベル k 基準、鉛直成分についてはレベル $k + \frac{1}{2}$ 基準で計算する。

また、等密度面の傾きが垂直に近くなり水平方向の拡散が小さくなると計算不安定が生じるので、等密度面の傾きには上限 $S_{\max}$ を設ける。即ち、フラックスの各成分について $|S| > S_{\max}$ となった場合には $|S| = S_{\max}$ となるように $\partial_z \rho$ を置き換える。

7.3.5 Gent and McWilliams のパラメタリゼーション

Gent and McWilliams (1990) のパラメタリゼーションは、等密度面に沿って等密度層の厚さの勾配に比例するフラックスが存在するものとして、格子サイズ以下の擾乱による水温・塩分の輸送を表現するものである。前述の等密度面拡散では、等密度面と等温位面・等塩分面が一致する場合にはフラックスが生じないが、このパラメタリゼーションではそのような場合にもフラックスが生じ、等密度面の傾きを小さくしようとする働きをする。

いま、拡散によるフラックスの収束を、

$$R(T) = \partial_m (J^{mn} \partial_n T) \quad (7.53)$$

と書く。拡散テンソル J^{mn} は対称部分 $K^{mn} = (J^{mn} + J^{nm})/2$ と非対称部分 $A^{mn} = (J^{mn} - J^{nm})/2$ との和として

第7章 水温・塩分方程式

表現できる。前述の等密度面拡散は対称である。一方 A^{mn} によるフラックスの収束は、

$$\begin{aligned} R_A(T) &= \partial_m(A^{mn}\partial_n T) \\ &= \partial_m(A^{mn})\partial_n T \\ &= \partial_n(\partial_m A^{mn}T) \end{aligned} \quad (7.54)$$

となる ($A^{mn}\partial_m\partial_n T = 0$, $\partial_m\partial_n A^{mn} = 0$ を用いた)。 $u_*^n \equiv \partial_m A^{mn}$ とすれば、反対称テンソルによるフラックスは仮想的な流速 $\mathbf{u}_*$ による移流ととらえることができる。

Gent and McWilliams のパラメタリゼーションは、

$$\mathbf{u}_* = -\frac{\partial}{\partial \rho}(\kappa_T \nabla_\rho h) / \frac{\partial h}{\partial \rho} \quad (7.55)$$

とするものであり (h は等密度面の高さ)、東西・南北・鉛直の各成分に分けると、

$$\mathbf{u}_* = \left(-\frac{\partial(\kappa_T S_x)}{\partial z}, -\frac{\partial(\kappa_T S_y)}{\partial z}, \nabla_h \cdot (\kappa_T \mathbf{S}) \right) \quad (7.56)$$

と書ける。これに対応するテンソル $\mathbf{A}$ は一意には決まらないが、例えば

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\kappa_T S_x \\ 0 & 0 & -\kappa_T S_y \\ \kappa_T S_x & \kappa_T S_y & 0 \end{pmatrix} \quad (7.57)$$

と書くことができる。つまり、Gent and McWilliams のパラメタリゼーションは前述の等密度面拡散の拡散テンソルに $\mathbf{A}$ を足すだけで実現される (Griffies 1998)。

7.3.6 等密度面拡散の差分化の問題点

ここでは Griffies et al (1998) が指摘している Cox (1987) の差分表現の問題点を MRI.COM の場合に即して簡単に説明する。この問題は MRI.COM では未解決であり、今後検討していく予定である。

今、塩分が一樣 ($\rho = \rho(T, P)$) で、 $\kappa_D = 0$ とし、南北方向の分布は考えないものとする、熱の拡散フラックスは

$$\begin{aligned} F^x(T) &= -\frac{\kappa_I}{1+S_x^2} \left[\partial_x T - \frac{\partial_x \rho}{\partial_z \rho} \partial_z T \right] \\ &= -\frac{\kappa_I}{1+S_x^2} \left[\partial_x T - \frac{\alpha \partial_x T}{\alpha \partial_z T} \partial_z T \right] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (7.58)$$

$$\begin{aligned} F^z(T) &= -\frac{\kappa_I}{1+S_x^2} S_x \left[\partial_x T - \frac{\partial_x \rho}{\partial_z \rho} \partial_z T \right] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (7.59)$$

となり ($\alpha \equiv \partial \rho / \partial T$)、(定義からも明らかのように) 等密度面拡散によるフラックスは生じない。しかし、前述の差分表現で (7.58) の $[\]$ 内は、

$$\delta_x T_{i+\frac{1}{2},k} - \frac{\delta_x \rho_{i+\frac{1}{2},k}}{\delta_z \rho_{i+\frac{1}{2},k}} \overline{\delta_z T_{i+\frac{1}{2},k}}^{xz} \quad (7.60)$$

となり、 ρ は $k-1, k, k+1$ の各レベルの T を用いてレベル k 基準で計算するので、状態方程式が線型でない限りゼロにならない。レベルの厚さが深いほど厚くなっており、成層が安定で α が水温が高いほど大きい場合、このような差分表現は等密度面の傾きを等温面の傾きよりも大きく評価してしまう可能性が高い。図 7.4 の破線のような水温分布で、等密度面を実線のように計算してしまうと、A では高温化、B では低温化の傾向となるので、このような分布は (不適切な) 等密度面拡散に対して不安定である。

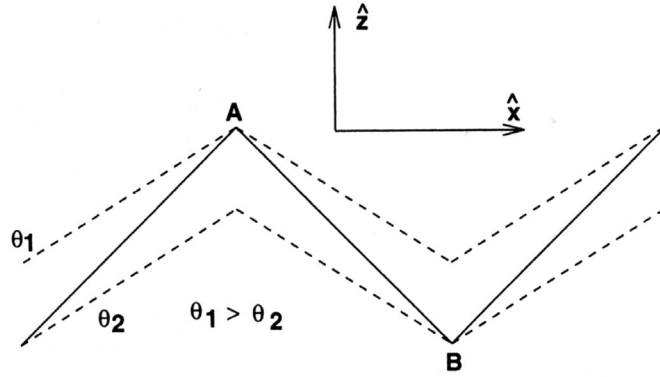


図 7.4: 等密度面の傾きが正しく計算されていないときに不安定な分布 (Griffies et al. 1998) より転載)。破線は等温線で、密度が水温のみに依存する場合にはこの線上が中立となる。実線は Cox(1987) の方法で計算される中立な方向によって決まる線の一例である。密度が水温・塩分の関数の場合、破線は現場密度の等値線である。いずれの場合も破線と実線は平行になるべきである。Cox(1987) の方法では必ずしも平行にならない。

一方、状態方程式が線型であっても、東西方向の格子点間隔が一様な場合、波長が格子点間隔の 2 倍に一致するような水温の東西分布を与えると、考えている格子点の東西両隣の水温・塩分は等しいから、フラックスの鉛直成分を計算するときに出てくる水温の東西勾配はゼロになってしまう。これは本来は東西勾配と相殺するはずのものである、非現実的なフラックスが生じることになる。

このような問題を回避するため Griffies et al. (1998) は以下のような新しい差分表現を開発した。東西方向のフラックスは等密度面の傾きが小さいとき、

$$F^x(T) = \frac{\kappa_T}{4\Delta z_k} \sum_{r=0}^1 \Delta z_{k+\frac{1}{2}+r} \sum_{p=0}^1 \left(\delta_x T_{i,k} + S_{xi,k|i+p,k+\frac{1}{2}+r}^{(i+p,k)} \delta_z T_{i+p,k+\frac{1}{2}+r} \right) \quad (7.61)$$

とする。ここに、

$$S_{xi2,k2|i3,k3}^{(i1,k1)} = - \frac{\delta_x \rho_{i2,k2}^{(i1,k1)}}{\delta_z \rho_{i3,k3}^{(i1,k1)}} \quad (7.62)$$

$$\delta_m \rho_{i2,k2}^{(i1,k1)} = (\rho_T)_{i1,k1} \delta_m T_{i2,k2} + (\rho_S)_{i1,k1} \delta_m S_{i2,k2} \quad (7.63)$$

である。つまり図 7.5 のような 3 つの格子点の組を 4 組考え、それぞれの角の格子点における密度の水温に関する変化率を用いて局所的に状態方程式を線形化してフラックスを計算して平均する。

鉛直方向は

$$F^z(T) = \frac{\kappa_T}{4\Delta x_i} \sum_{p=0}^1 \Delta x_{i-\frac{1}{2}+p} \sum_{r=0}^1 S_{xi-\frac{1}{2}+p,k-1+r|i,k+\frac{1}{2}}^{(i,k-1+r)} \left(S_{xi-\frac{1}{2}+p,k-1+r|i,k+\frac{1}{2}}^{(i,k-1+r)} \delta_z T_{i,k+\frac{1}{2}} + \delta_x T_{i-\frac{1}{2}+p,k-1+r} \right) \quad (7.64)$$

とする。

近似をしない 3 次元のフラックスの表現については Griffies et al. (1998) を参照されたい。

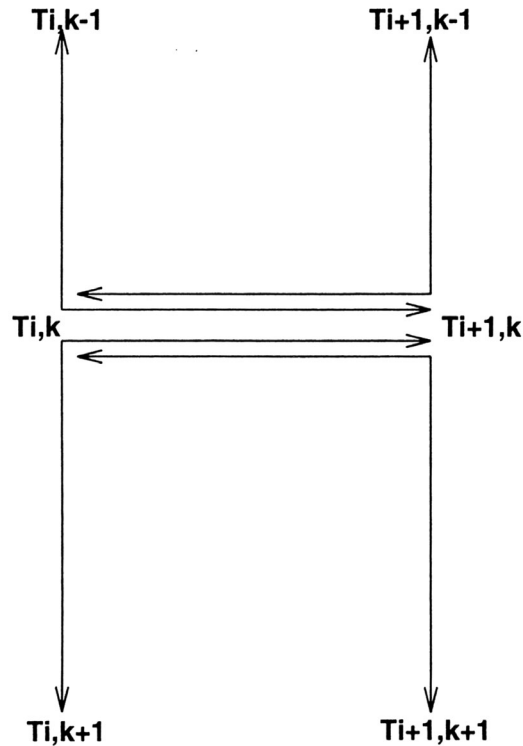


図 7.5: 等密度面拡散による東西方向のフラックスの計算に用いる格子点の配置 (Griffies et al. (1998) より転載)。3つの格子点の組が4組、折れ曲がった矢印で示されている。各々の参照点は角のT点 ($T_{i,k}, T_{i+1,k}$) である。フラックスはこの2点の間、T-Boxの境界面上で定義される。

7.4 対流調節

対流調節とは、水柱のある部分で密度の静的不安定（上側の密度が下側の密度より重い）が生じた時、その部分で内部的な対流が起こると見なし、その部分の密度（すなわち水温と塩分）を上下の平均値で置き換えること（中立化）である。これによって表される実際の現象としては、冬季の海面冷却によって混合層が発達する場合がほとんどで、その他、重い底層水がシルを越えて溢れ出し、斜面を下っていく場合などが対応する。また、数値計算誤差として生じる擾乱を消して滑らかな分布に戻すという実用的効果も含まれる。

一般に、対流調節の数値スキームとしては3種類ある。最も簡単なものは、上下2層ずつをペアとして調節を行い、次には1層違えて同じことを行う。これらの操作を何回か繰り返すことによって不安定な部分の密度を中立化していきこうとするものである。これは一回毎の操作は簡単であるが、有限の回数では完全な平均値に到らない場合が生じるという欠点を持つ。2番目の方法は、静的不安定が生じた二層間の鉛直拡散係数を大きな値に直して鉛直拡散の項だけを陰解法で解くというものである。この方法では1回の過程だけで完全に不安定を取り除くことはできないが、混合層や等密度面拡散などを含んで鉛直拡散係数が大きくなり陰解法を必要とする場合には、その中に含めて計算できるので、比較的計算効率性がよい。3番目の方法は、不安定な部分を中立化した後その上下端を改めて調べ、不安定が生じていると一旦中立化した部分を含めて新たに中立化し直すというもので、上下端での不安定がなくなるまでこれを繰り返す。この方法では、最大、鉛直層数-1回の繰り返しを要するが、完全に不安定部分を解消でき、“Complete Convection”と呼ばれる。MRI.COMのデフォルトでは、3番目の方法を採用しているので、以下にそれを述べる (Ishizaki, 1997)。

7.4.1 アルゴリズム

本スキームでは、密度不安定の判定以外はできるだけ判定過程（if 文）を減らし機械的な演算でまかなおうとするため、水温、塩分、密度の鉛直列、 $T_k, S_k, R_k, (k = \frac{1}{2}, KM - \frac{1}{2})$ （ KM は層数）以外に、層の境界で 2 個の整数インデックス、 α_k, β_k 、および 6 個の実変数、 $TU_k, TL_k, SU_k, SL_k, VU_k, VL_k, (k = 1, KM - 1)$ を定義する（図 7.6 参照）。ここでは T-box・U-box の鉛直境界面のレベルを整数の k に対応させる（この表記法はこの節に限定し、この章の他の節では T-点・U-点のレベルが整数の k で示されることに注意）。 α_k は、水柱の内の不安定箇所を指示するもので、層 $k - \frac{1}{2}$ と $k + \frac{1}{2}$ の間で不安定であれば 1、中立的または安定であれば 0 である。一方、 β_k は今までに混ぜた部分の記録であり、混ぜて中立になっている境界で 1、それ以外で 0 を取る。配列 TU_k, SU_k, VU_k はレベル k より上の、また、配列 TL_k, SL_k, VL_k はレベル k より下の、 α を掛けながら積算した水温、塩分、体積であり、以下のような漸化式で表される。

$$\begin{aligned}
 VU_1 &= \alpha_1 V_{\frac{1}{2}}, \\
 VU_2 &= \alpha_2 (V_{1+\frac{1}{2}} + \alpha_1 V_{\frac{1}{2}}) = \alpha_2 (V_{1+\frac{1}{2}} + VU_1), \\
 &\dots, \\
 VU_k &= \alpha_k (V_{k-\frac{1}{2}} + VU_{k-1}), \\
 &\dots, \\
 VU_{KM-1} &= \alpha_{KM-1} (V_{KM-1-\frac{1}{2}} + VU_{KM-2}),
 \end{aligned} \tag{7.65}$$

および

$$\begin{aligned}
 VL_{KM-1} &= \alpha_{KM-1} V_{KM-\frac{1}{2}}, \\
 VL_{KM-2} &= \alpha_{KM-2} (V_{KM-1-\frac{1}{2}} + \alpha_{KM-1} V_{KM-\frac{1}{2}}) = \alpha_{KM-2} (V_{KM-1-\frac{1}{2}} + VL_{KM-1}), \\
 &\dots, \\
 VL_k &= \alpha_k (V_{k+\frac{1}{2}} + VL_{k+1}), \\
 &\dots, \\
 VL_1 &= \alpha_1 (V_{1+\frac{1}{2}} + VL_2),
 \end{aligned} \tag{7.66}$$

ここに、 $V_{k+\frac{1}{2}}$ はレベル $k + \frac{1}{2}$ のセルの体積を表す。同様に他の量も以下のように表される。

$$\begin{aligned}
 TU_1 &= \alpha_1 T_{\frac{1}{2}} V_{\frac{1}{2}}, \quad TU_k = \alpha_k (T_{k-\frac{1}{2}} V_{k-\frac{1}{2}} + TU_{k-1}), \\
 SU_1 &= \alpha_1 S_{\frac{1}{2}} V_{\frac{1}{2}}, \quad SU_k = \alpha_k (S_{k-\frac{1}{2}} V_{k-\frac{1}{2}} + SU_{k-1}), \\
 TL_{KM-1} &= \alpha_{KM-1} T_{KM-\frac{1}{2}} V_{KM-\frac{1}{2}}, \quad TL_k = \alpha_k (T_{k+\frac{1}{2}} V_{k+\frac{1}{2}} + TL_{k+1}), \\
 SL_{KM-1} &= \alpha_{KM-1} S_{KM-\frac{1}{2}} V_{KM-\frac{1}{2}}, \quad SL_k = \alpha_k (S_{k+\frac{1}{2}} V_{k+\frac{1}{2}} + SL_{k+1}),
 \end{aligned} \tag{7.67}$$

ここに、 $T_{k+\frac{1}{2}}$ と $S_{k+\frac{1}{2}}$ はレベル $k + \frac{1}{2}$ での水温と塩分である。

この定義によると、 $\alpha_k = 1$ で他は 0 の場合、

$$\begin{aligned}
 VU_k + VL_k &= V_{k-\frac{1}{2}} + V_{k+\frac{1}{2}} \\
 TU_k + TL_k &= T_{k-\frac{1}{2}} V_{k-\frac{1}{2}} + T_{k+\frac{1}{2}} V_{k+\frac{1}{2}} \\
 SU_k + SL_k &= S_{k-\frac{1}{2}} V_{k-\frac{1}{2}} + S_{k+\frac{1}{2}} V_{k+\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

第7章 水温・塩分方程式

となり、不安定部分の体積、積算水温、積算塩分を表し、

$$\begin{aligned} TM_{k-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} &= \frac{TU_k + TL_k}{VU_k + VL_k}, \\ SM_{k-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} &= \frac{SU_k + SL_k}{VU_k + VL_k}, \end{aligned} \quad (7.68)$$

が、それぞれ平均水温、平均塩分を表す。

レベル k が、連続的に不安定な部分の一部であるときにも平均水温・平均塩分に対して同じ式が成り立つ。例えば、 $\alpha_{k-1} = \alpha_k = 1$ かつ $\alpha_{k-2} = \alpha_{k+1} = 0$ とすると

$$\begin{aligned} VU_{k-1} + VL_{k-1} &= VU_k + VL_k \\ &= V_{k-1-\frac{1}{2}} + V_{k-\frac{1}{2}} + V_{k+\frac{1}{2}} \\ TU_{k-1} + TL_{k-1} &= TU_k + TL_k \\ &= T_{k-1-\frac{1}{2}}V_{k-1-\frac{1}{2}} + T_{k-\frac{1}{2}}V_{k-\frac{1}{2}} + T_{k+\frac{1}{2}}V_{k+\frac{1}{2}} \\ SU_{k-1} + SL_{k-1} &= SU_k + SL_k \\ &= S_{k-1-\frac{1}{2}}V_{k-1-\frac{1}{2}} + S_{k-\frac{1}{2}}V_{k-\frac{1}{2}} + S_{k+\frac{1}{2}}V_{k+\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (7.69)$$

となり、

$$\begin{aligned} TM_{k-1-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} &= \frac{TU_{k-1} + TL_{k-1}}{VU_{k-1} + VL_{k-1}} = \frac{TU_k + TL_k}{VU_k + VL_k}, \\ SM_{k-1-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} &= \frac{SU_{k-1} + SL_{k-1}}{VU_{k-1} + VL_{k-1}} = \frac{SU_k + SL_k}{VU_k + VL_k}, \end{aligned} \quad (7.70)$$

である。これらは、3層 $k-1-\frac{1}{2}, k-\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}$ の平均値である。

7.4.2 作業手順

[1] 上下に続く2組の水温・塩分からその中間深度での密度を計算し、静的安定・不安定を判定する。不安定の場合には $\alpha(\alpha^1)$ に1を、その他の場合には0を入れる。また、この段階で $\beta(\beta^0)$ はすべて0とする。ここに、肩字は繰り返しの回数を示す。

ここまでは前処理であり、以下の過程（ n 回目と表現）を不安定が解消するまで繰り返す。

[2] 不安定部分の存在する水柱に対して α^n を用いて (7.65)–(7.67) 式より VU, TU, SU, VL, TL, SL を計算する。

[3] (7.68) 式より不安定部分に対して上下の平均値 TM, SM を求め、元の T, S の値をこれらで置き換える。この変更に伴い、[1] で求めた中間深度での密度の値にも修正を施す。

[4] α^n を β^n に記録する。その際、 $\alpha^n = 1$ あるいは $\alpha^n = 0$ かつ $\beta^{n-1} = 1$ の場合に $\beta^n = 1$ とし、その他の場合には $\beta^n = 0$ とする。これらは次式で表現できる。

$$\beta_k^n = \alpha_k^n + \beta_k^{n-1}(1 - \alpha_k^n) \quad (7.71)$$

[5] $\beta_k^n = 0$ の部分でのみ静的安定・不安定の判定を行う。不安定であれば $\alpha_k^{n+1} = 1$ 、その他の場合には0とする。不安定が全くなければ、その水柱についての作業は完了したことになる。

[6] 不安定の残っている水柱に対しては、以下のように、 β_k^n を用いて α_k^{n+1} に対する修正を行う。2回目以降の過程では、不安定が生じるとすれば必ず以前に混ぜて中立になっている部分の上下端でのみ生じる。

もしそれが生じれば、中立部分はすべて不安定部分として取り扱われなければならない。つまり、 $\alpha_k^{n+1} = 1$ である。いっぽう、上下端で安定であればそのままよい、つまり、 $\alpha_k^{n+1} = 0$ である。これは次式のように上下方向に 1 往復する漸化式によって表現される。

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \alpha_1^{(n+1)}, \quad \gamma_k = \alpha_k^{(n+1)} + (1 - \alpha_k^{(n+1)})\beta_k^{(n)}\gamma_{k-1} \\ \alpha_{KM-1}^{(n+1)} &= \gamma_{KM-1}, \quad \alpha_k^{(n+1)} = \gamma_k + (1 - \gamma_k)\beta_k^{(n)}\alpha_{k+1}^{(n+1)}\end{aligned}\tag{7.72}$$

ここに、 γ は作業変数であるが、FORTRAN プログラム中では α そのものでよい。このあと、[2] へ戻る。

表 7.1 には 6 層の場合の例を示す。3 回の繰り返しで全層が混ぜられる過程が示されている。表中の α の 2 列目は [6] に述べられているように、 β_k^n を用いて (7.72) 式により α_k^{n+1} を修正した結果である (ただし、表中にはないが $\beta_k^0 = 0$)。

第7章 水温・塩分方程式

表 7.1: 対流調節の作業例

n	k	α		VU	VL	VU+VL	TU+TL	β
1	1	1	1	$\mathbf{V}_{\frac{1}{2}}$	$\mathbf{V}_{1\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{2\frac{1}{2}}$	$\mathbf{V}_{\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{1\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{2\frac{1}{2}}$	$\mathbf{T}_{\frac{1}{2}}\mathbf{V}_{\frac{1}{2}} + \mathbf{T}_{1\frac{1}{2}}\mathbf{V}_{1\frac{1}{2}} + \mathbf{T}_{2\frac{1}{2}}\mathbf{V}_{2\frac{1}{2}}$	1
	2	1	1	$\mathbf{V}_{\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{1\frac{1}{2}}$	$\mathbf{V}_{2\frac{1}{2}}$	$\mathbf{V}_{\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{1\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{2\frac{1}{2}}$	$\mathbf{T}_{\frac{1}{2}}\mathbf{V}_{\frac{1}{2}} + \mathbf{T}_{1\frac{1}{2}}\mathbf{V}_{1\frac{1}{2}} + \mathbf{T}_{2\frac{1}{2}}\mathbf{V}_{2\frac{1}{2}}$	1
	3	0	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0
	5	1	1	$\mathbf{V}_{4\frac{1}{2}}$	$\mathbf{V}_{5\frac{1}{2}}$	$\mathbf{V}_{4\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{5\frac{1}{2}}$	$\mathbf{T}_{4\frac{1}{2}}\mathbf{V}_{4\frac{1}{2}} + \mathbf{T}_{5\frac{1}{2}}\mathbf{V}_{5\frac{1}{2}}$	1
2	1	0	1	$\mathbf{V}_{\frac{1}{2}}$	$\mathbf{V}_{1\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{2\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{3\frac{1}{2}}$	$\mathbf{V}_{\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{1\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{2\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{3\frac{1}{2}}$	$\sum_{k=0}^3 \mathbf{T}_{k+\frac{1}{2}} \mathbf{V}_{k+\frac{1}{2}}$	1
	2	0	1	$\mathbf{V}_{\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{1\frac{1}{2}}$	$\mathbf{V}_{2\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{3\frac{1}{2}}$	$\mathbf{V}_{\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{1\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{2\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{3\frac{1}{2}}$	$\sum_{k=0}^3 \mathbf{T}_{k+\frac{1}{2}} \mathbf{V}_{k+\frac{1}{2}}$	1
	3	1	1	$\mathbf{V}_{\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{1\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{2\frac{1}{2}}$	$\mathbf{V}_{3\frac{1}{2}}$	$\mathbf{V}_{\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{1\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{2\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{3\frac{1}{2}}$	$\sum_{k=0}^3 \mathbf{T}_{k+\frac{1}{2}} \mathbf{V}_{k+\frac{1}{2}}$	1
	4	0	0	0	0	0	0	0
	5	0	0	0	0	0	0	1
3	1	0	1	$\mathbf{V}_{\frac{1}{2}}$	$\mathbf{V}_{1\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{2\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{3\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{4\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{5\frac{1}{2}}$	$\sum_{k=0}^5 \mathbf{V}_{k+\frac{1}{2}}$	$\sum_{k=0}^5 \mathbf{T}_{k+\frac{1}{2}} \mathbf{V}_{k+\frac{1}{2}}$	1
	2	0	1	$\mathbf{V}_{\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{1\frac{1}{2}}$	$\mathbf{V}_{2\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{3\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{4\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{5\frac{1}{2}}$	$\sum_{k=0}^5 \mathbf{V}_{k+\frac{1}{2}}$	$\sum_{k=0}^5 \mathbf{T}_{k+\frac{1}{2}} \mathbf{V}_{k+\frac{1}{2}}$	1
	3	0	1	$\mathbf{V}_{\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{1\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{2\frac{1}{2}}$	$\mathbf{V}_{3\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{4\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{5\frac{1}{2}}$	$\sum_{k=0}^5 \mathbf{V}_{k+\frac{1}{2}}$	$\sum_{k=0}^5 \mathbf{T}_{k+\frac{1}{2}} \mathbf{V}_{k+\frac{1}{2}}$	1
	4	1	1	$\mathbf{V}_{\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{1\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{2\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{3\frac{1}{2}}$	$\mathbf{V}_{4\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{5\frac{1}{2}}$	$\sum_{k=0}^5 \mathbf{V}_{k+\frac{1}{2}}$	$\sum_{k=0}^5 \mathbf{T}_{k+\frac{1}{2}} \mathbf{V}_{k+\frac{1}{2}}$	1
	5	0	1	$\mathbf{V}_{\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{1\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{2\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{3\frac{1}{2}} + \mathbf{V}_{4\frac{1}{2}}$	$\mathbf{V}_{5\frac{1}{2}}$	$\sum_{k=0}^5 \mathbf{V}_{k+\frac{1}{2}}$	$\sum_{k=0}^5 \mathbf{T}_{k+\frac{1}{2}} \mathbf{V}_{k+\frac{1}{2}}$	1

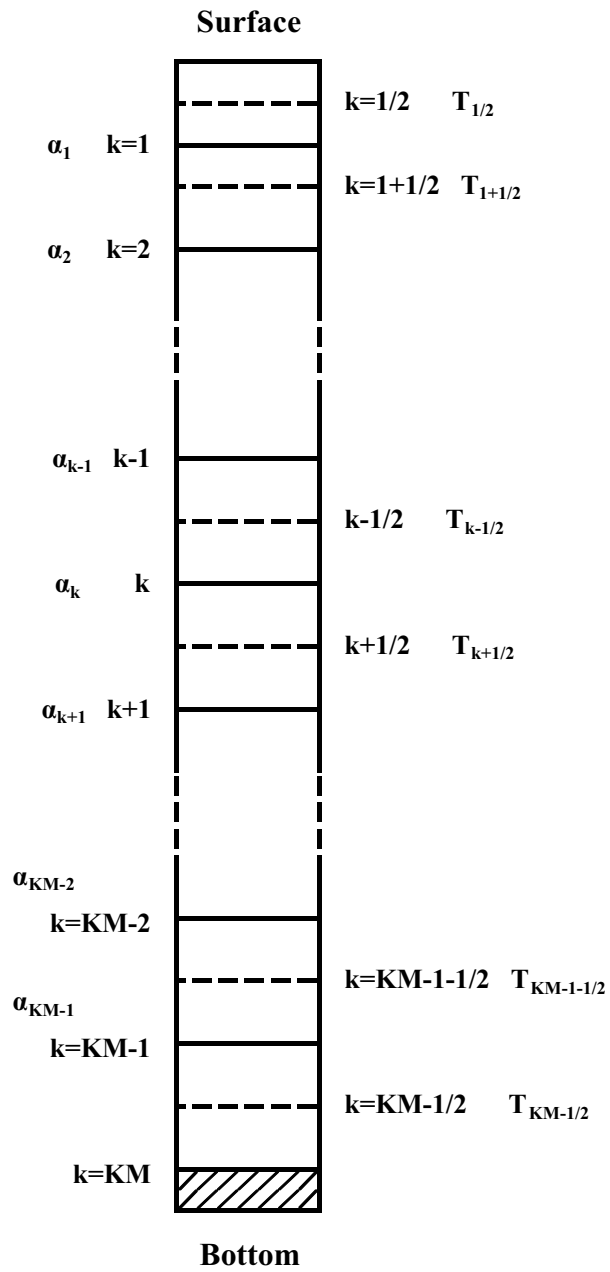


図 7.6: 第 7 章 4 節における鉛直格子点参照図

References

- Cox, M. D. 1987: Isopycnal diffusion in a z-coordinate ocean model., *Ocean Modelling*, **74**, 1-5.
- Gent, P. R., and J. C. McWilliams. 1990: Isopycnal mixing in ocean circulation models., *J. Phys. Oceanogr.*, **20**, 150-155.
- Griffies, S. M.: The Gent-McWilliams skew flux., 1998, *J. Phys. Oceanogr.*, **28**, 831-841.
- Griffies, S. M., A. Gnanadesikan, R. C. Pacanowski, V. D. Larichev, J. K. Dukowicz, and R. D. Smith., 1998: Isoneutral diffusion in a z-coordinate ocean model., *J. Phys. Oceanogr.*, **28**, 805-830.
- Holland, W. R., J. C. Chow, and F. O. Bryan. 1998: Application of a third-order upwind scheme in the NCAR ocean model., *J. Climate*, **11**, 1487–1493.
- Ishizaki, H. 1997: A massive treatment scheme of complete convection for ocean models., *unpublished manuscript*, . .
- Leonard, B. P., 1979: A stable and accurate convective modeling procedure based upon quadratic upstream interpolation., *J. Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, **19**, 59-98.
- Leonard, B. P., M.K. MacVean, and A. P. Lock. 1993: Positivity-Preserving Numerical Schemes for Multidimensional Advection., *NASA Tech. Memo.*, **106055, ICOMP-93-05**, p. 62.
- Leonard, B. P., M.K. MacVean, and A. P. Lock. 1994: The flux integral method for multidimensional convection and diffusion., *NASA Tech. Memo.*, **106679, ICOMP-94-13**, p. 27.
- Redi, M. H. 1982: Oceanic isopycnal mixing by coordinate rotation., *J. Phys. Oceanogr.*, **12**, 1154–1158.
- Tsujino, H., H. Hasumi, and N. Sugimotohara, 2000: Deep pacific circulation controlled by vertical diffusivity at the lower thermocline depth., *J. Phys. Oceanogr.*, **30**, 2853–2865.

第8章 混合層モデル

海面境界層では、風による運動量の注入等により、乱流が活発であり、成層が不安定でなくとも鉛直方向の混合が生じるが、この現象はモデルの基本方程式では表せない*。そこで、大循環モデルでは、大規模場（モデルにおける流速や水温などの予報変数）の状態を用いてこれらの現象を表現する。MRI.COM では、一層目の鉛直粘性係数、拡散係数をあらかじめ大きくとるか、8.1 節の Mellor and Yamada (1982) の乱流境界層モデル（level 2.5）・8.2 節の Noh and Kim (1999) の乱流混合層モデル・8.3 節の Large et al. (1994) の K-profile parameterization のいずれかを用いて、鉛直粘性・拡散係数を毎時間ステップ計算する。表 8.1 に各節における、鉛直粘性・拡散係数をはじめ、各混合層モデル内で予報、診断される物理量の表記についてをまとめた。

表 8.1: 各混合層モデルで予報、診断される物理量と各モデル解説中での変数名

物理量 (MRI.COM での変数名)	Mellor and Yamada	Noh and Kim	KPP
拡散係数 (avdsl)	K_H	K_B	K_x
粘性係数 (avm)	K_V	K	K_x
乱流速度 (q : Mellor-Yamada のみ)	q	-	-
乱流運動エネルギー (eb : Noh and Kim のみ)	$q^2/2$	E	-
乱流の鉛直スケール (alo : KPP 以外)	l	l	-

8.1 Mellor and Yamada's Turbulence Closure Model

8.1.1 乱流モデル

流体運動を記述する基本方程式に現れる物理量を、平均成分とそれからの「ずれ」の成分に分け、方程式の時間平均をとったとき、平均速度 U 、平均圧力 P 、平均ポテンシャル水温 Θ に対する式は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i) \quad (8.1)$$

$$\rho \frac{DU_j}{Dt} + \rho \varepsilon_{jkl} f_k U_l = \frac{\partial}{\partial x_k}(-\rho \langle u_k u_j \rangle) - \frac{\partial P}{\partial x_j} - g_j \rho \quad (8.2)$$

$$\rho \frac{D\Theta}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_k}(-\rho \langle u_k \theta \rangle) \quad (8.3)$$

となる。ここで、 $D(\cdot)/Dt \equiv U_k \partial(\cdot)/\partial x_k + \partial(\cdot)/\partial t$ 、 g_j は重力ベクトル、 f_k はコリオリベクトル、 ε_{ijk} は交替テンソルである。大文字の物理量は平均量（大循環モデルの物理場）、小文字の物理量は乱流成分（大循環モデルで表現できない物理場）を、 $\langle \rangle$ は乱流成分の統計的平均を表す。塩分に対する式は (8.3) と同様である。上式では、Boussinesq 近似（式 (8.2) の浮力項以外では密度を定数とする）を行っていないが、以

*非静力学モデルを導入することなどによりこれらは可能になるが、将来の課題である。

第8章 混合層モデル

下では Boussinesq 近似を行なう。また、密度が水温だけでなく、塩分にもよるとすると、非常に煩雑になるので、ここでは、密度は水温だけの関数であるとして議論を進める。

さて、上式に現れた乱流成分の統計的平均 ($\langle \rangle$) を各時刻で求めれば、大規模場の物理量の時間発展も解けるわけであるが、実際にそれらを求める式を導出してみようとするればわかるように (例えば乱流速度の共分散項を求めるには、乱流速度の方程式に乱流速度をさらに掛けた上で統計的平均をとる) 非常に複雑な形をしている上に、未知の乱流成分の高次項もでてくる。これらの未知の高次項を求めるためには、さらに方程式の数を増やす必要がある。つまり、問題が閉じていない。従って、どこかで問題を閉じなければならない。これを closure と呼ぶ。乱流成分の2次の項までで問題を閉じさせるものを second moment closure といい、乱流のモデル化に広く使われている。ここでは、それらの式の導出は行なわないが、導出に興味のある者は Kantha and Clayson (2000) を参照されたい。

実際にでてくる高次の項に対しては、以下のように低次化を行なう。以下の低次化はあくまで Mellor and Yamada (1982) が選んだ低次化手法であり、必ずしも一意ではないことに注意。

Rotta (1951a,b) のエネルギー再分配仮説により、圧力と速度の勾配の共分散を、Reynolds stress の線形関数とする:

$$\left\langle \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\rangle = -\frac{q}{3l_1} \left(\langle u_i u_j \rangle - \frac{\delta_{ij}}{3} q^2 \right) + C_1 q^2 \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (8.4)$$

ここに、 $q^2 \equiv \langle u_i^2 \rangle$ 、 l_1 は長さのスケール、 C_1 は無次元定数、 δ_{ij} はクロネッカーの δ ($=1(i=j), =0(i \neq j)$) である。

Kolmogorov の小スケールにおける等方性仮説を用いて、エネルギー消散を以下のようにモデル化する。

$$2\nu \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right\rangle = -\frac{2}{3} \frac{q^3}{\Lambda_1} \delta_{ij} \quad (8.5)$$

ここに、 ν は粘性係数、 Λ_1 は長さのスケールである。

これらと同じ形式で、温度の再分配、熱の消散を以下のようにモデル化する。

$$\left\langle \frac{p}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right\rangle = -\frac{q}{3l_2} \langle u_j \theta \rangle \quad (8.6)$$

$$(\kappa + \nu) \left\langle \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \right\rangle = 0 \quad (8.7)$$

ここに、 κ は熱拡散係数、 l_2 は長さのスケールである。温度の分散の消散については、

$$2\kappa \left\langle \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \right\rangle = -2 \frac{q}{\Lambda_2} \langle \theta^2 \rangle \quad (8.8)$$

とする。ここに、 Λ_2 は長さのスケールである。

それでもまだ、高次の項は残ってしまうため、乱流速度拡散項等について次のモデル化を行なう。

$$\langle u_k u_i u_j \rangle = \frac{3}{5} l q S_q \left(\frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_k} + \frac{\partial \langle u_i u_k \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j u_k \rangle}{\partial x_i} \right) \quad (8.9)$$

$$\langle u_k u_j \theta \rangle = -l q S_{u\theta} \left(\frac{\partial \langle u_k \theta \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \theta \rangle}{\partial x_k} \right) \quad (8.10)$$

$$\langle u_k \theta^2 \rangle = -l q S_\theta \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial x_k} \quad (8.11)$$

$S_q, S_{u\theta}, S_\theta$ は無次元数で、定数とするか、何らかのパラメータの関数とする。この他、 $\langle p\theta \rangle = 0$ 、 $\langle pu_i \rangle = 0$ とする。

Mellor-Yamada の混合層モデルの本質的なところは、上に出てきた長さのスケールが互いに比例関係にあるとるところである。

$$(l_1, \Lambda_1, l_2, \Lambda_2) = (A_1, B_1, A_2, B_2)l \quad (8.12)$$

l は乱流の鉛直スケール (master length scale と呼ばれる) である。

A_1, B_1, A_2, B_2 および既出の C_1 は定数で、実験データから決められる。Mellor and Yamada (1982) では、 $(A_1, B_1, A_2, B_2, C_1) = (0.92, 16.6, 0.74, 10.1, 0.08)$ を採用している。

8.1.2 The level-2.5 Model

前節までの簡単化を施し、乱流成分の 2 次までの統計的平均量の時間発展を解く乱流モデルを level-4 モデルと呼ぶ。

level-3 では、乱流運動エネルギー ($q^2/2$)、ポテンシャル水温の分散 ($\langle \theta^2 \rangle$) (場合によっては、ポテンシャル水温と塩分の共分散 ($\langle \theta s \rangle$)、塩分の分散 ($\langle s^2 \rangle$)) の時間発展を解き、他の統計的平均量は定常状態にあるとして、代数方程式を診断的に解く。

level-2.5 モデルではポテンシャル水温の分散も統計的定常状態にあるとする (後出の (8.30) 式参照)。

level-2 モデルでは、乱流運動エネルギーも統計的定常状態にあるとする。

MRI.COM の表層境界層モデルとして用いるのは、level-2.5 に以下の境界層モデルとしての簡略化を施したものである。

- 乱流成分の運動方程式でコリオリ項を無視
- 運動方程式の鉛直成分で静水圧平衡
- 速度の空間微分については、(境界に対して垂直な方向である) 鉛直微分だけを残す

大規模場の方程式は

$$\rho \frac{DU}{Dt} + \frac{\partial}{\partial z} \rho \langle uw \rangle = -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho fV \quad (8.13)$$

$$\rho \frac{DV}{Dt} + \frac{\partial}{\partial z} \rho \langle vw \rangle = -\frac{\partial P}{\partial y} - \rho fU \quad (8.14)$$

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g \quad (8.15)$$

$$\rho \frac{D\Theta}{Dt} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho \langle w\theta \rangle) = 0 \quad (8.16)$$

となり、乱流成分の 2 次の量に対しては、乱流エネルギーに対する時間発展方程式と、その他の 2 次の量に対する代数方程式となる。

乱流エネルギーの時間発展方程式は、

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{q^2}{2} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left[lqS_q \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{q^2}{2} \right) \right] = P_s + P_b - \varepsilon \quad (8.17)$$

である。ここで、

$$P_s = -\langle wu \rangle \frac{\partial U}{\partial z} - \langle wv \rangle \frac{\partial V}{\partial z} \quad (8.18)$$

は平均流のシアーによるエネルギー生成項、

第8章 混合層モデル

$$P_b = -g \langle w\rho \rangle / \rho_0 \quad (8.19)$$

は浮力によるエネルギー生成項、

$$\varepsilon = q^3 / \Lambda_1 \quad (8.20)$$

はエネルギーの消滅項である。

そのほかの乱流成分の2次で表される項の統計的平均値に対する代数方程式は

$$\langle u^2 \rangle = \frac{q^2}{3} + \frac{l_1}{q} \left[-4 \langle wu \rangle \frac{\partial U}{\partial z} + 2 \langle wv \rangle \frac{\partial V}{\partial z} - 2P_b \right] \quad (8.21)$$

$$\langle v^2 \rangle = \frac{q^2}{3} + \frac{l_1}{q} \left[2 \langle wu \rangle \frac{\partial U}{\partial z} - 4 \langle wv \rangle \frac{\partial V}{\partial z} - 2P_b \right] \quad (8.22)$$

$$\langle w^2 \rangle = \frac{q^2}{3} + \frac{l_1}{q} \left[2 \langle wu \rangle \frac{\partial U}{\partial z} + 2 \langle wv \rangle \frac{\partial V}{\partial z} + 4P_b \right] \quad (8.23)$$

$$\langle uv \rangle = \frac{3l_1}{q} \left[-\langle uw \rangle \frac{\partial V}{\partial z} - \langle vw \rangle \frac{\partial U}{\partial z} \right] \quad (8.24)$$

$$\langle wu \rangle = \frac{3l_1}{q} \left[-(\langle w^2 \rangle - C_1 q^2) \frac{\partial U}{\partial z} - g \langle u\rho \rangle \right] \quad (8.25)$$

$$\langle vw \rangle = \frac{3l_1}{q} \left[-(\langle w^2 \rangle - C_1 q^2) \frac{\partial V}{\partial z} - g \langle v\rho \rangle \right] \quad (8.26)$$

$$\langle u\theta \rangle = \frac{3l_2}{q} \left[-\langle uw \rangle \frac{\partial \Theta}{\partial z} - \langle w\theta \rangle \frac{\partial U}{\partial z} \right] \quad (8.27)$$

$$\langle v\theta \rangle = \frac{3l_2}{q} \left[-\langle vw \rangle \frac{\partial \Theta}{\partial z} - \langle w\theta \rangle \frac{\partial V}{\partial z} \right] \quad (8.28)$$

$$\langle w\theta \rangle = \frac{3l_2}{q} \left[-\langle w^2 \rangle \frac{\partial \Theta}{\partial z} - g \langle \theta\rho \rangle \right] \quad (8.29)$$

$$\langle \theta^2 \rangle = -\frac{\Lambda_2}{q} \langle w\theta \rangle \frac{\partial \Theta}{\partial z} \quad (8.30)$$

となるが、一部にさらなる簡単化を施して

$$-\langle uw \rangle = K_M \frac{\partial U}{\partial z} \quad (8.31)$$

$$-\langle vw \rangle = K_M \frac{\partial V}{\partial z} \quad (8.32)$$

$$-\langle \theta w \rangle = K_H \frac{\partial \Theta}{\partial z} \quad (8.33)$$

$$K_M = lqS_M \quad (8.34)$$

$$K_H = lqS_H \quad (8.35)$$

とする。

このモデル化は、大規模場の勾配に比例した乱流フラックスがあるとするものである。混合層モデルの究極目的は、ここに現れた、運動量フラックス、熱フラックスを表現する係数、 K_M, K_H を求めることである。

ポテンシャル水温（・塩分）とポテンシャル密度に線形のあることを仮定すると、煩雑な計算の後に、 S_M と S_H についての連立方程式が求められる。

$$\begin{aligned} S_M[6A_1A_2G_M] + S_H[1 - 3A_2B_2G_H - 12A_1A_2G_H] &= A_2 \\ S_M[1 + 6A_1^2G_M - 9A_1A_2G_H] - S_H[12A_1^2G_H + 9A_1A_2G_H] &= A_1(1 - 3C_1) \end{aligned} \quad (8.36)$$

なお、ここで、

$$G_M \equiv \frac{l^2}{q^2} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (8.37)$$

$$G_H \equiv \frac{l^2}{q^2} \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial z} \quad (8.38)$$

とした。 $\partial \tilde{\rho} / \partial z$ はポテンシャル密度の鉛直勾配である。

こうして、 S_M と S_H が決まれば、あとは、 q と l を決めれば (8.34) と (8.35) から K_M, K_H が求まる。

q は式 (8.17) を上を用いて変形した下の式を解いて求める。

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{q^2}{2} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left[K_q \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{q^2}{2} \right) \right] = K_M \left[\left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{g}{\rho_0} K_H \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial z} - \varepsilon \quad (8.39)$$

ここで、 $K_q = lqS_q$ である。MRI.COM では、 $S_q \propto S_M$ とし、中立成層 ($G_H = 0$) のとき $S_q = 0.2$ となるように、 $S_q = S_{qc}S_M/S_{Mn}$ 、($S_{qc} = 0.2, S_{Mn} = S_M(G_H = 0) = 0.3927$) としている。

境界条件は、境界面で

$$\frac{\partial q^2}{\partial z} = l = 0 \quad (8.40)$$

とする。 q に関する条件は海面 (密度 ρ_s) で、応力 (τ_s) によって為された仕事とエネルギー消散が釣り合うとする。つまり、摩擦速度を $u_\tau \equiv (\tau_s/\rho_s)^{1/2}$ として、 $\rho_s q^3/\Lambda_1 = \tau_s u_\tau/l$ と (8.12) から

$$q^2 = B_1^{2/3} u_\tau^2 \quad (8.41)$$

とする。

乱流の鉛直スケール (master length scale) は、時間発展方程式 (物理的根拠が完全ではない、経験的なものが多い) を用いるものから、診断的に求めるものまで、様々なものがある。MRI.COM では次の診断方程式で求める：

$$l = \gamma \int_{z_b}^0 |z'| q dz' / \int_{z_b}^0 q dz' \quad (8.42)$$

ここで、 $\gamma = 0.2$ 、 z_b は海底の深度である。これは運動エネルギーで重みをつけた平均深度と解釈できる。Mellor and Yamada (1982) によれば、海洋の境界層においては、これでも十分とのこと。

8.1.3 解く手続き

ここで、改めてモデルにおける解く手続きを簡単に記す。

混合層モデルは各タイムステップ (n とする) の最初に呼ばれる (サブルーチン名 MYSL25)。時間方向に前方差分 ($n \rightarrow n+1$) を用いているため、サブプログラム内では、前のタイムステップで求めておいた q と l 、及び (8.34) ~ (8.36) を用いて、タイムステップ n における鉛直粘性係数、拡散係数を求める。

第8章 混合層モデル

続いてタイムステップ $n+1$ における q と l を求める。乱流運動エネルギーは (8.39)、(8.12)、(8.20)、(8.41) 等を用いる。一般に乱流運動エネルギーの鉛直方向の伝導係数 K_q は大きくなるので、陰解法を用いる (8.4 節参照)。

乱流の鉛直スケール (master length scale) は (8.42) を計算して求める。

8.2 Noh and Kim (1999) の乱流混合層モデル

Mellor and Yamada の混合層モデルは元来、大気境界層を想定したモデルであり、下部境界条件を『壁』としていた。海洋への適用に際しては、『壁』で風応力による運動量注入があるとしているが、乱流による混合層の形成の再現はあまり良くないことが指摘されてきた。

Noh and Kim (1999) は、その点を解決できるモデルを提示した。基本的には、Mellor and Yamada と同じ second moment closure である。

8.2.1 基本方程式

東西流速 U 、南北流速 V 、浮力 $B = -g\Delta\rho/\rho_0$ 、乱流エネルギー E に対する方程式は大規模場に対し

$$\frac{DU}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial z} \langle uw \rangle - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + fV \quad (8.43)$$

$$\frac{DV}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial z} \langle vw \rangle - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - fU \quad (8.44)$$

$$\frac{DB}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial z} \langle bw \rangle - \frac{\partial R}{\partial z} \quad (8.45)$$

$$\frac{DE}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial z} \left\langle w \left(\frac{p}{\rho} + uu + vv + ww \right) \right\rangle - \langle uw \rangle \frac{\partial U}{\partial z} - \langle vw \rangle \frac{\partial V}{\partial z} - \langle bw \rangle - \varepsilon \quad (8.46)$$

となる。ここで、 R は短波放射で、 $\partial R/\partial z$ は短波放射の収束を表す。なお、鉛直座標は下向きを正とした。

乱流フラックスを大規模場 (大文字) を使って表現すると、

$$\frac{DU}{Dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial U}{\partial z} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + fV \quad (8.47)$$

$$\frac{DV}{Dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial V}{\partial z} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - fU \quad (8.48)$$

$$\frac{DB}{Dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_B \frac{\partial B}{\partial z} \right) - \frac{\partial R}{\partial z} \quad (8.49)$$

$$\frac{DE}{Dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_E \frac{\partial E}{\partial z} \right) + K \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial U}{\partial z} + K \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial z} + \left(K_B \frac{\partial B}{\partial z} \right) - \varepsilon \quad (8.50)$$

となる。

問題は粘性・拡散係数 (K, K_B, K_E) および乱流エネルギー消散率 (ε) の決め方である。

乱流の代表的速度 ($q = (2E)^{1/2}$) と乱流の鉛直スケール (l) を用いて、

$$K = S_q l \quad (8.51)$$

$$K_B = S_B q l \quad (8.52)$$

$$K_E = S_E q l \quad (8.53)$$

$$\varepsilon = C q^3 l^{-1} \quad (8.54)$$

とする。 (S, S_B, S_E, C) は実験等から決まる定数であるが、成層がない場合には、 $S = S_0 = 0.39$ 、 $Pr = S/S_B = 0.8$ 、 $\sigma = S/S_E = 1.95$ 、 $C = C_0 = 0.06$ を用いる。

成層の影響については、乱流の鉛直スケールは、浮力の鉛直スケール $l_b = q/N$ 、 $(N^2 = -\partial B/\partial z)$ に制限されるとする。つまり、

$$K \sim ql_b \sim q/Ri_t^{-1/2} \quad (8.55)$$

ここで、 Ri_t は乱流リチャードソン数

$$Ri_t = (Nl/q)^2 \quad (8.56)$$

である。

これは、成層が強い (N が大きい) 時には、乱流エネルギーの注入により内部波が発生し、水平方向に伝播してしまい、乱流エネルギーが下方に伝わらないことを表したものである (Ri_t が大きいと、 K は小さい)。このとき、局所的な乱流エネルギーの減衰が大きくなるとも考えられる。

Ri_t が大きいときに、(8.55) が成り立つように S について以下の式を用いる。

$$S/S_0 = (1 + \alpha Ri_t)^{-1/2} \quad (8.57)$$

ここで α はチューニングパラメータであり、Noh and Kim (1999) では $\alpha \sim 120.0$ 程度の値が推奨されている。

C についても同様に

$$C/C_0 = (1 + \alpha Ri_t)^{1/2} \quad (8.58)$$

とする。

乱流の鉛直スケールは

$$l = \frac{\kappa(z+z_0)}{(1 + \kappa(z+z_0)/h)} \quad (8.59)$$

とする。 z_0 は海面の粗度で、($z_0 = 1[\text{m}]$)、 z は水深、 h は混合層深度である。混合層が深いと鉛直スケールも長いということになる。

境界条件は

$$K \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\tau}{\rho_0} \quad (8.60)$$

$$K_B \frac{\partial B}{\partial z} = Q_0 \quad (8.61)$$

$$K_E \frac{\partial E}{\partial z} = mu_*^3 \quad (8.62)$$

m はチューニングパラメータで、Noh and Kim (1999) では $m = 100$ である。

不安定成層をしている場合 ($N^2 < 0$) の場合には、 $K = K_B = 1.0[\text{m}^2\text{s}^{-1}]$ とするが、 K_E はこのモデルから求められる乱流運動速度と、鉛直スケールから求めるものとする。鉛直対流の時間スケールと、乱流が発達するスケールの違いを考慮したものであるが、運動量の拡散 (K) についても、同様にすべきかもしれない。

8.2.2 解く手続き

プログラム nkobl.m.F90 では E を予報変数として、式 (8.50) を解く。時間方向に前方差分を用いる。各ステップの時間積分が始まる前に、現在の E や N を元にして、粘性・拡散係数、消散率を求める。エネルギーに対する拡散係数を用いて新しい (次の時間ステップに用いられる) E を求める。

8.3 K Profile Parameterization (KPP)

8.3.1 概要

K profile parameterization (KPP) とは、境界近傍における Monin-Obukhov の相似則に従って混合（境界）層内における乱流鉛直速度スケールを決め、別に求めた混合層厚と（無次元形状関数と）の積として鉛直粘性拡散係数を決定する方法（図 8.1、式 8.69）である。混合層以深の係数 ν_x は内部とは別に設定（MRI.COM では背景係数）し、混合層内部の係数と連続につなぐ。このように、Mellor and Yamada (1982) に代表されるような乱流エネルギーの発展方程式を解く混合層モデルとは系列が異なる。KPP スキームは、大気モデルで使用されていた nonlocal K profile model (Troen and Mahrt 1986) を Large et al. (1994) が海洋に適用させたものである。MRI.COM の KPP サブルーチンは、NCEP 海洋モデル (NCOM) のサブルーチンが元になっている。

乱流渦による平均量 X の時間変化は乱流フラックス $\langle wx \rangle$ の鉛直発散で表現される。ここでは、 X は流速 U 、 V 、水温 T 、塩分 S 、浮力 B などの時間平均成分を表し、 x は流速 u 、 v 、水温 T 、塩分 s 、浮力 b などの乱流成分を表す。また、 w は乱流渦による鉛直流速である（上向き正）。以下、運動量成分は m 、スカラー成分は s と表すこともある。

$$\partial_t X = -\partial_z \langle wx \rangle \quad (8.63)$$

KPP スキームでは、混合層内部において、乱流フラックスが X の鉛直勾配項と nonlocal[†] 輸送項で表現される。すなわち、

$$\langle wx \rangle = -K_x (\partial_z X - \gamma_x) \quad (8.64)$$

MRI.COM の KPP サブルーチンでは、以下の順序で鉛直粘性拡散係数 K_x と nonlocal 輸送 γ_x が計算される。

- 海面強制フラックス（運動量、浮力） $\langle wx_0 \rangle$ の計算
- 安定度スケール L の計算
- 混合層厚 h の計算
- 無次元普遍関数 ϕ_x の計算
- 乱流鉛直速度スケール w_x の計算
- 混合層内鉛直粘性拡散係数 K_x の計算
- 混合層基底で、混合層以深の係数 ν_x と連結
- nonlocal 輸送量 γ_x の計算

8.3.2 Monin-Obukhov の相似則

海面ごく近傍の境界層では、Monin-Obukhov の相似則が成立する。この境界層では、海面からの距離 $d(= -z)$ と海面フラックス $\langle wx_0 \rangle$ のみが重要となり、これらのパラメータから次の 3 つの基本的乱流パラメータが作られる。

[†]nonlocal とは、局所的に平均場の勾配 $\partial X / \partial z$ が正であっても（この場合、一般にフラックスは下向き、つまり勾配を下る方向であることが期待される）、乱流成分 $\partial x / \partial z$ が作る勾配などにより、上向き（つまり平均場の勾配とは逆向き）に物質が輸送される現象のことをいう。

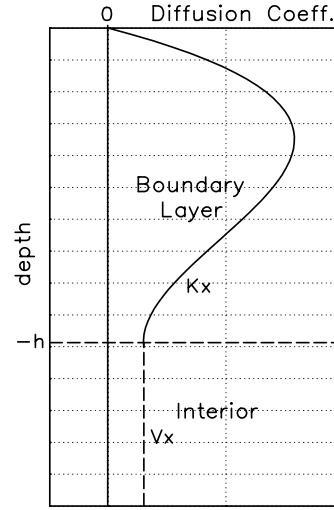


図 8.1: KPP の概念図

- 摩擦速度

$$u^{*2} = (\langle wu_0 \rangle^2 + \langle wv_0 \rangle^2)^{1/2} = |\vec{\tau}_0|/\rho_0 \quad (8.65)$$

- スカラー（水温塩分）の乱流スケール

$$S^* = -\langle ws_0 \rangle / u^* \quad (8.66)$$

- Monin-Obukhov の安定度スケール

$$L = u^{*3} / (\kappa B_f) \quad (8.67)$$

ここで、 $\vec{\tau}_0$ は海面風応力、 ρ_0 は密度、 $\kappa = 0.4$ は von Karman 定数、 B_f は浮力フラックス（海洋に入ってくるものを正とするので、負の場合が不安定；海洋の中での向き（上向き正）との相違に注意）である。また、境界層内（ $d < \epsilon h$ [$\epsilon \ll 1$ 、一般に $\epsilon \sim 0.1$]) ではフラックスが一定である必要はないが、海面フラックス $\langle wx_0 \rangle$ （とそれから派生する u^* , S^* , L ）が重要であることに変わりはなく、その場合、流速、水温塩分の鉛直勾配の無次元プロファイルが安定度パラメータ $\zeta = d/L$ の関数として定義される。

$$\begin{aligned} \phi_m(\zeta) &= \frac{\kappa d}{u^*} \partial_z (U^2 + V^2)^{1/2} \\ \phi_s(\zeta) &= \frac{\kappa d}{S^*} \partial_z S \end{aligned} \quad (8.68)$$

これらの関数は観測などで経験的に決められる。

8.3.3 鉛直粘性拡散係数

混合層内の鉛直粘性拡散係数 K_x のプロファイルは、乱流鉛直速度スケール w_x 、及び無次元鉛直形状関数 $G(\sigma)$ の関数の積で書き表す。厚い混合層ほど乱流渦による効果的な混合があるので、 K_x は h に比例する。

$$K_x(\sigma) = h w_x(\sigma) G(\sigma) \quad (8.69)$$

ここで、 $\sigma = d/h$ (深さ/混合層厚) は無次元鉛直座標である。 $G(\sigma)$ は三次多項式で近似される (O'Brien 1970)、すなわち、

$$G(\sigma) = a_0 + a_1 \sigma + a_2 \sigma^2 + a_3 \sigma^3 \quad (8.70)$$

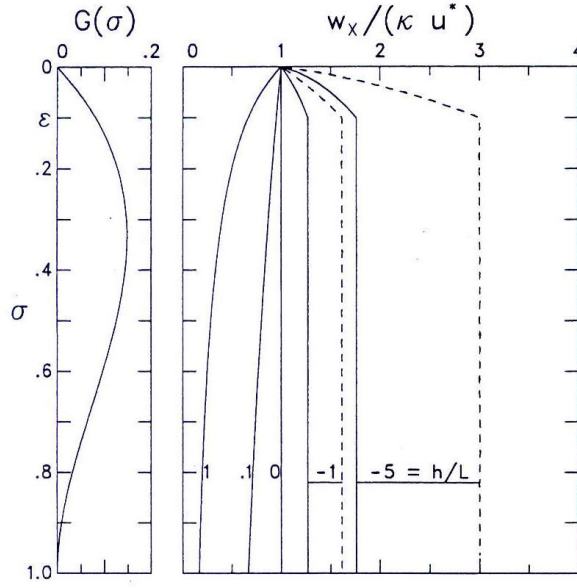


図 8.2: (左) $G(1) = \partial_\sigma G(1) = 0$ の場合の無次元形状関数 $G(\sigma)$ の鉛直プロファイル例。(右) $h/L = 1, 0.1, 0, -1, -5$ の場合の乱流速度スケール $w_x(\sigma)/(\kappa u^*)$ の鉛直プロファイル。不安定 ($h/L < 0$) の場合には、 $w_s(\sigma)$ (破線) は $w_m(\sigma)$ (実線) より大きい、安定 ($h/L \geq 0$) の場合には両者は等しい (本文参照)。Large et al.(1994) より転載。

とする。図 8.2 に $G(\sigma)$ と w_x の例を示す。

式 (8.70) において、乱流渦は海面 ($\sigma = 0$) を横切らないので、 $K_x = 0$ 、すなわち $a_0 = 0$ である。

表層 ($\sigma < \varepsilon [= 0.1]$) では、Monin-Obukhov の相似則が適用されるので、式 (8.64 [$\gamma_x = 0$])、(8.68) 及び (8.69) より、

$$w_x(\sigma)(a_1 + a_2\sigma) = \frac{\kappa u^*}{\phi_x(\zeta)} \frac{\langle w_x(d) \rangle}{\langle w_{x0} \rangle} \quad (8.71)$$

となる。ここで、乱流フラックス $\langle w_x \rangle$ が線形であると仮定する (Lumley and Panofski 1964; Tennekes 1973) と、式 (8.71) は、

$$w_x(\sigma) = \frac{\kappa u^*}{\phi_x(\zeta)} \quad (8.72)$$

であれば成立する。不安定条件下 ($\zeta (= d/L) < 0$) において、表層以深では $\sigma = \varepsilon (\sim 0.1)$ の値で一定と仮定して

$$\begin{aligned} w_x(\sigma) &= \frac{\kappa u^*}{\phi_x(\varepsilon h/L)} & \varepsilon < \sigma < 1 \quad \zeta < 0 \\ w_x(\sigma) &= \frac{\kappa u^*}{\phi_x(\sigma h/L)} & \text{otherwise} \end{aligned} \quad (8.73)$$

とし、 w_x が大きくなりすぎるのを防ぐ (図 8.2)。

普遍関数 ϕ_x は、安定度パラメータ $\zeta (= d/L)$ の関数として各種実験データから決められるが、乱流鉛直速度スケールが中立安定の場合 ($h/L = 0$) には、 κu^* でスケールされるように、不安定の場合 ($h/L < 0$) の場合には、それより強く、安定の場合 ($h/L \geq 0$) の場合には、それより弱くなるようにする。Large et al.(1994) では以下のように決めている (図 8.3)。

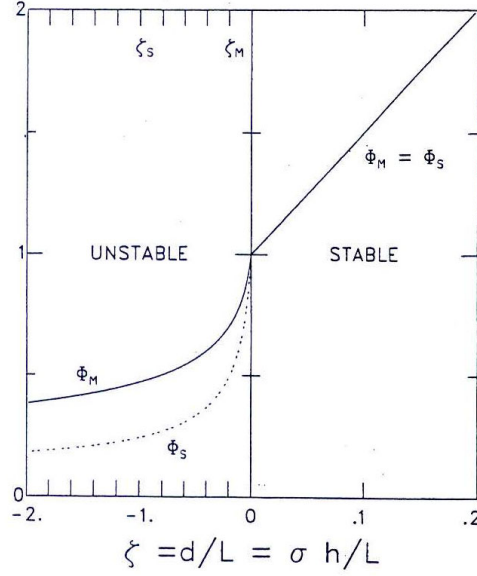


図 8.3: 安定度パラメータ ζ の関数として表した無次元普遍関数 ϕ_x のプロファイル。Large et al.(1994) より転載。

$$\begin{aligned}
 \phi_m &= \phi_s = 1 + 5\zeta & 0 \leq \zeta \\
 \phi_m &= (1 - 16\zeta)^{-1/4} & \zeta_m \leq \zeta < 0 \\
 \phi_m &= (a_m - c_m \zeta)^{-1/3} & \zeta < \zeta_m \\
 \phi_s &= (1 - 16\zeta)^{-1/2} & \zeta_s \leq \zeta < 0 \\
 \phi_s &= (a_s - c_s \zeta)^{-1/3} & \zeta < \zeta_s
 \end{aligned} \tag{8.74}$$

ここで、 $(\zeta_s, c_s, a_s, \zeta_m, c_m, a_m) = (-1.0, 98.96, -28.86, -0.2, 8.38, 1.26)$ である。

明記すべき特徴をいくつか列挙する。不安定の場合 ($h/L < 0$) には、スカラー量に対する $w_s(\sigma)$ は $w_m(\sigma)$ より大きい、安定 ($h/L \geq 0$) の場合には両者は等しい。不安定の度合いが強い場合 ($\zeta < \zeta_x$)、鉛直運動が卓越するので、 w_s は w^* のオーダーの量を持つことになるように ϕ_x を決めている。つまり、

$$\phi_x = (a_x - c_x \zeta)^{-1/3} \quad \zeta < \zeta_x < 0 \tag{8.75}$$

に、(8.67)、(8.73)、および、対流不安定がおきている場合に混合層内で成立する、

$$w^* = (-B_f h)^{1/3} \tag{8.76}$$

を利用すると、

$$\begin{aligned}
 w_x &= \kappa(a_x u^{*3} + c_x \kappa \sigma w^{*3})^{1/3} \rightarrow \kappa(c_x \kappa \sigma)^{1/3} w^* & \sigma < \varepsilon \\
 w_x &= \kappa(a_x u^{*3} + c_x \kappa \varepsilon w^{*3})^{1/3} \rightarrow \kappa(c_x \kappa \varepsilon)^{1/3} w^* & \varepsilon \leq \sigma < 1
 \end{aligned} \tag{8.77}$$

となる。ここで $\rightarrow$ は、対流不安定がおきているときの極限を示す。

乱流フラックス $\langle w_x \rangle$ の線形仮定 (フラックスは海面の値から線形関数で減少する) より、式 (8.71) は、

$$\langle w_x(\sigma) \rangle / \langle w_{x0} \rangle = 1 - \beta_r \sigma / \varepsilon = a_1 + a_2 \sigma \tag{8.78}$$

$\sigma = 0$ における (8.70) とその微分から、 $a_1 = 1, a_2 = -\beta_r / \varepsilon$ 。 $\sigma = 1$ での条件 $G(1) = \partial_\sigma G(1) = 0$ と、仮定 $\varepsilon = 0.1$ から、 $a_2 = -2, a_3 = 1, \beta_r = 0.2$ となる。

第8章 混合層モデル

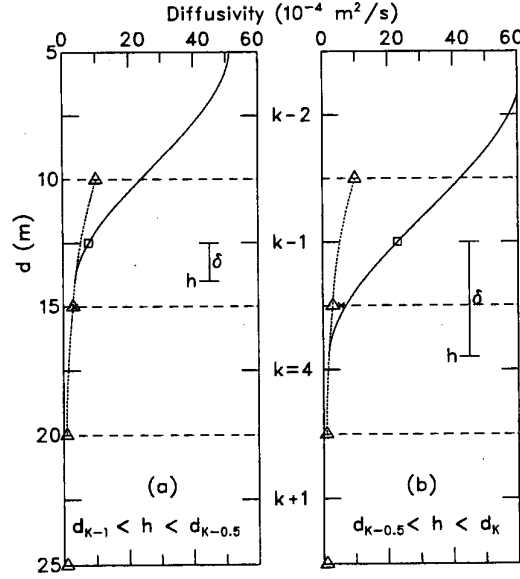


図 8.4: 混合層基底 (深さ h) と内部領域における鉛直拡散係数を結合させる概念図。 h が、 $d_{k-1} < h < d_k$ の場合、 $d_{k-\frac{1}{2}}$ における鉛直粘性拡散係数は $\times$ 印のものとなる。 Large et al.(1994) より転載。

8.3.4 混合層基底での鉛直粘性拡散係数

KPP スキームでは、前節とは別に混合層以深で粘性拡散係数 v_x を決めておき (MRI.COM では、混合層以深で Tsujino et al.(2000) の背景粘性拡散係数を適用)、混合層基底でつなく。離散的鉛直グリッドの場合、混合層が実際より浅く見積もられるため、混合層の発達が抑制される。そこで、混合層基底でのグリッド (深さ $d_{k-\frac{1}{2}}$) で、以下の式により、係数を大きくする操作をしている (図 8.4)。

$$\begin{aligned}\delta &= (h - d_{k-1}) / (d_k - d_{k-1}) \\ K_x^* &= (1 - \delta)^2 K_x(d_{k-1}) + \delta^2 K_x(d_{k-\frac{1}{2}}) \\ \Lambda_x &= (1 - \delta) v_x(d_{k-\frac{1}{2}}) + \delta K_x^*\end{aligned}\tag{8.79}$$

図 8.4 では、内部領域の鉛直粘性拡散係数 v_x が破線で表され、三角印の深度で定義される。一方、境界層内の拡散係数プロファイル $K_x(d)$ は、実線で示され、四角印の深度で定義される。モデルにおいて、境界層基底 (h) と内部領域の境界にあたる深度 (深さ $d_{k-\frac{1}{2}}$) の鉛直粘性拡散係数には Λ_x を適用する。 K_x^* は、境界深度において大きな鉛直粘性拡散係数を作成するための係数で、 h が d_{k-1} より深くなったら直ぐに大きくなるように調整されている。なお、 $d_{k-1} < h < d_{k-\frac{1}{2}}$ の時 ($d_{k-\frac{1}{2}}$ より混合層が浅いとき)、 (8.79) の 2 式目における、 $K_x(d_{k-\frac{1}{2}})$ は定義されないで、内部領域の値、 $v_x(d_{k-\frac{1}{2}})$ に置き換えられる。

8.3.5 混合層厚

混合層厚 h は、浮力 $B(d)$ と速度 $\vec{V}(d)$ の鉛直プロファイルによって決める。ここでは、海面を基準としたバルクリチャードソン数

$$Ri_b(d) = \frac{(B_r - B(d))d}{|\vec{V}_r - \vec{V}(d)|^2 + V_t^2(d)}\tag{8.80}$$

が基準値 Ri_c (MRI.COM では 0.3) と等しくなる深度とする。ここで、 B_r と $\vec{V}_r$ は第 1 層における浮力と速度である。また、 V_t^2/d は乱流速度シアと呼ばれ、平均シアが弱いときに重要となる。

式 (8.80) で $d = h$ とすると、

$$Ri_c = \frac{(B_r - B(h))h}{|\vec{V}_r - \vec{V}(h)|^2 + V_t^2(h)} \quad (8.81)$$

となるが、純粋に重力不安定による対流だけが起きていて、シアがなく ($|\vec{V}_r - \vec{V}(h)| = 0$)、混合層内の水はよくかき混ぜられ、浮力が B_r 、この水が浮力振動数 N ($N^2 = \partial B / \partial z$) の領域を侵食していく状況 (図 8.5) を考えると、 $(B_r - B(h)) = (h - h_e)N^2$ となるが、 $(h - h_e)$ を消去するために、(8.64)、(8.69)、(8.76)、(8.77) を用いるが、この際に $\gamma_b \ll N^2$ 、 $G(h_e/h) = (h - h_e)^2/h^2$ 、及び $N(h_e) = N/C_v$ 、 $C_v = 1.8$ を用い、さらに、対流不安定時 (図 8.5) に $d = h_e$ において、経験的に成り立つ、 $\langle wb_e \rangle / \langle wb_0 \rangle = -\beta_T (= -0.2)$ 、 $\langle wb_0 \rangle \equiv -B_f$ を用いると、

$$V_t^2(d) = \frac{C_v(-\beta_T)^{1/2}}{Ri_c \kappa^{2/3}} (c_s \epsilon)^{-1/6} h N w_* \quad (8.82)$$

となる。ここに現れた w^* を (8.77) を用いて、スカラーに対する乱流鉛直流速 (w_s) に置き換えると、

$$V_t^2(d) = \frac{C_v(-\beta_T)^{1/2}}{Ri_c \kappa^2} (c_s \epsilon)^{-1/2} d N w_s \quad (8.83)$$

となる。式 (8.80) に V_t^2 がないと、混合層基底で N が大きい場合に混合層厚 h が小さくなる。従って拡散係数 K_x が小さくなるため、 N が大きくてもエントレインメントフラックス自体が小さくなってしまう。一方、 V_t^2 があると、式 (8.83) より N が大きければ混合層厚 h が比較的厚くなる。従って拡散 K_x が大きくなり、エントレインメントフラックスを維持できる。

8.3.6 Nonlocal 輸送

図 8.5 は、海洋境界層において浮力と浮力フラックスの期待されるプロファイルを描いたものである。例えば、成層が local に安定または中立であるところ ($0.35 < d/h < 0.8$) では、式 (8.64 [$\gamma_x = 0$]) では乱流浮力フラックス $\langle wb \rangle$ は下向き (< 0) またはゼロとなるはずである。しかし、図 8.5 に示されるように、(nonlocal な) 海面浮力フラックス $\langle wb_0 \rangle$ が不安定な場合 (> 0) に、上向き乱流フラックス $\langle wb \rangle$ が存在する。このように、local な成層が安定または中立であっても浮力が上向きに輸送される現象を nonlocal 輸送 (または counter gradient 輸送) と呼ぶ。

境界層では基本的に乱流が nonlocal であるという特徴があり、local な浮力フラックスが、local な勾配に加えて海面フラックス $\langle wb \rangle$ や境界層厚 h などの境界層パラメータに依存する。また、Nonlocal 輸送は不安定強制の時のスカラー量に対してのみ値をもつ (Deardroff 1972)。ここでは、Mailhôt and Benoit (1982) のパラメータ化を用いて、不安定強制下におけるスカラー量に対する nonlocal 輸送 γ_s を、

$$\gamma_s = C^* \frac{\langle ws_0 \rangle}{w^* h} \quad (8.84)$$

を用いて計算する。ここで、 $C^* = 10$ である。強制の種類と条件に応じて書き直すと

$$\begin{aligned} \gamma_x &= 0 & \zeta &\geq 0 \\ \gamma_m &= 0 & \zeta &< 0 \\ \gamma_s &= C_s \frac{\langle ws_0 \rangle}{w_s(\sigma)h} & \zeta &< 0 \\ \gamma_\theta &= C_s \frac{\langle w\theta_0 \rangle + \langle w\theta_R \rangle}{w_s(\sigma)h} & \zeta &< 0 \end{aligned} \quad (8.85)$$

となる。ここで、

$$C_s = C^* \kappa (c_s \kappa \epsilon)^{1/3} \quad (8.86)$$

第8章 混合層モデル

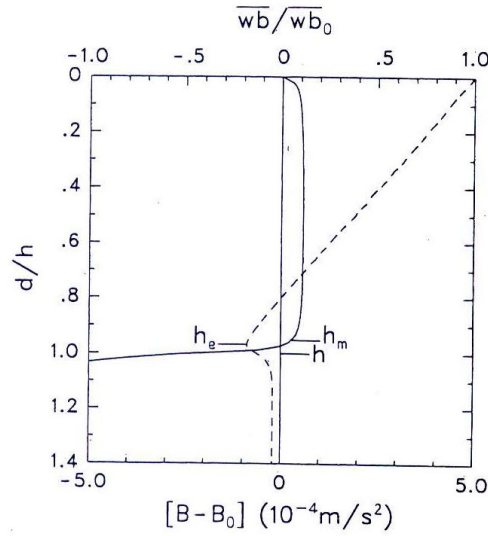


図 8.5: 海洋境界層において期待される浮力（実線）と海面フラックス ($\langle w b_0 \rangle$) でスケーリングした浮力フラックス（破線）の鉛直プロファイル。Large et al.(1994) より転載。

である。また、 $\langle w \theta_R \rangle$ は、nonlocal 輸送に対する短波入射の寄与を表したもので、 I を海洋内部における短波の熱フラックス分布（第9章を参照）とすると、

$$-\langle w \theta_R \rangle = [(I/\rho C_p)_0 - (I/\rho C_p)_{h_\gamma}] \quad (8.87)$$

と表すことができる。ここで、 C_p は海水の比熱、 h_γ は、nonlocal 輸送を求める深さである。

References

- Deardroff, J. W., 1972: Theoretical expression for the countergradient vertical heat flux, *J. Geophys. Res.*, **77**, 5900-5904.
- Kantha, L. H., and C. A. Clayson, 2000: *Small Scale Processes in geophysical Fluid Flows*, Academic Press, 888pp.
- Large, W. G., J. C. McWilliams, and S. C. Doney, 1994: Oceanic vertical mixing: a review and a model with a nonlocal boundary layer parameterization, *Rev. Geophys.*, **32**, 363-403.
- Lumley, J. A., and H. A. Panofsky, 1964: *The structure of the atmospheric turbulence*, 239pp., John Wiley, New York.
- Mailhôt, J., and R. Benoit, 1982: A finite-element model of the atmospheric boundary layer suitable for use with numerical weather prediction models, *J. Atmos. Sci.*, **39**, 2249-2266.
- Mellor, G. L., and T. Yamada, 1982: Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **20**, 851-875.

8.3. K Profile Parameterization (KPP)

- Noh, Y., and H.-J. Kim, 1999: Simulations of temperature and turbulence structure of the oceanic boundary layer with the improved near-surface process, *J. Geophys. Res.*, **104**, 15,621-15,634.
- O'Brien, J. J., 1970: A note on the vertical structure of the eddy exchange coefficient in the planetary boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, **27**, 1213-1215.
- Rotta, J. C., 1951a: Statistische Theorie nichthomogener Turbulenz, *Z. Phys.*, **129**, 547-572.
- Rotta, J. C., 1951b: Statistische Theorie nichthomogener Turbulenz, *Z. Phys.*, **131**, 51-77.
- Tennekes, H., 1973: A model for the dynamics of the inversion above a convective boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, **30**, 558-567.
- Treon, I. B., and L. Mahrt, 1986: A simple model of the atmospheric boundary layer; sensitivity to surface evaporation, *Boundary Layer Meteorol.*, **37**, 129-148.
- Tsujino, H., H. Hasumi, and N. Sugimoto, 2000: Deep Pacific circulation controlled by vertical diffusivity at the lower thermocline depth, *J. Phys. Oceanogr.*, **30**, 2853-2865.

第9章 海面フラックス

海洋モデルを駆動するためには、海面からの運動量・熱・淡水フラックスが必要である。本章では、MRI.COMにおける海面運動量・熱・淡水フラックスの取り扱いについて解説する。MRI.COMにおける海面風・熱・淡水フラックスの扱いは、大気再解析データや大気海洋観測データで駆動する海洋単体シミュレーションと、大気海洋結合モデルによるシミュレーションとを前提として設計されている。

海洋モデル単体で現実的な海洋構造を再現する場合、観測に基づく海面熱・淡水フラックスを使用するのが自然だが、

1. 観測に基づく海面熱・淡水フラックスには大きな誤差がある
2. 海洋モデル単体によるシミュレーションでは海洋から大気へのフィードバックメカニズムが働かない
3. モデル力学には誤差があり、また再現できない現象が存在する

などの理由から、再現されるモデル海面水温塩分が観測海面水温塩分と必ずしも一致しない。このため、海洋モデルではモデル海面水温塩分が観測海面水温塩分から大きくずれないように調節が必要である。本章では、このような調節を含めた海面フラックスの取り扱いを説明する。

9.1 海面風応力

9.1.1 MRI.COMにおける計算手続き

海面フラックスのうち、運動量フラックスすなわち風応力に関しては、風応力データを外部データとして読み込んで使用する。入力データの単位は $[\text{dyn} \cdot \text{cm}^{-2}]$ にする。

- 外部データの読み込み in `force.F90`
`read(iwind)  $\tau_x, \tau_y$`
- 外部データの時間補間 in `mkflux.F90`
- 第1層水平流速の計算 (式 (1.41)) in `clinic.F90`

9.2 海面熱フラックス

9.2.1 はじめに

海洋が獲得する正味の海面熱フラックスを Q_{NET} とすると、最上層の水温 T_o の時間変化は、

$$\frac{\partial T_o}{\partial t} = (\text{advection}) + (\text{diffusion}) + \frac{Q_{NET}}{\rho_o C_p \Delta z_1} \quad (9.1)$$

第9章 海面フラックス

と書ける。ここで、 ρ_o と C_p は海洋における代表的な密度と比熱、 Δz_1 は T-box における第1層厚（自由表面の場合は時空間変化あり）である。

冒頭でも述べたように、 Q_{NET} として観測に基づく海面熱フラックスを使用した場合、再現されるモデル海面水温は必ずしも観測海面水温と一致しない。このため、海洋モデルではモデル海面水温が観測海面水温から大きくずれないように調節（リストア）が必要となる。MRI.COM では、 Q_{NET} の計算として、モデル海面水温を観測海面水温に緩和する方法（海面水温緩和型 default）と観測された大気要素を使用して海面熱フラックスを計算する方法（熱フラックス型 OGCM_HFLUX）の2種類が準備されている。前者ではモデル海面水温を観測海面水温に復元させるのに対し、後者ではモデル海面水温を観測大気要素（海上気温など）で駆動することになる。

9.2.2 熱フラックス型（OGCM_HFLUX）

熱フラックス型を使用する場合、海面熱フラックス Q_{NET} は、

$$Q_{NET} = Q_{SH} + Q_{LO} + Q_{LA} + Q_{SN} \quad (9.2)$$

として与えられる。ここで、 Q_{SH} は正味短波放射フラックス、 Q_{LO} は正味長波放射フラックス、 Q_{LA} は潜熱フラックス、 Q_{SN} は顕熱フラックスである。4成分の中で、 Q_{LO} 、 Q_{LA} 、 Q_{SN} の3成分は海面水温に依存するため、モデル海面水温を用いて求める。

短波放射フラックス

正味の短波放射として外部データ Q_{SH}^{OBS} を使用する。海面に入射する短波放射の一部 ($\alpha_0 Q_{SH}^{OBS}$) は海面で反射される。残りの短波放射 ($(1 - \alpha_0) Q_{SH}^{OBS}$) は、海面下 50cm までに 50%以上が吸収され、一部はさらに深く透過し表層水温構造に影響を与える。Paulson and Simpson (1977) より、海洋内に透過する短波放射フラックスは、

$$Q_{SH}(z) = (1 - \alpha_0) Q_{SH}^{OBS} [R \exp(z/\zeta_1) + (1 - R) \exp(z/\zeta_2)] \quad (9.3)$$

で与えられる。ここで、Jerlov(1976) の光学特性による海水の分類化における Water Type I を採用し、 $R = 0.58$ 、 $\zeta_1 = 35$ [cm]、 $\zeta_2 = 2300$ [cm] とする。この式に従って透過した短波放射エネルギーの鉛直発散 $\partial Q_{SH}(z)/\partial z$ が各層で吸収される。（したがって、式 (9.1) の表現は厳密には正しくなく、 Q_{SH} の一部は第2層以深の式にも含まれる。）

長波放射フラックス

長波放射は、正味長波放射（外部データ） Q_{LO}^{OBS} から海面水温（外部データ） T_o^{OBS} による輻射分を除き、モデル海面水温による輻射を加えて計算する。

$$Q_{LO} = Q_{LO}^{OBS} + e_m \sigma ((T_o^{OBS} + 273.16)^4 - (T_o + 273.16)^4) \quad (9.4)$$

ここで、 $e_m = 0.97$ は海水の emissivity、 $\sigma = 5.67 \times 10^{-5}$ [erg·s⁻¹·cm⁻²·K⁻⁴] は Stefan-Boltzmann 定数である。

潜熱・顕熱フラックス

潜熱・顕熱フラックスの計算にはバルク法を用いる。バルク法では、潜熱フラックス Q_{LA} ・顕熱フラックス Q_{SN} をバルク公式と呼ばれる次式でそれぞれ計算する。

$$Q_{LA} = -\rho_a L C_E U_{10} (q_s - q_a) \quad (9.5)$$

9.2. 海面熱フラックス

$$Q_{SN} = -\rho_a C_{pa} C_H U_{10} (T_o - T_a) \quad (9.6)$$

ここで、 ρ_a は大気密度、 L は蒸発の潜熱、 q_a は海上比湿、 q_s は海面水温飽和比湿、 T_a は海上気温、 U_{10} はスカラー風速を表す。また、 $C_{pa} = 1.00467 \times 10^7 \text{ erg} \cdot [\text{g}^{-1}]$ は大気比熱である。

バルク公式を使用して熱フラックスを求めるには、バルク輸送係数と呼ばれる無次元係数 C_E や C_H が必要であり、この係数としてさまざまな関数が提案されている (Kantha and Clayson 2000)。これらの違いは、関数を求める際に使用するデータに依存するところが大い。MRI.COM では、Kara et al.(2000)、Kondo (1975)、簡略化された Large and Pond (1982) による 3 種類のバルク輸送係数計算を選択することができる。以下では、これら 3 種類のバルク輸送係数計算と潜熱・顕熱フラックスに必要な要素の計算について説明する。

なお、海氷がある場合は、海氷の生成・融解によって生じる海氷 - 海洋間のフラックスが付加される。この場合のフラックスの計算は「第 10 章 海氷モデル」を参照されたい。また、淡水フラックス (OGCM_WFLUX) を使用する場合、その効果が熱フラックスに付加される (式 (9.35))。

(a) Kara et al.(2000) (OGCM_BULKKARA)

Kara et al.(2000) では、入力する外部データとして、海面気圧 P_s [hPa]、海上気温 T_a [°C]、海上露点 T_d [°C]、スカラー風速 U_{10} [$\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$] の 4 種類を使用する。

まず、潜熱・顕熱フラックスの計算に必要な要素を準備する。

1. 海上における水蒸気圧 e_a [hPa]

$$e_a = 6.1121 \exp[(18.729 - T_d/227.3)T_d/(T_d + 257.87)] \quad (9.7)$$

2. 海面水温 (T_o [°C]) に対する飽和水蒸気圧 e_s [hPa]

$$e_s = 0.9815 \times 6.1121 \exp[(18.729 - T_o/227.3)T_o/(T_o + 257.87)] \quad (9.8)$$

3. 海上における比湿 q_a [$\text{g} \cdot \text{g}^{-1}$]

$$q_a = \frac{0.62197e_a}{P_s - 0.378e_a} \quad (9.9)$$

4. 海面水温に対する飽和比湿 q_s [$\text{g} \cdot \text{g}^{-1}$]

$$q_s = \frac{0.62197e_s}{P_s - 0.378e_s} \quad (9.10)$$

5. 蒸発の潜熱 L [$\text{erg} \cdot \text{g}^{-1}$]

$$L = 10^{10}(2.501 - 0.00237T_o) \quad (9.11)$$

6. 大気密度 ρ_a [$\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$]

$$\rho_a = 10^3 P_s / [R_g(T_a + 273.16)(1.0 + 0.61q_a)] \quad (9.12)$$

次に、バルク輸送係数 C_E (潜熱) C_H (顕熱) を以下のように求める。

$$C_0 = 10^{-3}(0.8195 + 5.06 \times 10^{-4}U_{10} - 9 \times 10^{-7}U_{10}^2) \quad (9.13)$$

$$C_1 = 10^{-3}(-0.0154 + 56.98/U_{10} - 67.43/U_{10}^2) \quad (9.14)$$

$$C_E = C_0 + C_1(T_o - T_a) \quad (9.15)$$

$$C_H = 0.96C_E \quad (9.16)$$

ただし、 $2.5 \times 10^2 [\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}] \leq U_{10} \leq 32.5 \times 10^2 [\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}]$ 、 $0.3 \times 10^{-3} \leq C_E \leq 2 \times 10^{-3}$ とする。

第9章 海面フラックス

(b) Kondo (1975) (OGCM_BULKKONDO)

Kondo (1975) では、入力する外部データとして、海面気圧 P_s [hPa]、海上気温 T_a [°C]、海上比湿 q_a [g·g⁻¹]、スカラー風速 U_{10} [cm·s⁻¹] を使用する。

まず、潜熱・顕熱フラックスの計算に必要な要素を以下のように求める。

1. 海面水温 (T_o [°C]) に対する飽和水蒸気圧 e_s [hPa]

$$e_s = 0.98 \times 6.1078 \times 10^{7.5T_o/(273.3+T_o)} \quad (9.17)$$

2. 蒸発の潜熱 L [erg·g⁻¹]

$$L = 4.186 \times 10^7 (594.9 - 0.5T_o) \quad (9.18)$$

なお、海面水温に対する飽和比湿 q_s [g·g⁻¹] は、Kara et al. (2000) と同じ式 (9.10) で表される。大気密度は $\rho_a = 1.205 \times 10^{-3}$ [g·cm⁻³] とする。

大気境界層の安定度が中立状態の場合、バルク輸送係数は次式で与えられる。

$$C_{En} = 10^{-3} \{a_e + 10^{-2} b_e U_{10}^{p_e} + c_e (10^{-2} U_{10} - 8)^2\} \quad (9.19)$$

$$C_{Hn} = 10^{-3} \{a_h + 10^{-2} b_h U_{10}^{p_h} + c_h (10^{-2} U_{10} - 8)^2\} \quad (9.20)$$

ここで、 C_{En} 、 C_{Hn} は、大気安定度が中立である場合のバルク輸送係数である。また、 $a_{e,h}$ 、 $b_{e,h}$ 、 $c_{e,h}$ 、 $p_{e,h}$ は表 9.1 に示されるような風速に依存する無次元数である。

表 9.1: Kondo (1975) のバルク輸送係数の計算で使用される無次元パラメータ

U_{10} (10 ² cm·s ⁻¹)	a_e	a_h	b_e	b_h	c_e	c_h	p_e	p_h
0.3-2.2	0	0	1.23	1.185	0	0	-0.16	-0.157
2.2-5	0.969	0.927	0.0521	0.0546	0	0	1	1
5-8	1.18	1.15	0.01	0.01	0	0	1	1
8-25	1.196	1.17	0.008	0.0075	-0.0004	-0.00045	1	1
25-50	1.68	1.652	-0.016	-0.017	0	0	1	1

次に、安定度を考慮したバルク輸送係数を求める。まず、大気境界層の安定度を次のように定義する。

$$S = S_0 \frac{|S_0|}{|S_0| + 0.01} \quad (9.21)$$

ここで、

$$S_0 = \frac{T_o - T_a}{10^{-4} U_{10}^2} \quad (9.22)$$

で、 $S > 0$ ($T_o - T_a > 0$) の時は不安定、 $S < 0$ ($T_o - T_a < 0$) の時は安定である。最終的に安定度を考慮したバルク輸送係数は、次式で与えられる。

$$C_E = \begin{cases} 0 & S < -3.3 \\ C_{En} \{0.1 + 0.03S + 0.9 \exp(4.8S)\} & -3.3 \leq S < 0 \\ C_{En} (1.0 + 0.63\sqrt{S}) & 0 \leq S \end{cases} \quad (9.23)$$

$$C_H = \begin{cases} 0 & S < -3.3 \\ C_{Hn} \{0.1 + 0.03S + 0.9 \exp(4.8S)\} & -3.3 \leq S < 0 \\ C_{Hn} (1.0 + 0.63\sqrt{S}) & 0 \leq S \end{cases} \quad (9.24)$$

(c) Large and Pond (1982) (OGCM_BULKLP)

Large and Pond (1982) では、潜熱・顕熱フラックスの計算に必要な要素や入力データは前節の Kondo (1975) と同様で、海面水温に対する飽和水蒸気圧 e_s [hPa] は式 (9.17)、海面水温に対する飽和比湿 q_s [g·g⁻¹] は式 (9.10)、蒸発の潜熱 L [erg·g⁻¹] は式 (9.18) で計算される。大気密度は $\rho_a = 1.205$ [g·cm⁻³] である。海上における比湿 q_a [g·g⁻¹] は、外部データとして読み込んで使用する。

バルク輸送係数 C_E (潜熱) 及び C_H (顕熱) を以下のように求める。まず、風応力のバルク輸送係数 C_D を風速に依存する形で求める。ただし、MRI.COM ではこの C_D は風応力の計算には使用されない。

$$C_D = \begin{cases} 1.14 \times 10^{-3} & U_{10} < 10 \times 10^2 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} \\ 4.9 \times 10^{-4} + 6.5 \times 10^{-7} U_{10} & U_{10} \geq 10 \times 10^2 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} \end{cases} \quad (9.25)$$

MRI.COM では、バルク輸送係数 C_E 及び C_H を求める際に、大気境界層の安定度を $T_o - T_a$ の符号で判定する。すなわち、

$$C_E = 3.46 \times 10^{-2} \sqrt{C_D} \quad (9.26)$$

$$C_H = \begin{cases} 3.27 \times 10^{-2} \sqrt{C_D} & T_o - T_a > 0 \\ 1.8 \times 10^{-2} \sqrt{C_D} & T_o - T_a \leq 0 \end{cases} \quad (9.27)$$

9.2.3 海面水温緩和 (default)

MRI.COM の default では、モデル海面水温を観測海面水温に緩和するような海面熱フラックスが計算される。但し歴史ランには対応していない (海面水温気候値に緩和)。

$$Q_{NET} = -\frac{\rho_o C_p}{\gamma} (T_o - T_o^{OBS}) \Delta z_1 \quad (9.28)$$

ここで、 γ は緩和時間 [s] で、一般的に第 1 層厚 5 [m] の場合 10 日 ($\gamma = 10 \times 86400$ [s]) 程度である。

9.2.4 MRI.COM における計算手続き

- 熱フラックス型 (OGCM_HFLUX)

1. 外部データの読み込み in force.F90
 - (a) 熱フラックス型
 - (b) read(ihflx) $Q_{SH}^{OBS}, Q_{LO}^{OBS}, T_o^{OBS}$
 - (c) read(ibulk) T_a, q_a (OGCM_TDEW のとき T_d), U_{10}, P_s
2. Q_{NET} の計算 in mkflux.F90
 - (a) 外部データの時間補間
 - (b) Q_{SH} は外部データを使用
 - (c) Q_{LO} の計算 (式 (9.4))
 - (d) Q_{LA} と Q_{SN} の計算 (式 (9.5) ~ (9.6)) in bulk.F90 (mkflux.F90 から call)
 - (e) Q_{SH} と ($Q_{LO} + Q_{LA} + Q_{SN}$) に分けて準備
 - (f) Q_{NET}^{WF} の計算 (式 (9.35))

第9章 海面フラックス

(g) 海氷 - 海洋間熱フラックス in iaflux.F90 (海氷モデル OGCM_ICE のとき mkflux.F90 から call)

3. Q_{NET} による第1層の水温時間変化の計算 (式 (9.1)) in tracer.F90

– 式 (9.3) を使用して短波放射による第2層以深水温の時間変化も計算

- 海面水温緩和型 default

1. Q_{NET} の計算 (式 (9.28)) in mkflux.F90

2. Q_{NET} による第1層水温の時間変化計算 (式 (9.1)) in tracer.F90

9.3 海面淡水フラックス

9.3.1 はじめに

海面を通して出入りする淡水フラックスは、主に降水、蒸発、河川水の流出、海氷の生成融解が原因である。MRI.COM における海面淡水フラックスは、観測に基づく降水、河川水の流出データ等を使用した淡水フラックスを用いる方法 (淡水フラックス型 OGCM_WFLUX) と、モデル海面塩分を観測海面塩分に緩和する方法 (海面塩分緩和型 default) の2種類から選択する。

また、自由表面では、淡水フラックスを陽に扱い、第1層体積の増減から塩分の変化を計算する (自由表面解説参照)。一方、rigid-lid の場合は各格子で体積は一定であり淡水の出入りは許されないため、淡水フラックスを塩分フラックス $F_S[\text{psu}\cdot\text{s}^{-1}]$ に換算してから塩分の時間変化を求める。

9.3.2 淡水フラックス型 (OGCM_WFLUX)

海面を出入りする淡水フラックス $F_W[\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}]$ は、

$$F_W = P - E + R + I \quad (9.29)$$

として与えられる。降水 P は外部データを使用し、蒸発 E はモデル内で計算する。

$$E = \rho_a C_E U_{10} (q_s - q_a) = -Q_{LA}/L \quad (9.30)$$

河川水の流出 R は OGCM_RUNOFF を選択した場合に外部データから与えられる。海氷モデルを使用する場合 (OGCM_ICE) には海氷の生成融解による淡水フラックス I が計算される (海氷モデル解説参照)。OGCM_WFLUX のみを選択した場合には、 $F_W = P - E$ である。

F_W は海面塩分の状態には直接的には無関係であり、モデル海面塩分は現実とかけ離れた値をもつ可能性がある。従って、モデル海面塩分を観測海面塩分にリストアする調節が必要となる (下式右辺第2項)。但し、現在は信頼できる海面塩分の歴史データは存在しないので、観測海面塩分気候値にリストアしている。

$$F_W \rightarrow F_W + r_s \frac{S_o - S_o^{OBS}}{S_o} \quad (9.31)$$

ここで、 $r_s = 50/86400[\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}]$ である。

また、 F_W は必ずしも全球平均が0とはならない。場合によっては全海域の第1層体積が増加または減少し続ける可能性がある。これを防ぐために、OGCM_WADJ を選択し、全海域の淡水フラックスの積分が0になるように調節する。すなわち、

$$F_{WADJ} = F_W - \overline{F_W} \quad (9.32)$$

9.3. 海面淡水フラックス

ここで、 $\overline{F_W}$ は $F_W (= P - E (+R) - r_s(S_o^{OBS} - S_o)/S_o)$ の全海域平均である。

自由表面では、淡水フラックス F_W (または $F_{W_{ADJ}}$) を陽に扱い、第 1 層体積の増減から塩分の変化を計算する (自由表面解説参照)。

rigid-lid の場合は、淡水フラックスを塩分フラックス $F_S[\text{psu}\cdot\text{s}^{-1}]$ に換算する。

$$F_S = S_o F_W / \Delta z_1 \quad (9.33)$$

第 1 層の塩分 S_o の時間変化は、

$$\frac{\partial S_o}{\partial t} = (\text{advection}) + (\text{diffusion}) + F_S \quad (9.34)$$

で求める。

淡水フラックスを使用する場合、その量に応じて熱フラックスが生じる。その際、淡水は第 1 層の水温と同じ水温を持つと仮定する。すなわち、 Q_{NET} に淡水フラックスの効果 Q_{NET}^{WF} が付加される。

$$Q_{NET}^{WF} = \rho_o C_p T_o F_W \quad (9.35)$$

となる。

9.3.3 海面塩分緩和 (default)

海洋が獲得する海面塩分フラックスを F_S とすると、自由表面の場合、

$$F_S = \frac{V_{1o}}{\gamma_s V_1(t)} (S_o^{OBS} - S_o) \quad (9.36)$$

rigid-lid の場合、

$$F_S = \frac{1}{\gamma_s} (S_o^{OBS} - S_o) \quad (9.37)$$

となる。ここで、 V_{1o} は初期の第 1 層 T-box の体積、 $V_1(t)$ は各時間ステップにおける第 1 層 T-box の体積である。また、 γ_s は緩和時間 [s] で、一般的に第 1 層厚 5 [m] の場合 10 日 ($\gamma_s = 10 \times 86400[\text{s}]$) 程度である。

第 1 層の塩分 S_o の時間変化は、

$$\frac{\partial S_o}{\partial t} = (\text{advection}) + (\text{diffusion}) + F_S \quad (9.38)$$

で求める。

9.3.4 MRI.COM における計算手続き

- 淡水フラックス型 OGCM_WFLUX

1. 外部データの読み込み in force.F90
 - (a) read(ipcpr) P
 - (b) OGCM_RUNOFF の場合、read(irnoff) R
2. F_W の計算 in mkflux.F90
 - (a) P (と R) は外部データを使用

第9章 海面フラックス

- (b) E の計算 (式 (9.30)) in `bulk.F90` (`mkflux.F90` から call)
- (c) 海氷 - 海洋間淡水フラックス in `iaflux.F90` (海氷モデル `OGCM_ICE` のとき `mkflux.F90` から call)
- (d) 海面塩分の緩和 (式 (9.31))
- (e) 自由表面の場合、`OGCM_WADJ` で F_{WADJ} の計算 (式 (9.32)) in `surface.F90`
- (f) rigid-lid の場合、 F_W を F_S に換算 (式 (9.33))

3. 第1層塩分の時間変化計算

- (a) 自由表面の場合、 F_W (または F_{WADJ}) を使用して、第1層体積の増減から第1層塩分の時間変化を計算 in `surface.F90`
- (b) rigid-lid の場合、 F_S による第1層塩分の時間変化の計算 (式 (9.34)) in `tracer.F90`

• 海面塩分緩和 default

1. F_S の計算 (式 (9.36) or (9.37)) in `mkflux.F90`
2. 第1層塩分の時間変化の計算 (式 (9.38)) in `tracer.F90`

9.4 おわりに

近年の衛星観測により、海面フラックスには時空間的に細かいデータが得られるようになってきた。しかしながら、必要とされるフラックスの精度はかなり高い。熱フラックスを例に挙げると、数 $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ のバイアスは氷厚を大きく変化させてしまうし、気候変動を解明するには数 $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ の正確さが必要と言われている (現在は $O(10)\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ の誤差) (WGASF 2000)。また、観測頻度を上げればフラックスの精度が向上するかというところというわけでもない (例えば、バルク係数の精度の向上は望めない)。もちろん、観測努力は世界中で行われているし、他の手法を使って海面フラックスを正しく評価する取り組みも行われている。今後、海洋モデルの高解像度化、新たな移流拡散スキームの開発により、モデルの精度向上が期待される。しかしながら現時点では、海面フラックスは不確かさが大きいということを認識した上で利用することが大切であろう。

Appendix A 定数の単位

記号と名称	数 値	単 位	
		モデル (CGS)	S I
ρ_o 海洋の密度	1.0	$\times \text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$	$\times 10^3 \text{Kg}\cdot\text{m}^{-3}$
C_p 海洋の比熱	3.99	$10^7 \text{erg}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	$10^3 \text{J}\cdot\text{Kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
C_{pa} 大気の比熱	1.00467	$10^7 \text{erg}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	$10^3 \text{J}\cdot\text{Kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
α_0 海面アルベド	0.1		
e_m 海水の emissivity	0.97		
σ Stefan-Boltzmann 定数	5.67	$10^{-5} \text{erg}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$	$10^{-8} \text{J}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$
R_g 乾燥大気の気体定数	2.871	$10^6 \text{erg}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	$10^2 \text{J}\cdot\text{Kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

Appendix B 変数の単位

記号と名称	単 位	
	モデル (CGS)	S I
Q_{**} 海面熱フラックス	$\times \text{g} \cdot \text{s}^{-3}$	$\times 10^{-3} \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ $10^{-3} \text{J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$
F_W 淡水フラックス	$\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$	$10^{-2} \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Δz_1 第 1 層厚	cm	10^{-2}m
T_* 温度	$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{C}$
P_s 海面気圧	hPa (not in CGS)	hPa
U_{10} スカラー風速	$\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$	$10^{-2} \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
ρ_o 密度	$\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$	$10^3 \text{Kg} \cdot \text{m}^{-3}$
q_* 比湿	$\text{g} \cdot \text{g}^{-1}$	$\text{Kg} \cdot \text{Kg}^{-1}$
e_* 水蒸気圧	hPa (not in CGS)	hPa
L 蒸発潜熱	$\text{erg} \cdot \text{g}^{-1}$	$\text{J} \cdot \text{Kg}^{-1}$

References

- Jerlov, N. G., 1976: *Marine Optics*, 231pp., Elsevier.
- Kara, A. B., P. A. Rochford, and H. E. Hurlburt, 2000: Efficient and accurate bulk parameterizations of air-sea fluxes for use in general circulation models., *J. Atmos. Ocean. Tech.*, **17**, 1421-1438.
- Kantha, L. H., and C. A. Clayson, 2000: *Small Scale Processes in Geophysical Fluid Flows.*, 888pp., Academic Press.
- Kondo, J., 1975: Air-sea bulk transfer coefficients in diabatic conditions., *Bound.-Layer Meteor.*, **9**, 91-112.
- Large, W. G., and S. Pond, 1982: Sensible and latent heat flux measurements over the ocean., *J. Phys. Oceanogr.*, **12**, 464-482.
- Paulson, C. A., and J. J. Simpson, 1977: Irradiance measurements in the upper ocean, *J. Phys. Oceanogr.*, **7**, 952-956.
- WGASF, 2000: *Intercomparison and validation of ocean-atmosphere energy flux fields.*, Final report of the Joint WCRP/SCOR Working Group on Air-Sea Fluxes (WGASF), pp.306..

第10章 海氷

本章では、海氷部分の解説を行う。MRI.COM の海氷部分は、質量は持つが熱容量をもたない海氷の生成・融解と移動を解く、簡略化されたモデルである。10.1 節では定式化を含めた概要説明を行い、10.2 節では熱力学について、10.3 節では力学について、それぞれ詳しい説明を行う。10.4 節で差分化について説明を行い、10.5 節でモデル使用時に有用となる情報や注意点を挙げる。

10.1 海氷モデルの概要

10.1.1 概要

海氷部分は、海洋モデルにとっては、海面の境界条件を与えるものである。熱フラックスや、結氷や融解に伴う淡水フラックス、海氷の運動に伴う運動量フラックス（応力）が海洋と海氷の間でやりとりされる。

海氷自体に関しては、結氷や融解、既にできている海氷の運動やそれによる移流や拡散などを解いている。

基本としたのは、Mellor and Kantha (1989) の海氷-海洋結合モデルであるが、いくつか簡単化を施している。主なものは、海氷・雪氷に熱容量がないとしたこと、昇華に伴う淡水フラックスを扱っていないこと、frazil ice（海洋内部で結氷して海面に浮いてきた海氷）を扱っていないことなどである。今後の開発が望まれる。

運動に関しては、海氷の間に生じる内部応力（レオロジー）の扱いが大きな部分をしめることになる。MRI.COM では、Hunke and Dukowicz (1997, 2002) による、EVP (Elastic-Viscous-Plastic) モデルに従って解いている。この運動を解かない場合、海洋 1 層目の速度で自由漂流させることもできる。

海氷モデル内で予報される主な変数は、氷厚、雪厚、被覆率、境界面の温度、塩分、海氷の速度などである。図 10.1 及び表 10.1 に本章で使用する変数と意味、MRI.COM での変数名等について示した。

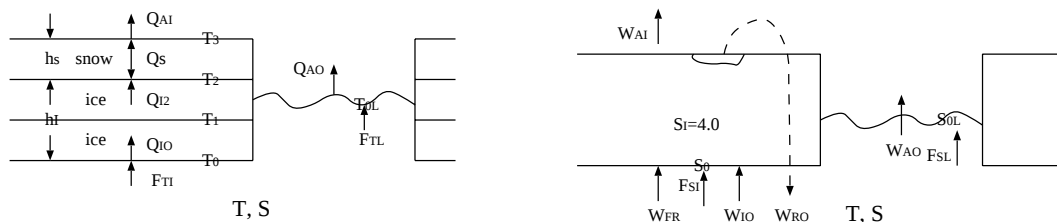


図 10.1: 変数の意味と配置。左が熱フラックスに関するもの。右は水フラックスに関するもの。海氷全体を海水が結氷した部分 (厚さ h_i 、塩分 $S_i = 4.0$ [psu]) と、雪氷 (厚さを h_s) にわけ、前者についてはさらに上半分と下半分に分けることで、海氷全体を 3 層に分ける。各層の境界の温度を海水との接触面から T_0, T_1, T_2, T_3 とする。熱フラックスは各層内で、下から順に Q_{i0}, Q_{i2}, Q_s とする。大気海氷の境界面のフラックスは Q_{Ai} 、海洋海氷境界面のフラックスは F_{Ti} とする。開氷部分 (open leads) においては、基本的に L の添え字がついている。淡水フラックスについては、表 10.1 と相互参照のこと。

第 10 章 海氷

表 10.1: 海氷部分で扱う物理量 (図 10.1 を参照) と MRI.COM での変数名

	意味	MRI.COM での変数名
h_I	海氷の厚さ	hiceo
h_s	雪氷の厚さ	hsnwo
A	被覆率 (compactness)	a0iceo
T_3	海氷上面の温度	tsfci
T_0, T_{0L}	海洋-海氷境界面の水温	t0iceo, t0icel (海氷, 開氷)
S_0, S_{0L}	海洋-海氷境界面の塩分	s0, s0l (海氷, 開氷)
Q_{IO}, Q_{AO}	海面直上の熱フラックス	fheatl, fheat (海氷, 開氷)
F_{TI}, F_{TL}	海面直下の熱フラックス	ftio, ftao (海氷, 開氷)
F_{SI}, F_{SL}	結氷・融解に伴い海洋を駆動する塩分フラックス	sfluxi = $F_{SI} + F_{SL}$
W	結氷・融解に伴い海洋を駆動する淡水フラックス	wfluxi = $W_{IO} + W_{AO} + W_{RO} + W_{FR}$
W_{AI}	海氷上面の降水・昇華 (未導入) による淡水フラックス	snowfall
W_{IO}	海氷下面の結氷・融解に伴う淡水フラックス	wio
W_{AO}	開氷部分の結氷に伴う淡水フラックス	wao
W_{RO}	海氷上面の融解に伴う淡水フラックス	wrss, wrsi (雪氷, 海氷)
W_{FR}	frazil ice の生成に伴う淡水フラックス	未導入
u_I	海氷の速度の東西成分	uice
v_I	海氷の速度の南北成分	vice

10.1.2 氷塊に対する運動方程式

氷塊 (質量 $\rho_I A h_I$) に対する運動方程式は、水平 2 次元、移流項を無視し、速度 (u_I, v_I) に対して以下のものになる。

$$\rho_I \frac{\partial}{\partial t} (A h_I u_I) - \rho_I A h_I f v_I = -\rho_I A h_I g \frac{1}{h_\mu} \frac{\partial h}{\partial \mu} + F_\mu(\sigma) + A(\tau_{AIx} + \tau_{IOx}) \quad (10.1)$$

$$\rho_I \frac{\partial}{\partial t} (A h_I v_I) + \rho_I A h_I f u_I = -\rho_I A h_I g \frac{1}{h_\psi} \frac{\partial h}{\partial \psi} + F_\psi(\sigma) + A(\tau_{AIy} + \tau_{IOy}) \quad (10.2)$$

$$(10.3)$$

h は海面高度 (粘性係数に η が出てくるため、重複を避けるために h とする)、(F_μ, F_ψ) は海氷の内部応力による力で海氷の内部応力テンソル (σ) の関数、 τ_{AI}, τ_{IO} は、それぞれ大気-海氷間、海氷-海洋間の応力 (海氷が大気・海洋から受ける応力)。これらについては 10.3 節で詳細を述べる。

10.1.3 質量保存の式

$$\frac{\partial}{\partial t} (A h_I) + \mathcal{A} (A h_I) = \mathcal{D} (A h_I) + \frac{\rho_o}{\rho_I} \left[A (W_{IO} - W_{AI}) + (1 - A) W_{AO} + W_{FR} \right] \quad (10.4)$$

$\mathcal{A}, \mathcal{D}$ は移流及び拡散演算子である。詳しくは第 1 章を参照されたい。なお、拡散は主に数値計算の安定のために加えたものである。

10.1.4 被覆率に対する式

$$h_I \left[\frac{\partial A}{\partial t} + \mathcal{A}(A) \right] = h_I \mathcal{D}(A) + \frac{\rho_o}{\rho_I} \left[\Phi(1-A)W_{AO} + \Psi AW_{IO} + (1-A)W_{FR} \right] \quad (10.5)$$

open leads におけるエネルギーの出入りも直ちに結氷 (W_{AO}) に使われる。 Φ はチューニングファクターで、必ず $\Phi > 1$ でなくてはならず、MRI.COM では 4.0 を用いている。 Ψ はエッジの部分で融解をおこす (融解により被覆率を小さくする) ためのチューニングパラメータであり、MRI.COM では以前 $\Psi = 0.05$ を用いていたことがあるが、現在の標準設定では感度実験が不十分であるため、 $\Psi = 0.0$ としている。従って必ずしも $\Psi = 0.0$ の使用を強制するものではない。

なお、質量保存に対するのと同様、拡散は主に数値計算の安定のために加えたものである。

10.2 熱力学

海洋モデルでは、海面フラックスは鉛直下向き (海洋に入ってくる向き) を正としているが、海氷モデルの熱・淡水フラックスは鉛直上向きを正としてコーディングされている。そのため、本節では、フラックスは鉛直上向きを正として解説を行う。

10.2.1 海氷の生成

海氷の生成要因は、海面が冷されて結氷点以下になることであるから、海面水温が、前の時間ステップの計算の結果、塩分の関数で決まる結氷温度以下になっていたときに、結氷点に戻し、その際生じる熱を結氷の際の潜熱の放出とみなして海氷を生成する。

生成する海氷の体積 (ΔSh_I , ΔS はモデル格子の面積) は、海洋モデル 1 層目の格子箱全体 (体積 $\Delta S \Delta z_1$, z_1 は海洋 1 層目の厚さ) が結氷点 (T_{freeze}) になるとして、以下の式で計算される。

$$h_I = (T_{freeze} - T) \Delta z_1 \rho_o C_{po} / \rho_I L_F \quad (10.6)$$

ここで、 C_{po} 海水の比熱、 ρ_I 海氷の密度、 L_F は融解時に生じる潜熱である。海氷ができると、海氷の上面・下面では接するものが違う (上面は大気・下面は海水) ので、扱いも異なってくる。また、海氷の存在する海洋モデルの水平格子箱においても、必ずしも全体が海氷に覆われるわけではなく、覆われている部分と覆われていない部分 (開氷, open leads という) とで、扱いを別にする必要がある。

10.2.2 海氷-大気境界

図 10.1 における、各層に対する熱バランスを解くことにより、熱フラックスや熱量を求めていく。

熱力学方程式 (各層の熱量を決める)

$$E(T, r) = r(L_F + C_{po}T) + (1-r)C_{pI}T \quad (10.7)$$

r は brine fraction (氷塊中の海水存在率)、 $E(T, 0) = C_{pI}T$ は純粋な氷のエンタルピー、 $E(T, 1) = L_F + C_{po}T$ は海水のエンタルピー、 C_{pI} は海氷の比熱である。

第 10 章 海氷

MRI.COM では海氷とその上に積もる雪には熱容量がない ($C_{pI} = 0$) とするので、雪氷の層 (厚さ h_s) に関しては、

$$E(T, r) = r(L_F + C_{pO}T) \quad (10.8)$$

となる。

brine fraction は、融解がおきる時に ($r = 1$)、雪氷、海氷内部では ($r = 0$) とする。

以後、海氷の上に積もる雪には熱容量がないとするが、海水が結氷してできた海氷の層 (厚さ h_I 、内部温度 T_1) に関しては将来的に熱容量を持つように改良が施される可能性を考慮し、当面熱容量を採り入れた議論を進める。

海氷上面-大気の熱フラックス (Q_{AI})

$$Q_{AI} = Q_{SI} + Q_{LI} - (1 - \alpha_I)SW - LW + \epsilon_I \sigma (T_3 + 273.16)^4 \quad (10.9)$$

SW は短波放射 (海洋モデルで読み込まれる量)、 α_I は海氷のアルベド (表面が雪の場合は雪のアルベド)、 LW は大気から入ってくる長波放射 (海洋モデルでは陽に扱っていない)、 ϵ_I は海氷の輻射率、 σ は Stefan-Boltzmann 定数である。

Q_{SI} は顕熱フラックスで、バルク式を用いて求める。

$$Q_{SI} = \rho_a C_{pa} C_{HAI} U_{10} (T_3 - T_A) \quad (10.10)$$

ここで、 ρ_a は大気の密度、 C_{pa} は大気の比熱、 C_{HAI} は大気-海氷間のバルク係数、 U_{10} は海氷上 10m の風速、 T_A は海氷上の大気の温度であり、海洋モデルのパラメータ或は input として読み込まれる量で新たに海氷モデル内で計算する必要はない。 T_3 は海氷の表面温度である。

Q_{LI} 潜熱フラックスで、こちらもバルク式を用いて求める。

$$Q_{LI} = \rho_a L_s C_{HAI} U_{10} (q_i - q_a) \quad (10.11)$$

ここで、 L_s は昇華時の潜熱、 q_i 海氷表面温度 (T_3) における飽和比湿、 q_a 海氷上の大気の比湿である。

海洋上面-大気 (開氷部分) における熱フラックス (Q_{AO})

$$Q_{AO} = Q_{SO} + Q_{LO} - (1 - \alpha_o)SW - LW + \epsilon_o \sigma (T_0 + 273.16)^4 \quad (10.12)$$

この部分の解説は、第 9 章に譲る。

長波放射に関する注意点

海洋モデルで外力データとして読み込んでいる長波放射は、

$$-LW_O = -LW + \epsilon_o \sigma (T_0 + 273.16)^4 \quad (10.13)$$

である (LW は陽に扱っていない)。この場合、海氷に対する長波放射を求めるには、

$$-LW_I = -LW_O - \epsilon_o \sigma (T_0 + 273.16)^4 + \epsilon_I \sigma (T_3 + 273.16)^4 \quad (10.14)$$

が考えられる。しかし、データとして与えられる長波放射が海氷存在域も考慮したものであれば、

$$-LW_I = -LW + \varepsilon_I \sigma (T_3 + 273.16)^4 \quad (10.15)$$

であるはず。データソースの海氷存在域とモデルのそれが必ずしも一致しないので、十分注意しなければならない。この解説では、(10.15) が成立すると仮定する。上述のデータとモデルにおける海氷存在域の不一致はとりあえず無視する。

雪中の熱フラックス (Q_S)

雪に熱容量がないとすれば、熱フラックスは一定で、

$$Q_S = \frac{k_s}{h_s} (T_2 - T_3) \quad (10.16)$$

となる。但し、 h_s は雪の層厚、 k_s は雪の熱伝導率。

海氷の内部での熱フラックス (Q_{I2}, Q_{IO})

海氷の上半分では、

$$Q_{I2} = \frac{k_I}{h_I/2} (T_1 - T_2) \quad (10.17)$$

である、ここに k_I は海氷の熱伝導率である。雪および海氷に熱容量がないとすると $Q_S = Q_{I2}$ となる。

海氷の下半分では、

$$Q_{IO} = \frac{k_I}{h_I/2} (T_0 - T_1) \quad (10.18)$$

である。

海氷または雪氷上面での融解 (W_{RO})

T_3 が結氷温度より低ければ、 $Q_{AI} = Q_S$ として T_3 を求めることができる。

T_3 が結氷温度と等しければ、 Q_{AI} と Q_S の間の不釣合が雪または氷 ($h_s = 0$ のとき) を融かすことになる。このときの融解率は

$$W_{RO} = (Q_{AI} - Q_S) / (\rho_o L_3) \quad (10.19)$$

$$L_3 \equiv [E(T_3, 1) - E(T_1, r_1)] \quad (10.20)$$

となる。海氷および融解した海水に熱容量がない ($C_{po} = C_{pI} = 0$) とすると、 $r_1 = 0$ (海氷一層目は全て氷であるとする) として、 $L_3 = L_F$ となる。融解した海水は海洋へ入れられるが、この時点で熱容量は復活し、海氷が融けたものであれば -0.1°C 、雪氷が融けたものであれば 0°C の水温をもつものとする。

海氷内部の熱バランス

海氷内部の熱バランスは、上下方向には熱フラックス、水平方向には移流による熱流入・流出により、エントルピーに対する以下の式になる。

$$\rho_I h_I \left[\frac{\partial}{\partial t} E(T_1, r_1) + u_I \frac{\partial}{\partial x_i} E(T_1, r_1) \right] = Q_{IO} - Q_{I2} \quad (10.21)$$

第 10 章 海氷

海氷の熱容量を考慮せず ($C_{pI} = 0$)、一層目の海氷に海水が含まれない ($r = 0$) とすると、上式の左辺は 0 になる。このとき、

$$Q_{IO} = Q_{I2} = \frac{k_I}{h_I}(T_0 - T_2) \quad (10.22)$$

とすることができる。

その他の注意点

- 氷の上の降水は全て雪であるとする（海氷の上に雨は降らない）。
- W_{RO} は全て海洋に入っていくことにする。
- 全部融けてしまった場合、余った Q_{AI} は Q_{IO} に加える。
- 昇華時の淡水フラックスを扱っていない。

解く手続き

MRI.COM では、海氷にも熱容量はないとするので、 $Q_{IO} = Q_{I2} = Q_S$ となる。

実際に解く手続きは、雪氷も、海氷も同じである。

雪が積もっていない、海氷だけの場合 ($h_s = 0, T_3 = T_2$) を例にとって説明する。まず、上面の温度 (T_3) が結氷温度より低いものとして、 T_3 を求める。つまり、(10.9)、(10.18) より $Q_{AI} = Q_{IO}$ として ($T_3 \rightarrow T_3 + \delta T_3$)

$$Q_{SI} + Q_{LI} - (1 - \alpha_I)SW - LW + \epsilon_I \sigma((T_3 + \delta T_3) + 273.16)^4 = \frac{k_I}{h_I}(T_0 - (T_3 + \delta T_3)) \quad (10.23)$$

黒体輻射の部分テイラー展開した式

$$Q_{SI} + Q_{LI} - (1 - \alpha_I)SW - LW_I + 4\epsilon_I \sigma(T_3 + 273.16)^3 \delta T_3 = \frac{k_I}{h_I}(T_0 - (T_3 + \delta T_3)) \quad (10.24)$$

から δT_3 を求め、 T_3 に足し込む。

$$\delta T_3 = \frac{-Q_{SI} - Q_{LI} + (1 - \alpha_I)SW + LW_I + \frac{k_I}{h_I}(T_0 - T_3)}{4\epsilon_I \sigma(T_3 + 273.16)^3 + \frac{k_I}{h_I}} \quad (10.25)$$

$$T_{3new} = T_{3old} + \delta T_3 \quad (10.26)$$

T_{3new} が結氷温度より低ければ、そのまま。高ければ、 T_{3new} を結氷温度にした上で、余った熱で融解量 (W_{RO}) を求める。

雪氷がある場合は、まず雪氷に対して、上記の処理を行ない、雪氷が全て融けてしまった場合には、余った熱で海氷を融かす。

10.2.3 海氷-海洋境界面

前節同様、図 10.1 の海氷-海洋境界面における各フラックスを求めていく。

熱フラックス、淡水（塩分）フラックス（ F_T, F_S, W_{IO}, W_{AO} ）

海氷に覆われているところと、大気に接している部分 (open leads) では別に扱う。(Mellor and Kantha (1989) では一緒にして扱っている。)

エネルギーバランス

$$F_{T_I} = Q_{IO} - W_{IO}\rho_o L_o \quad (10.27)$$

$$F_{T_L} = Q_{AO} - W_{AO}\rho_o L_o \quad (10.28)$$

$$L_o \equiv [E(T_0, 1) - E(T_1, r_1)] (= L_F) \quad (10.29)$$

海洋を駆動する熱フラックス

$$F_T = (AQ_{IO} + (1-A)Q_{AO}) - W_O\rho_o L_o \quad (10.30)$$

$$W_O \equiv AW_{IO} + (1-A)W_{AO} \quad (10.31)$$

塩分バランス

$$F_{S_I} = W_{IO}(S_I - S) \quad (10.32)$$

$$F_{S_L} = W_{AO}(S_I - S) \quad (10.33)$$

Mellor and Kantha (1989) と違い、右辺第 1 項を S_0 ではなく S (海洋モデル 1 層目の塩分) とするのは、 S_0 を求める式を 1 次方程式にするためである。また、海氷下における結氷・融解以外のもの（塩分の気候値等へのリストア項、海氷上面における融解による流出など）は除いている。

海洋を駆動する塩分フラックス

$$F_S = (AW_{IO} + (1-A)W_{AO})(S_I - S) \quad (10.34)$$

海洋を駆動する塩分フラックスには、これとは別に海氷上面における融解

$$F'_S = -A\{W_{ROice}(S_I - S) - W_{ROsnow}S\} \quad (10.35)$$

が加わることに注意。

$z \rightarrow 0$ のときの境界条件

$$F_{T_I}/(\rho_o C_{po}) = -C_{T_z}(T_{0I} - T) \quad (10.36)$$

$$F_{T_L}/(\rho_o C_{po}) = -C_{T_z}(T_{0L} - T) \quad (10.37)$$

$$F_{S_I} = -C_{S_z}(S_{0I} - S) \quad (10.38)$$

$$F_{S_L} = -C_{S_z}(S_{0L} - S) \quad (10.39)$$

ここで

$$C_{T_z} = \frac{u_\tau}{(P_{\tau} k^{-1} \ln(-z/z_0) + B_T)} \quad (10.40)$$

第 10 章 海氷

であり、 u_τ は friction velocity で $u_\tau \equiv (\tau_{IOx}^2 + \tau_{IOy}^2)^{1/4} \rho_o^{-1/2}$ 。 k は von Karman's constant で 0.4、 z_0 は roughness parameter、また、 (τ_{IOx}, τ_{IOy}) は海洋-海氷間にはたらく応力、また、

$$B_T = b \left(\frac{z_0 u_\tau}{\nu} \right)^{1/2} Pr^{2/3} \quad (10.41)$$

である。ここに、 $Pr \equiv \nu / \alpha_t = 12.9$ である。その他の定数については、本章の付録 Appendix B.1 を参照のこと。

塩分関連のパラメータは、

$$C_{S_z} = \frac{u_\tau}{(P_r k^{-1} \ln(-z/z_0) + B_S)} \quad (10.42)$$

$$B_S = b \left(\frac{z_0 u_\tau}{\nu} \right)^{1/2} Sc^{2/3} \quad (10.43)$$

で、 $Sc \equiv \nu / \alpha_s = 2432$ である。

roughness parameter z_0 は次のようにして求める。

$$\ln z_0 = A \ln z_{0I} + (1 - A) \ln z_{0L} \quad (10.44)$$

$$\begin{aligned} z_{0I} &= 0.05 \frac{h_I}{h_{lim}} \\ h_{lim} &= 3.0 [\text{m}] \end{aligned} \quad (10.45)$$

$$z_{0L} = 0.016 \frac{\rho_o}{\rho_a} \frac{u_\tau^2}{g} \quad (10.46)$$

MRI.COM では、どちらの場合にも (10.45) を用いる。

束縛条件

$$\begin{aligned} W_O &= 0 & A &= 0 \\ T_0 &= m S_0 & A &> 0 \end{aligned} \quad (10.47)$$

m は、塩分の関数として結氷温度を決める係数である。

解く手続き

(10.27)、(10.32)、(10.36)、(10.38)、および (10.28)、(10.33)、(10.37)、(10.39) を用いて、まず S_{0I} 、 S_{0L} を求める。

$$S_{0I} = \frac{C_{S_z} S + (\rho_o C_{po} C_{T_z} T - Q_{IO})(S_I - S) / \rho_o L_o}{C_{S_z} + \rho_o C_{po} C_{T_z} m (S_I - S) / \rho_o L_o} \quad (10.48)$$

$$S_{0L} = \frac{C_{S_z} S + (\rho_o C_{po} C_{T_z} T - Q_{AO})(S_I - S) / \rho_o L_o}{C_{S_z} + \rho_o C_{po} C_{T_z} m (S_I - S) / \rho_o L_o} \quad (10.49)$$

(10.47) から T_{0I} 、 T_{0L} 、(10.36)、(10.37) から F_{TI} 、 F_{TL} 、(10.38)、(10.39) から F_{SI} 、 F_{SL} 、最後に、(10.27)、(10.28) より W_{IO} 、 W_{AO} を求める。 W_{AO} は正（海氷の生成）しかあり得ないので、 $W_{AO} < 0$ のときは、 $W_{AO} = 0$ で置き換える。そうすると、(10.33)、(10.39) から $S_{0L} = S$ 、さらに (10.28) で $F_{TL} = Q_{AO}$ とした上で、結氷がない場合には、open leads では海氷の影響がないと想定して、 $T_{0L} = T$ とする。最後に (10.30)、(10.34) から熱フラックス、塩分フラックスを求め以下の海洋モデルに対する境界条件とする。

$z \rightarrow 0$:

$$-\kappa_V \frac{\partial T}{\partial z} = F_T \quad (10.50)$$

$$-\kappa_V \frac{\partial S}{\partial z} = F_S \quad (10.51)$$

ここで、 κ_V は海洋の鉛直拡散係数である。

$W_{IO}\Delta t > Ah_I$ のときは、海氷が全て融けてしまうので、融かすのに必要な熱量を求め、余った分は海洋に戻す。つまり、海氷を融かすのに必要な熱量だけを海洋表層の熱フラックスとする。具体的には W_{IO} を

$$h_I = \frac{\rho_o}{\rho_I} W_{IO} \Delta t \quad (10.52)$$

から求め、

$$F_{T_I} = -W_{IO} \rho_o L_o \quad (10.53)$$

とする。

10.2.4 frazil ice の取り扱い

frazil ice は MRI.COM には導入されていないが、将来の導入も考慮して解説を記す。

今までの結果を使って新しく予報された T 、 S が必ずしも温度、塩分、圧力の関数で決まる海水と海氷の共存線 (freezing line) に載っているとは限らない。過冷却 (supercooling) が起きたらその分は氷にならないといけない。

δt の間に T 、 S が δT 、 δS だけ変化した場合、移流の影響がないとしたら、

$$\frac{\delta T}{\delta S} = \frac{F_T}{F_S} \quad (10.54)$$

となる。

前節のフラックスに対する境界条件を用いると、

$$\frac{\delta T}{\delta S} = \frac{C_{T_z}(T_0 - T)}{C_{S_z}(S_0 - S)} \quad (10.55)$$

となるが、海氷があるところでは、 $T_0 = mS_0$ かつ、 $T = mS$ なので、

$$\frac{\delta T}{\delta S} = m \frac{C_{T_z}}{C_{S_z}} \quad (10.56)$$

となる。

一般に、 $C_{T_z} > C_{S_z}$ なので、 $m < 0$ も考慮すると $\delta T < m\delta S$ 、つまり過冷却になる。実際には、freezing line の式が圧力 (深さ) にも依存する ($T_f = mS + nz$) ためこれも考慮した議論を進めていく。

frazil ice の生成量 W_{FR} を求めるにあたり、

$$\gamma = \frac{\text{incremental mass of frazil ice}}{\text{total mass}} \quad (10.57)$$

とし、supercooled 状態を 1、frazil ice が作られて、正常な fusion 状態になった状態を 2 とすると、熱と塩分バランスの式は

$$C_{po}T_1 + L_o = (1 - \gamma)(C_{po}T_2 + L_o) + \gamma C_{pI}T_2 \quad (10.58)$$

$$S_1 = (1 - \gamma)S_2 + \gamma S_I \quad (10.59)$$

第 10 章 海氷

となるが、 γ が小さい場合、

$$T_2 = T_1 + \gamma L / C_{po} \quad (10.60)$$

$$S_2 = S_1 + \gamma(S_1 - S_I) \quad (10.61)$$

を得る。ここに $L = L_F + (C_{po} - C_{pl})T_1$ である。

$T_2 = mS_2 + nz$ であることを考慮すると、

$$\gamma = \begin{cases} \frac{C_{po}(mS_1 + nz - T_1)}{L - C_{po}m(S_1 - S_I)} & mS_1 + nz - T_1 > 0 \\ 0 & S_1 + nz - T_1 < 0 \end{cases} \quad (10.62)$$

が得られるので、これを鉛直積分して frazil ice 生成量 W_{FR} を得る。

$$W_{FR} = \delta t^{-1} \int_H^0 \gamma dz. \quad (10.63)$$

10.3 力学

10.3.1 氷塊に対する運動方程式再掲

$$\rho_I \frac{\partial}{\partial t} (Ah_I u_I) - \rho_I Ah_I f v_I = -\rho_I Ah_I g \frac{1}{h_\mu} \frac{\partial h}{\partial \mu} + F_\mu(\sigma) + A(\tau_{AIx} + \tau_{IOx}) \quad (10.64)$$

$$\rho_I \frac{\partial}{\partial t} (Ah_I v_I) + \rho_I Ah_I f u_I = -\rho_I Ah_I g \frac{1}{h_\psi} \frac{\partial h}{\partial \psi} + F_\psi(\sigma) + A(\tau_{AIy} + \tau_{IOy}) \quad (10.65)$$

10.3.2 上下の境界における応力

大気-海氷間（海氷が大気から受ける応力）：

$$\tau_{AI} = c_a \rho_a |\mathbf{U}_a| (\mathbf{U}_a \cos \theta_a + \mathbf{k} \times \mathbf{U}_a \sin \theta_a) \quad (10.66)$$

海氷-海洋間（海氷が海洋から受ける応力）：

$$\tau_{IO} = c_w \rho_o |\mathbf{U}_w - \mathbf{u}_I| [(\mathbf{U}_w - \mathbf{u}_I) \cos \theta_o + \mathbf{k} \times (\mathbf{U}_w - \mathbf{u}_I) \sin \theta_o] \quad (10.67)$$

$\mathbf{U}_a$ は大気の風速、 $\mathbf{U}_w$ は海洋の流速、 c_a 、 c_w は大気-海氷間、海洋-海氷間のバルク係数、 ρ_a 、 ρ_o は、大気の密度、海洋の密度、 θ_a 、 θ_o は大気回転角、海洋の回転角である。

10.3.3 海氷の内部応力

密度度が高い海氷の運動には、連続体としての海氷の間に働く力（内部応力）がコリオリ力や、大気や海面からの応力と同等の大きさで効いてくる。この内部応力は、条件によって非常に大きな値をとることがあるため、時間発展問題を explicit に解く際には、積分時間間隔を短くとらなくてはならない。従って、陰解法をとらざるを得ず、その場合は粘性項を implicit に扱うため、係数行列はとてつもなく大きな物となってしまう、いずれにしても、海氷の運動を解くのに必要な計算機資源のコストは多大になる。

Hunke and Ducowicz (1997) は、この問題を解決するため、物理的にはあまり正しいとはいえないが、それまで用いられていた定式化の方法 (viscous-plastic) を基本としながら海水を弾性体としても扱うことにより局所的にかかる大きな内部応力を開放する機構を導入した。これを EVP (elastic-viscous-plastic) モデルという。

EVP モデルでは、応力テンソルの従う方程式 (constitutive law と呼ぶ) を

$$\frac{1}{E} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} + \frac{1}{2\eta} \sigma_{ij} + \frac{\eta - \zeta}{4\eta\zeta} \sigma_{kk} \delta_{ij} + \frac{P}{4\zeta} \delta_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij} \quad (10.68)$$

とする ($i, j = 1, 2$)。ここで、 ζ 、 η は粘性パラメータ、 P は海水にかかる圧力を表すパラメータ、 E は弾性パラメータ (ヤング率のようなもの) である。viscous-plastic モデルでは、上式で時間変化項がないものを constitutive law としていた。

$\dot{\epsilon}_{ij}$ は歪み速度テンソルで、デカルト座標で書くと、

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{Ii}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{Ij}}{\partial x_i} \right) \quad (10.69)$$

である。次のように歪み速度の divergence, tension, shear を定義すると、

$$D_D = \dot{\epsilon}_{11} + \dot{\epsilon}_{22}, D_T = \dot{\epsilon}_{11} - \dot{\epsilon}_{22}, D_S = 2\dot{\epsilon}_{12} \quad (10.70)$$

応力テンソルに対する方程式は $\sigma_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22}$ 、 $\sigma_2 = \sigma_{11} - \sigma_{22}$ に対して

$$\frac{1}{E} \frac{\partial \sigma_1}{\partial t} + \frac{\sigma_1}{2\zeta} + \frac{P}{2\zeta} = D_D \quad (10.71)$$

$$\frac{1}{E} \frac{\partial \sigma_2}{\partial t} + \frac{\sigma_2}{2\eta} = D_T \quad (10.72)$$

$$\frac{1}{E} \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial t} + \frac{\sigma_{12}}{2\eta} = \frac{1}{2} D_S \quad (10.73)$$

となる。

一般直交曲線座標系で divergence, tension, shear を表現すると、

$$D_D = \frac{1}{h_\mu h_\psi} \left[\frac{\partial(h_\psi u)}{\partial \mu} + \frac{\partial(h_\mu v)}{\partial \psi} \right] \quad (10.74)$$

$$D_T = \frac{h_\psi}{h_\mu} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{u}{h_\psi} \right) - \frac{h_\mu}{h_\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{v}{h_\mu} \right) \quad (10.75)$$

$$D_S = \frac{h_\mu}{h_\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{u}{h_\mu} \right) + \frac{h_\psi}{h_\mu} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{v}{h_\psi} \right) \quad (10.76)$$

となり、内部応力テンソルの発散をとって内部応力を求めるがその表現は

$$F_\mu = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{h_\mu} \frac{\partial \sigma_1}{\partial \mu} + \frac{1}{h_\mu h_\psi^2} \frac{\partial(h_\psi^2 \sigma_2)}{\partial \mu} + \frac{2}{h_\mu^2 h_\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} (h_\mu^2 \sigma_{12}) \right] \quad (10.77)$$

$$F_\psi = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{h_\psi} \frac{\partial \sigma_1}{\partial \psi} - \frac{1}{h_\mu^2 h_\psi} \frac{\partial(h_\mu^2 \sigma_2)}{\partial \psi} + \frac{2}{h_\mu h_\psi^2} \frac{\partial}{\partial \mu} (h_\psi^2 \sigma_{12}) \right] \quad (10.78)$$

$$(10.79)$$

である。

第 10 章 海氷

粘性パラメータは海氷の密接度や速度から

$$\zeta = \frac{P}{2\Delta} \quad (10.80)$$

$$\eta = \frac{P}{2e^2\Delta} \quad (10.81)$$

$$\Delta = \left[D_D^2 + \frac{1}{e^2} (D_I^2 + D_S^2) \right]^{1/2} \quad (10.82)$$

として求める。海氷にかかる圧力は

$$P = P^* Ah_I e \exp[-c^*(1-A)] \quad (10.83)$$

で、密接度、氷厚の関数とする。 P^* 、 c^* は、それぞれ圧力のスケーリングファクター、密接度による圧力の増減を定めるパラメータである。 e は内部応力テンソルが従う降伏曲線（楕円）の長軸と短軸の比（ $e = 2$ ）である。

弾性体のヤング率にあたる E は

$$E = \frac{2E_o\rho_I Ah_I}{\Delta t_e^2} \min(\Delta x^2, \Delta y^2) \quad (10.84)$$

として求める。 E_o は $0 < E_o < 1$ のチューニングファクター、 Δt_e は海氷の運動方程式の積分時間間隔、 $\Delta x^2, \Delta y^2$ は東西・南北の格子間隔である。

10.3.4 境界条件

海氷にかかる外部応力は、当然、海氷の存在する範囲、つまり、被覆率の分だけかかる。

海洋上面の応力については、海氷で覆われているところでは海氷-海洋間の、海氷で覆われていないところでは大気-海洋間の応力を用いる。

$$v_W \left(\frac{\partial U}{\partial z}, \frac{\partial V}{\partial z} \right) = -\frac{A}{\rho_o} (\tau_{IOx}, \tau_{IOy}) + \frac{(1-A)}{\rho_o} (\tau_{AOx}, \tau_{AOy}) \quad (10.85)$$

(τ_{IOx}, τ_{IOy}) は、海氷が海洋から受ける応力として式 (10.67) で定義しているので、海洋が受ける応力としては、負の符号がつくことに注意。

10.3.5 解く手続き

外力としての大気-海氷間応力、海洋-海氷間応力（を求めるための海洋表層の流速）等が与えられた状況で、弾性体的な性質を海氷が持つとして、運動方程式 (10.64)、(10.65) と、応力テンソルの時間発展式 (10.71) \ (10.72) \ (10.73) を解く。

まず応力テンソルの時間発展式を解いて、その結果を用いて運動方程式を解く。基本的にそれぞれの方程式において、予報変数について陰解法を用いる。応力テンソルについては、 σ_1 を例にとると、

$$\frac{1}{E} \frac{\sigma_1^{m+1} - \sigma_1^m}{\Delta t} + \frac{\sigma_1^{m+1}}{2\zeta^m} + \frac{P}{2\zeta^m} = D_D^m \quad (10.86)$$

として、 σ_1^{m+1} に関して解く。なお、歪み速度テンソル、粘性パラメータも海氷の速度変化に応じて毎回計算しなおす。

運動方程式はここで得られた σ^{m+1} を用いて解く。

$$\rho_I A h_I \frac{u_I^{m+1} - u_I^m}{\Delta t} = \rho_I A h_I f v_I^{m+1} - \rho_I A h_I g \frac{1}{h_\mu} \frac{\partial h}{\partial \mu} + F_\mu(\sigma^{m+1}) + A \tau_{AIx} \quad (10.87)$$

$$+ A c_w \rho_o |\mathbf{U}_w - \mathbf{u}_I^m| [(U_w - u_I^{m+1}) \cos \theta_o + (V_w - v_I^{m+1}) \sin \theta_o] \quad (10.88)$$

$$\rho_I A h_I \frac{v_I^{m+1} - v_I^m}{\Delta t} = -\rho_I A h_I f u_I^{m+1} - \rho_I A h_I g \frac{1}{h_\psi} \frac{\partial h}{\partial \psi} + F_\psi(\sigma^{m+1}) + A \tau_{AIy} \quad (10.89)$$

$$+ A c_w \rho_o |\mathbf{U}_w - \mathbf{u}_I^m| [(V_w - v_I^{m+1}) \cos \theta_o - (U_w - u_I^{m+1}) \sin \theta_o] \quad (10.90)$$

τ_{AI} はモデルの外力として読み込まれるものに被覆率をかけて求め、 τ_{IO} については、海洋側の積分回数を $n \rightarrow n+1$ の中で、海氷のサブサイクル $m \rightarrow m+1$ 積分をする際、 $m+1$ における海氷の速度 (u_I) と、の $n-1$ (leap frog 使用時) における海洋の速度 (U_w) を用いる。

$$\tau_{IO} = c_w \rho_o |\mathbf{U}_w^{n-1} - \mathbf{u}_I^{m+1}| [(\mathbf{U}_w^{n-1} - \mathbf{u}_I^{m+1}) \cos \theta_o + \mathbf{k} \times (\mathbf{U}_w^{n-1} - \mathbf{u}_I^{m+1}) \sin \theta_o] \quad (10.91)$$

海氷側の積分時間間隔は弾性波の伝播速度に制限されるが、弾性パラメータ E は可変として、海洋モデル側 (海氷にとっての外力) の積分時間間隔に対して 30 回程度解くようにしている。

10.4 差分化

10.4.1 質量保存式、被覆率に対する式

質量保存式、被覆率に対する式は、基本的には移流拡散方程式であり、温度・塩分方程式と同様にフラックス形式を用いて差分化を行っている。

移流項には中央差分を用いているため、格子境界における予報変数の値には、隣り合う格子点の値の単純平均を用いる。拡散については、調和型 (中央差分) である。以下には、被覆率の東西方向 (FA_X ; 図 10.2 の ● で計算される)、南北方向 (FA_Y ; 図 10.2 の ■ で計算される) の移流・拡散フラックスの差分式を記す。海氷の厚さなど (h_I や h_s) も全く同様に計算される。

$$(FA_X)_{i+\frac{1}{2},j} = \left\{ \frac{1}{2} (U_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + U_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}) \times \frac{1}{2} (A_{i,j} + A_{i+1,j}) - \kappa_H (A_{i+1,j} - A_{i,j}) / \Delta x_{i+\frac{1}{2}} \right\} \Delta y_j \quad (10.92)$$

$$(FA_Y)_{i,j+\frac{1}{2}} = \left\{ \frac{1}{2} (V_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + V_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}) \times \frac{1}{2} (A_{i,j} + A_{i,j+1}) - \kappa_H (A_{i,j+1} - A_{i,j}) / \Delta y_{j+\frac{1}{2}} \right\} \Delta x_i \quad (10.93)$$

なお、ここに κ_H は拡散係数 (単位 $[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$) で、海氷の厚さ被覆率ともに同じ値を用いる。

手続きに関しては、単位格子を囲む四辺におけるフラックスを計算する毎に予報する変数 (A, Ah_I 等) に足し込んでいっており、温度・塩分方程式とは多少異なる。

例えば、 $(FA_X)_{i+\frac{1}{2},j}$ が計算された時点で、

$$\begin{aligned} A_{i+1,j}^{n+1} &= A_{i+1,j}^n + \Delta t \times (FA_X)_{i+\frac{1}{2},j} / \Delta S_{i+1,j} \\ A_{i,j}^{n+1} &= A_{i,j}^n - \Delta t \times (FA_X)_{i+\frac{1}{2},j} / \Delta S_{i,j} \end{aligned} \quad (10.94)$$

の計算を行う。格子単位を構成する四辺を通るフラックスは順次加減されることになる。なお、 $\Delta S_{i,j}$ は $A_{i,j}$ を中心とする格子面積である (図 10.2 で点線で囲まれた格子単位)。

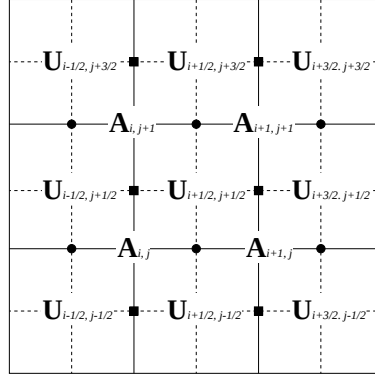


図 10.2: 被覆率 (A) および速度 (U) 変数の配置。海氷の厚さなど (h_I や h_S) も被覆率と同じ点で定義される。
●では、東西方向のフラックスが、■では南北方向のフラックスが計算され、 A の収支が求められる。

10.4.2 運動方程式

圧力項の空間差分は容易であるので、ここには記さない。海氷の運動方程式では移流項を無視している。ここでは内部応力の差分化に関して記す。

歪み速度テンソル ($\dot{\epsilon}$)、応力テンソル (σ) は T-点 上で定義する (図 10.3)。

歪み速度テンソル (divergence, tension, shear) の差分式は以下のように、定義に基づいて T-点で計算される。

$$\begin{aligned}
 (D_D)_{i,j} &= \frac{1}{\Delta x_{i,j} \Delta y_{i,j}} \left(\frac{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j}}{2} (u_{I_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} + u_{I_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}) - \frac{\Delta y_{i-\frac{1}{2},j}}{2} (u_{I_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} + u_{I_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\Delta x_{i,j+\frac{1}{2}}}{2} (v_{I_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} + v_{I_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}) - \frac{\Delta x_{i,j-\frac{1}{2}}}{2} (v_{I_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} + v_{I_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}) \right) \\
 (D_T)_{i,j} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\Delta y_{i,j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i,j+\frac{1}{2}}} \left(\frac{u_{I_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} - \frac{u_{I_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}}{\Delta y_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \right) + \frac{\Delta y_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i,j-\frac{1}{2}}} \left(\frac{u_{I_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} - \frac{u_{I_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}}{\Delta y_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} \right) \right] \\
 &\quad - \frac{1}{2} \left[\frac{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j}} \left(\frac{v_{I_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} - \frac{v_{I_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} \right) + \frac{\Delta x_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y_{i,j-\frac{1}{2}}} \left(\frac{v_{I_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} - \frac{v_{I_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} \right) \right] \\
 (D_S)_{i,j} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\Delta y_{i,j+\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i,j+\frac{1}{2}}} \left(\frac{v_{I_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} - \frac{v_{I_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}}{\Delta y_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \right) + \frac{\Delta y_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i,j-\frac{1}{2}}} \left(\frac{v_{I_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} - \frac{v_{I_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}}{\Delta y_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} \right) \right] \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left[\frac{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j}} \left(\frac{u_{I_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} - \frac{u_{I_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} \right) + \frac{\Delta x_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y_{i,j-\frac{1}{2}}} \left(\frac{u_{I_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} - \frac{u_{I_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}} \right) \right]
 \end{aligned}$$

応力テンソルから内部応力を求める差分式は以下になる。定義は U-点である。

$$\begin{aligned}
 (F_\mu)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{(\sigma_1)_{i+1,j+1} + (\sigma_1)_{i+1,j} - (\sigma_1)_{i,j+1} - (\sigma_1)_{i,j}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \right) \right. \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta y_{i+1,j+\frac{1}{2}}^2 [(\sigma_2)_{i+1,j+1} + (\sigma_2)_{i+1,j}] - \Delta y_{i,j+\frac{1}{2}}^2 [(\sigma_2)_{i,j+1} + (\sigma_2)_{i,j}]}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^2 \Delta x_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \right) \\
 &\quad \left. + \left(\frac{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j+1}^2 [(\sigma_{12})_{i+1,j+1} + (\sigma_{12})_{i,j+1}] - \Delta x_{i+\frac{1}{2},j}^2 [(\sigma_{12})_{i+1,j} + (\sigma_{12})_{i,j}]}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^2 \Delta y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \right) \right] \quad (10.95)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(F_\psi)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} = & \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{(\sigma_1)_{i+1,j+1} + (\sigma_1)_{i,j+1} - (\sigma_1)_{i+1,j} - (\sigma_1)_{i,j}}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \right) \right. \\
& - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j+1}^2 [(\sigma_2)_{i+1,j+1} + (\sigma_2)_{i,j+1}] - \Delta x_{i+\frac{1}{2},j}^2 [(\sigma_2)_{i+1,j} + (\sigma_2)_{i,j}]}{\Delta x_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^2 \Delta y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \right) \\
& \left. + \left(\frac{\Delta y_{i+1,j+\frac{1}{2}}^2 [(\sigma_{12})_{i+1,j+1} + (\sigma_{12})_{i+1,j}] - \Delta y_{i,j+\frac{1}{2}}^2 [(\sigma_{12})_{i,j+1} + (\sigma_{12})_{i,j}]}{\Delta y_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^2 \Delta x_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}} \right) \right]
\end{aligned} \tag{10.96}$$

$\mathbf{U}_{i-1/2,j+3/2}$	$\mathbf{U}_{i+1/2,j+3/2}$	$\mathbf{U}_{i+3/2,j+3/2}$
$\sigma_{i,j+1}, \varepsilon_{i,j+1} \quad \sigma_{i+1,j+1}, \varepsilon_{i+1,j+1}$		
$\mathbf{U}_{i-1/2,j+1/2}$	$\mathbf{U}_{i+1/2,j+1/2}$	$\mathbf{U}_{i+3/2,j+1/2}$
$\sigma_{i,j}, \varepsilon_{i,j} \quad \sigma_{i+1,j}, \varepsilon_{i+1,j}$		
$\mathbf{U}_{i-1/2,j-1/2}$	$\mathbf{U}_{i+1/2,j-1/2}$	$\mathbf{U}_{i+3/2,j-1/2}$

図 10.3: 力学モデルで使用する変数の配置

10.5 海氷モデル使用時のための情報や注意点

10.5.1 技術的なこと

- 海氷モデルは前方差分を用いているため、海洋モデルで松野スキーム（Euler backward scheme）を用いているときには、その前半部分でのみ一度呼ぶだけとした。
- 海氷モデルは、各タイムステップの最初に海洋上面の各物理量フラックスを求めるプログラム（mkflux）の中で呼び出し、海氷の生成・融解によって生じる熱・塩分フラックスと海氷の運動により変化した応力を求めて他のプログラムに渡している。海氷が関係しない、大気-海洋熱フラックス、塩分の緩和境界条件は、海氷の被覆率を考慮する以外は、海氷がない時と同様に扱う。
- 結果の出力は、海洋モデルと同じ制御パラメータを用い、同じタイミングで行なっている。ファイルは別にしている。

10.5.2 海氷部分を解くプログラム

siinit.F90: 時間積分の前にパラメータ等をセットし、瞬間値をファイルから読み込むなどして、初期状態を設定する。

paramice.F90: 海氷モデルで使用する物理定数パラメータをセット。

第 10 章 海氷

simain.F90: 海氷部分を解く基幹プログラム（熱力学と移流拡散方程式が中心）

iaflux.F90: 大気と海氷の間の熱力学過程を解くプログラム。

sidynevp.F90: 運動方程式を解く基幹プログラム。

mkstress.F90: 内部応力を求める。

stmrgni.F90: 並列計算時、海氷部分に関わる変数を他のプロセッサに送る

mkhisti.F90: ヒストリーを出力するため、平均を計算

writdt.F90: history, restart の出力（海洋本体と一緒に）

コンパイル時に OGCM_ICE を指定した時は、熱力学と free drift（海面の流速の 1/3 で海氷が動く）で海氷部分を解く。さらに OGCM_SIDYN を指定すると、海氷の運動方程式も解くようになっている。

References

Gill, A. E., 1982: *Atmosphere-Ocean Dynamics*, Academic Press, 662pp.

Hunke, E. C, and J. K. Dukowicz, 1997: An Elastic-Viscous-Plastic Model for Sea Ice Dynamics, *J. Phys. Oceanogr.*, **94**, 1849–1867.

Hunke, E. C, and J. K. Dukowicz, 2002: The Elastic-Viscous-Plastic Sea Ice Dynamics Model in General Orthogonal Curvilinear Coordinates on a Sphere – Incorporation of Metric Terms, *Mon. Wea. Rev.*, **130**, 1848–1865.

Mellor, G. L., and L. Kantha, 1989: An Ice-Ocean Coupled Model, *J. Geophys. Res.*, **94**, 10,937–10,954.

Appendix A 飽和蒸気圧と潜熱

昇華時の潜熱、飽和比湿は、Gill(1982) の教科書の Appendix 4 を参考にして以下のように求める。
水上における純粋な水蒸気の飽和蒸気圧 e_w (単位 [hPa]) は以下の式で与えられる。

$$\log_{10} e_w(t) = (0.7859 + 0.03477t) / (1 + 0.00412t) \quad (10.97)$$

大気においては、飽和水蒸気分圧は上の値とは少し異なる値をとる。

$$e'_w = f_w e_w \quad (10.98)$$

$$f_w = 1 + 10^{-6} p (4.5 + 0.0006 t^2) \quad (10.99)$$

p は気圧 (単位 [hPa]) である。

氷の上の飽和蒸気圧 e_i はさらに少し異なる値をとる。

$$\log_{10} e_i(t) = \log_{10} e_w(t) + 0.00422t \quad (10.100)$$

...現在のモデルでは、この部分は扱っていない。

飽和比湿 q は定義から、

$$e' / p_s = q / (\varepsilon + (1 - \varepsilon)q) \quad (10.101)$$

なので (ε は水蒸気と大気の分子量の比で $m_w/m_a = 18.016/28.966 = 0.62197$)、これを用いて

$$q = \varepsilon e' / (p_s - (1 - \varepsilon)e') \quad (10.102)$$

とする。 p_s は海面気圧 (単位 [hPa]) である。

昇華時の潜熱は以下の式で求める。

$$L_s = 2.839 \times 10^6 - 3.6(T_3 + 35)^2 \text{ Jkg}^{-1} \quad (10.103)$$

Appendix B 物理定数・パラメータ

B.1 熱力学関連

海氷モデルは SI 単位系でコーディングされているため、ここに挙げる定数やパラメータは SI 単位系で記す。

パラメータ	値	MRI.COM での変数名
Thermal ice conductivity	$k_I = 2.04 \text{ J m}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1}$	CKI
Thermal snow conductivity	$k_s = 0.31 \text{ J m}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1}$	CKS
Specific heat of sea water	$C_{po} = 3990 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	CP
Specific heat of air	$C_{pa} = 1004.67 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	CPAIR
Specific heat of ice	$C_{pi} = 0.0 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	—
Specific heat of snow	$C_{ps} = 0.0 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	—
Stefan Boltzmann constant	$\sigma = 5.67 \times 10^{-10} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$	STBL
Albedo of open ocean surface	$\alpha_o = 0.1$	ALBW
Albedo of ice	$\alpha_I = 0.5$	ALBI
Albedo of snow	$\alpha_s = 0.75$	ALBS
Emissivity of ocean surface	$\varepsilon_o = 0.97$	EEW
Emissivity of ice surface	$\varepsilon_I = 1.0$	EEI
Emissivity of snow surface	$\varepsilon_s = 1.0$	EES
bulk transfer coefficient	$C_{HAI} = 1.5 \times 10^{-3}$	CHAI
Latent heat of fusion	$L_F = 3.347 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$	ALF
Latent heat of sublimation	equation (10.103)	RLTH
constants for fusion phase	$m = -0.0543 \text{ K/ppt}$	XXXM
equation: $T_f = mS + nz$	$n = -0.000759 \text{ K m}^{-1}$	XNXN?
Ice roughness parameter	$z_{oI} = 0.05 h_I / 3$	Z0
Empirical constant in eq. (10.5)	$\Phi = 4.0$	PHI
Empirical constant in eq. (10.5)	$\Psi = 0.0$	PSI
Salinity of sea ice	$S_I = 4.0 \text{ psu}$	SI
von Karman's constant	$k = 0.4$	XK
Thickness/compactness diffusion of ice	$\kappa_H = 1.0 \times 10^3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$	AKH
Scaling factor for κ_H	North : 3.0, South : 3.0	FKHDN, FKHDS
Seawater kinematic viscosity	$\nu = 1.8 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$	ANU
Seawater heat diffusivity	$\alpha_t = 1.39 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$	AT
Seawater salinity diffusivity	$\alpha_s = 6.8 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$	AS
Turbulent Prandtl number	$P_{rt} = 0.85$	PRT
b in eqs (10.41),(10.43)	$b = 3.14$	AB

B.2 力学関連

パラメータ	値	MRI.COM での変数名
Reference water density	$\rho_o = 1000 \text{ kg m}^{-3}$	RO
Reference air density	$\rho_a = 1.205 \text{ kg m}^{-3}$	ROAIR
Reference ice density	$\rho_I = 900 \text{ kg m}^{-3}$	RICE
Reference snow density	$\rho_s = 330 \text{ kg m}^{-3}$	RDSW (水の密度との比)
e-folding constant for ice pressure	$c^* = 20.0$	CSTAR
pressure scaling factor	$P^* = 2.75 \times 10^4 \text{ N m}^{-2}$	PRSREF
drag coefficient (air-ice)	$c_a = 1.5 \times 10^{-3}$	CDRGAI
drag coefficient (ice-ocean)	$c_w = 5.5 \times 10^{-3}$	CDRGIW
yield curve axis ratio	$e = 2.0$	ELIPS
scaling factor for Young's modulus	$E_o = 0.25$	EYOUNG
water turning angle	$\theta_o = \pm 25^\circ$ (北半球で正, 南半球で負)	WIANGL
air turning angle	θ_a	—

第11章 実行手順

実行手順（ユーザーインターフェイス）は常に改訂が行われており、現在の内容が必ずしも MRI.COM の最新版を反映しているものとは限らない。使用時には、管理者等に問い合わせること。

利用者が準備すべきモデルへの入力ファイルと主な出力ファイルについて表 11.1 にまとめた。モデル全体で、物理量の表現に cgs 単位系を用いているので注意して欲しい。

11.1 読み込み用ファイルの準備

必ず用意しなければならないのは、地形データ (file_topo)、水温・塩分気候値 (file_tscl)、風応力データ (file_wind) である。

この他に必要に応じて

- 格子単位の面積・長さに関する情報 (file_scale)
- body forcing の on off 情報 (file_frc)
- rigid-lid 近似の場合、島データと斉次解 (file_homo)
- 海面熱フラックス (file_hflx)
- 海面海上気象要素 (file_bulk)
- 降水データ (file_prcp)
- 河川水流入量データ (file_rnof)
- 海氷気候値 (file_icec)

を収めたファイルを準備する。

11.1.1 地形データ

鉛直方向の格子化をまず行なう。モデルで扱う海底の最大深度を決め、層に区切っていく。一般に海面から 1000m 位までは細かく、海底に近づくほど粗く区切る。TS,UV 点の深さを先に決め、それらの中点として鉛直レベルの境界を決めるのがよい。層の数は KM として `configure.in` に記す。dz.F90 に各層の厚さを記す。dz.F90 は `param.F90` で include される。

dz.F90 の例

```
real(8), parameter :: dz(km) = (/&
  & 3.0d2, 4.0d2, 6.0d2, 8.0d2, 1.0d3, &
  .....
  & 2.5d4, 2.5d4, 3.75d4, 7.50d4 /)
```

表 11.1: 主な入出力ファイルと関係プログラムファイル

内容	ファイル名 またはファイル名を保持する変数	読み込み/書き出し を行うファイル
モデルサイズ・コンパイルオプション	configure.in	mkparam.sh → param.F90
数値計算パラメータ	標準入力	rdjobp.F90 (namelist:実行シェルから)
水平格子間隔 (不等間隔の時)	file_vgrid	stmdlp.F90
鉛直解像度	dz.F90	param.F90.in
鉛直拡散係数	vdbg.F90	rdjobp.F90
地形	file_topo	rdbndt.F90
格子単位の面積・長さスケール	file_scale	rdbndt.F90
気候値	file_tscl	rdbndt.F90
body forcing (ナッジング) の on/off	file_frc	rdbndt.F90
rigid-lid 近似の場合の島データと斉次解	file_homo	rdbndt.F90
風応力	file_wind	force.F90
海面熱フラックス	file_hflx	force.F90
海面海上気象要素	file_bulk	force.F90
降水データ	file_prcp	force.F90
河川水流入量データ	file_rnof	force.F90
海氷気候値	file_icec	force.F90
継続計算用初期値	file_restart_in	rdinit.F90
継続計算用最終値	file_restart_out_temp	writdt.F90
平均値	file_hist_temp	writdt.F90
継続計算用初期値 (海氷)	file_ice_restart_in	siinit.F90
継続計算用最終値 (海氷)	file_ice_restart_out_temp	writdt.F90
平均値 (海氷)	file_ice_hist_temp	writdt.F90

11.1. 読み込み用ファイルの準備

地形データを作成する。各速度格子点での海底の深さを cm 単位で代入した、単精度整数配列 HO4 (IMUT, JMUT) とその深さが何層目の格子点にあたるのかを記した単精度整数配列 EXNN (IMUT, JMUT) を書式なし、sequential access で書き込む。

```
integer(4) :: ho4(imut,jmut),exnn(imut,jmut)
write(inidt) ho4, exnn
```

現実的な地形を用いた実験を行なうときには、現在のところ ETOPO5 という 5 分格子の地形データをモデル格子で平均してモデル地形とすることが多い(その後 ETOPO2 を入手し、移行した)。そのようにして作った $2^\circ \times 1^\circ$ のモデル地形の例を図 11.1 に示す。モデル地形の作成の際には、海洋循環の重要な水路が閉じてしまったり、本来水の流れがさえぎられている場所が開いてしまったりしないように、注意しなければならない。地形データは file.topo から rdbndt.F90 で読み込まれる。

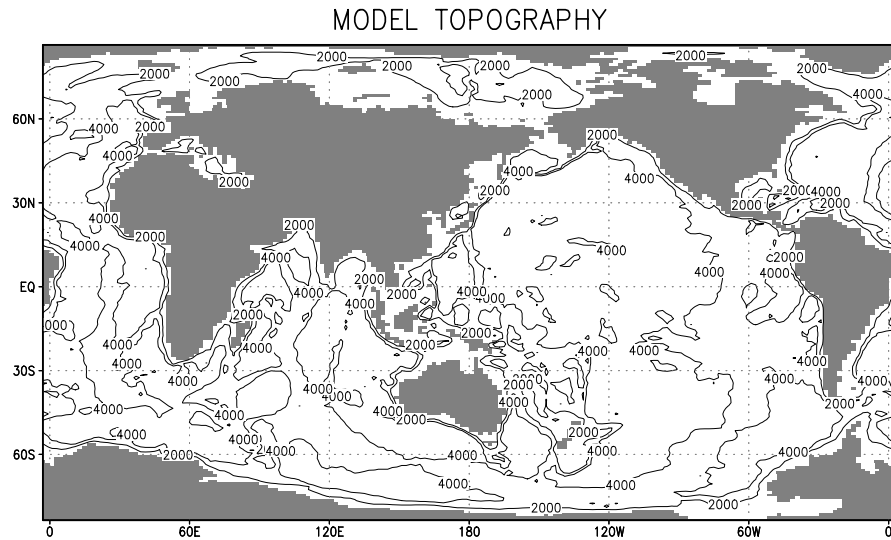


図 11.1: 海洋モデル用地形の例 (P-OMIP で用いたもの): 北極点をグリーンランドの中央部に移動した座標系で描いている。陰は陸を示し、実線は 2000m と 4000m の等深線である。

一般直交座標系の格子点を使う場合は file.scale に書かれた情報を読み込んで (rdbndt.F90) 用いる。球座標系 (モデルの極を基準とする緯度・経度で格子点が決まるもの) の場合、これらの情報は stmdlp.F90 内で計算されるので、file.scale ファイルの読み込みは行われない。

file_scale のフォーマット

```

real(8) :: a_bl(imut,jmut), a_br(imut,jmut)
real(8) :: a_tl(imut,jmut), a_tr(imut,jmut)
real(8) :: dx_bl(imut,jmut), dx_br(imut,jmut)
real(8) :: dx_tl(imut,jmut), dx_tr(imut,jmut)
real(8) :: dy_bl(imut,jmut), dy_br(imut,jmut)
real(8) :: dy_tl(imut,jmut), dy_tr(imut,jmut)
write(N_T) a_bl ! U-box 左下 1/4 格子単位の面積
write(N_T) a_br ! U-box 右下 1/4 格子単位の面積
write(N_T) a_tl ! U-box 左上 1/4 格子単位の面積
write(N_T) a_tr ! U-box 右上 1/4 格子単位の面積
write(N_T) dx_bl ! U-box 左下 1/4 格子単位の下辺長
write(N_T) dx_br ! U-box 右下 1/4 格子単位の下辺長
write(N_T) dx_tl ! U-box 左上 1/4 格子単位の下辺長
write(N_T) dx_tr ! U-box 右上 1/4 格子単位の下辺長
write(N_T) dy_bl ! U-box 左下 1/4 格子単位の左辺長
write(N_T) dy_br ! U-box 右下 1/4 格子単位の左辺長
write(N_T) dy_tl ! U-box 左上 1/4 格子単位の左辺長
write(N_T) dy_tr ! U-box 右上 1/4 格子単位の左辺長

```

11.1.2 気候値データ

水温・塩分気候値は既定値ではモデル格子に内挿済のものを書かなければならない (IMT=IMUT, JMT=JMUT, KK=KM) が、オプション TSINTPOL を指定したときにはモデル格子に一致していないデータを書くことができる。その場合には気候値の格子点配置 (ALATC, ALONC) が STMDLP で設定される (現在のコードでは configure.in で設定した DLATC, DLONC をもとに等間隔の格子点配置が計算される)。

```

integer(4), parameter :: imn = 12
real(4) :: ttlev(imt,jmt,kk,imn), tslev(imt,jmt,kk,imn)

do m = 1,imn
  write(inidt) (((ttlev(i,j,k),i=1,imt),j=1,jmt),k=1,kk),
&              (((tslev(i,j,k),i=1,imt),j=1,jmt),k=1,kk)
enddo

```

気候値データは file_tscl から tsclim.F90 で読み込まれる。

11.1.3 body forcing データ

海面以外の格子で気候値水温・塩分に緩和しながら (body forcing) 積分を行なう場合、on off の情報、或いは観測値への緩和係数を格納したデータを作成する。

これは、file_frc から rdbndt.F90 で読み込まれる。

```

#ifdef OGCM_TSINTPOL          ! 格子点数の多いモデルなど、気候値を補間して用いる場合

    ! numbf : body forcing を行う格子点数
    integer(4), parameter :: numbf = 1000

    ! iposbf : body forcing の on(=1) off(=0) 情報を格納
    integer(4):: iposbf(numbf)

    write(ifrcdt) (iposbf(n),n=1,numbf)    ! 順編成

    ! rdbndt では iposbf(numbf) を以下のように処理し
    ! body forcing を行う点 (i,j) が決められる。

    do n = 1, numbf
        j = iposbf(n)/imut + 1
        i = iposbf(n) - (j-1)*imut
    enddo

#else /* OGCM_TSINTPOL */    ! 格子点数の少ないモデルなど
#ifdef OGCM_BF2D              ! 2次元分布の場合

    ! chf2d : 観測値への緩和係数 (1/sec)
    ! imut, jmut は計算領域の格子点数

    real(4) :: chf2d(imut,jmut)    ! 単精度

    write(ifrcdt) chf2d            ! 順編成

#else /* OGCM_BF2D */        ! 3次元分布の場合

    ! chf3d : 観測値への緩和係数 (1/sec)
    ! imut, jmut, km は計算領域の格子点数

    real(8) :: chf3d(imut,jmut,km)

    write(ifrcdt) chf3d    ! 順編成
                           ! モデルでは、restart_read を使って読み込み
                           ! ノードの担当領域で定義された
                           ! chfb(imx,jmx,km) に割り振られる

#endif
#endif /* OGCM_BF2D */
#endif /* OGCM_TSINTPOL */

```

第 11 章 実行手順

11.1.4 順圧渦度方程式用データ

rigid-lid 近似を用いるときには、島の数 (NK)、各々の島の格子点数 (NUMK)、島の格子点の位置 (IKPOS, JKPOS)、各々の島の斉次解 (FHOM)、および各々の斉次解の各々の島のまわりの循環 (CO) が必要である。namelist njobpr 中の ihomo を 1 に設定するとモデルの中でこれらの値を計算し、file_homo で指示されるファイルに書き出す。ihomo を 0 に設定すると同じファイルからこれらの値を読み出す。

```
integer(4) :: numk(nk+1), ikpos(nikp), jkpos(nikp)
real(8) :: co(nk,nk)
real(8) :: fhom(im,jm,nk)
write(nhomo) numk, ikpos, jkpos
write(nhomo) co
do n = 1, nk
    write(nhomo) fhom(1:im,1:jm,n)
end do
```

同一の地形で計算を繰り返す場合は、最初だけモデルに計算させてファイルに書き出し、あとはそのファイルを読むようにすればよい。

11.1.5 大気外力データ

既定値では、等時間間隔 (configure.in の ISRSTB で指定された時間 (秒) の間隔) で風応力および、熱フラックスに関わるデータを読み込む。暦通りの閏日が挿入される。オプション CLMFRC, MONFRC によって気候値や月平均のデータを扱うことができるよう調整することができる。

風応力データ: file_wind

東向き成分: $wsx4(imf, jmf)$ [$\text{dyn} \cdot \text{cm}^{-2}$]

北向き成分: $wsy4(imf, jmf)$ [$\text{dyn} \cdot \text{cm}^{-2}$]

```
real(4) :: wsx4(imf, jmf), wsy4(imf, jmf)

do irec = 1, nrec ! 実験に必要な時間ステップ数だけ繰り返す
    ! データ作成
    write(iwind, rec=irec) wsx4, wsy4 ! 直接編成
enddo
```

熱フラックス基本データ: file_hflx

短波: $qsh4(imf, jmf)$ [$\text{erg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2} = 10^{-3} \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$]

長波: $qlo4(imf, jmf)$ [$\text{erg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2} = 10^{-3} \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$]

海面水温: $sst4(imf, jmf)$ [$^{\circ}\text{C}$]

```

real(4) :: qsh4(imf,jmf),qlo4(imf,jmf)
real(4) :: sst4(imf,jmf)

do irec=1,nrec ! 実験に必要な時間ステップ数だけ繰り返す
  ! データ作成
  write(ihflx,rec=irec) qsh4, qlo4, sst4 ! 直接編成
enddo

```

Bulk 式で潜熱、顕熱フラックスを求めるときのデータ: file_bulk

気温: sat4(imf,jmf) [°C]

露点温度: dwt4(imf,jmf) [°C]

風速: wdv4(imf,jmf) [cm·s⁻¹]

海面気圧: slp4(imf,jmf) [hPa]

```

real(4) :: sat4(imf,jmf),dwt4(imf,jmf)
real(4) :: wdv4(imf,jmf),slp4(imf,jmf)

do irec = 1,nrec ! 実験に必要な時間ステップ数だけ繰り返す
  ! データ作成
  write(ibulk,rec=irec) sat4,dwt4,wdv4,slp4
enddo

```

淡水フラックスでモデルを駆動する場合の降水データ: file_prcp

降水: pcpr4(imf,jmf) [cm·s⁻¹]

```

real(4) :: pcpr4(imf,jmf)

do irec = 1,nrec ! 実験に必要な時間ステップ数だけ繰り返す
  ! データ作成
  write(ipcpr,rec=irec) pcpr4
enddo

```

淡水フラックスでモデルを駆動する場合の河川流出データ: file_rnof

河川流出: rof4(imf,jmf) [cm·s⁻¹]

```

real(4) :: rof4(imf,jmf)

do irec = 1,nrec ! 実験に必要な時間ステップ数だけ繰り返す
  ! データ作成
  write(irnof,rec=irec) rof4
enddo

```

第 11 章 実行手順

海氷被覆率の気候値を使用する場合の海氷被覆率データ: file_icec

海氷被覆率: aic4(imf,jmf)

```
real(4) :: aic4(imf,jmf)

do irec = 1,nrec ! 実験に必要な時間ステップ数だけ繰り返す
  ! データ作成
  write(iicec,rec=irec) aic4
enddo
```

11.2 コンパイル用スクリプトファイルの準備

標準的なものは compile.sh として用意されている。利用者は通常これを書き換える必要はない。但し、これは次に説明する実行用スクリプトファイルとプログラムソースが同じディレクトリ内にあればの話。そうでない場合は、WORKDIR には、ソースファイル及び compile.sh のあるディレクトリ（これらは同じディレクトリに置いておく）名を代入しておく。

モデルオプションや、各種パラメータは configure.in に書き込む。

configure.in の例

```
DEFAULT_OPTIONS="OMIP FREESURFACE UTOPIA ULTIMATE ZQUICKEST ZULTIMATE
CYCLIC ISOPYCNAL MELYAM HFLUX WFLUX RUNOFF CLMFRC HIST HISTFLUX ICE
SIDYN INILEV"
IMUT=184
JMUT=171
KM=48
KSGM=1
SLAT0=-84.D0
SLON0=0.D0
DXTDGC=2.D0
DYTDGC=1.D0
ITMSC=0
ITMSCB=0
ISRSTB=NSDAY
NPART=4
NPLAT=75.D0
NPLON=320.D0
```

モデルオプションは以下の通り。ソースの中では OGCM_PARALLEL などとなっているが、ここでは OGCM_をつけてはいけない。

BBL	: 海底境界層モデルを用いる
BF2D	: body forcing の "on" "off" 水平分布 (CHF) を読み込む
BIHARMONIC	: 水平粘性・拡散係数は biharmonic
	ISOPYCNAL の場合は、BIHARMONIC をオンにしても
	粘性のみに有効で、拡散は biharmonic にはなら

	ない。
BULKKARA	: 海面フラックスを計算するバルク式として Kara のものを用いる。
BULKKONDO	: 海面フラックスを計算するバルク式として Kondo (1975) のものを用いる。
BULKLP	: 海面フラックスを計算するバルク式として Large&Pond のものを用いる。 BULKKARA, BULKKONDO, BULKLP は HFLUX の場合のみ有効
CALPP	: 状態方程式で圧力の時間変化を考慮する
CHFDIST	: 海面での水温・塩分の観測値への緩和の時定数に水平分布を与える
CLMFRC	: 風応力、熱フラックスが気候値として与えられる (閏日なし、1 年が終わったらファイルの先頭に戻る)
CONVCHK	: SOR で収束のチェックを行なう rigid-lid の場合のみ有効
CYCLIC	: 東西周期境界条件を課す
DEBUG	: デバッグのため配列にのりしろをつける
DIAGTRANSP	: UM, VM の時間平均値を出力する FREESURFACE の場合のみ有効
DIFAJS	: 対流調節のかわりに不安定成層の場所で鉛直拡散を大きくする
FLXINTPOL	: 風応力、熱フラックスの格子配置を予めモデルと一致させず、計算中に補間する
FREESURFACE:	自由表面 (未定義なら rigid-lid)
FSEB	: 順圧の時間ステップに Euler-backward スキームを用いる
FSMOM	: MOM の自由表面スキームを用いる
FSVISC	: 順圧運動方程式で粘性を陽に計算する FSEB, FSMOM, FSVISC は FREESURFACE の場合のみ有効
HFLUX	: バルク式で海面の熱フラックスを計算する
HIST	: 水温・塩分・流速の時間平均値を出力する
HISTFLUX	: 熱・淡水フラックスの時間平均値を出力する
HISTVAR	: 水温・塩分・流速の時間分散を出力する HIST の場合のみ有効
ICE	: 海氷
ICECLIM	: 海氷被覆率の気候値をファイルから読み込む
ICEUPC	: 海氷の移流に上流差分を用いる ICE の場合のみ有効
INILEV	: 初期値として Levitus 気候値の 3 次元分布を与える
ISOPYCNAL	: 等密度面拡散
KPP	: 混合層モデルとして KPP を用いる
MELYAM	: 混合層モデルとして Mellor and Yamada Level 2.5 を用いる
MON30D	: 一か月 30 日、一年 360 日
MONFRC	: 月平均 forcing (境界値データが月平均で与えられる)
NECSX	: NEC SX-6 で計算する場合に定義する (configure スクリプトが自動的に定義するので configure.in に書く必要はない)
NOHKIM	: Noh & Kim の混合層スキームを用いる
NOMATSUNO	: 松野スキームの代わりに前方差分を用いる
NPOLE	: 極フィルター
NPOLEFLAT	: 北極点周辺の海底を平坦にする NPOLE の場合のみ有効
OMIP	: OMIP 用設定
PARALLEL	: MPI による並列化
PARENT	: ネスティング計算の 親モデル として実行
PRAJS	: 全モデル海洋の体積が増えないように淡水フラックス

第 11 章 実行手順

	の調節を行なう
	WFLUX の場合のみ有効
RUNOFF	: 河川からの流入量のデータを用いる
	WFLUX の場合のみ有効
SIDYN	: 海氷力学モデル (EVP)
	ICE の場合のみ有効
SMAGHD	: Smagorinsky の粘性係数に一定の比率をかけた値を水平拡散係数として用いる
	SMAGOR の場合のみ有効
SMAGOR	: Smagorinsky の水平粘性
SPHERICAL	: 球座標を用いスケールファクターを半解析的に計算する
SPLITHIST	: 水温、塩分、流速、海面高度 (流線関数) の平均値を要素ごとに別ファイルに出力する
	HIST の場合のみ有効
SPLITREST	: リスタートデータを要素ごとに別ファイルに入出力する
SUB	: ネスティング計算の 子モデル として実行
TAUBULK	: 海上風速を読み込んでバルク式で風応力を計算する
	BULKKARA または BULKKONDO の場合のみ有効
TDEW	: on のときは露点温度を読み込む、off のときは比湿を読み込む
	HFLUX の場合のみ有効
TSINTPOL	: 水温塩分気候値をモデル格子に補間する
ULTIMATE	: 水温・塩分の水平移流を計算する際に ULTIMATE limiter を適用する
	UTOPIA の場合のみ有効
UTOPIA	: 水温・塩分の水平移流に UTOPIA を用いる
VARHID	: 水平 (等密度面) 拡散係数と水平粘性係数を格子幅の関数とする
VARIABLE	: 可変格子
VIS9P	: 粘性の粘着条件を 9 点使って計算する
VMG3D	: 3 次元の鉛直粘性・拡散係数をファイルから読み込む
VVDIMP	: 鉛直拡散を陰解法で計算する
	混合層を用いる場合または ISOPYCNAL の場合に自動的にオンになる
WADJ	: 海面の淡水フラックスが全球総計でゼロになるように調節する
	WFLUX の場合のみ有効
WFLUX	: 海面の淡水フラックスを与える
ZQUICKEST	: 水温・塩分の鉛直移流に QUICKEST を用いる
ZULTIMATE	: 水温・塩分の鉛直移流を計算する際に ULTIMATE limiter を適用する
	ZQUICKEST の場合のみ有効
CGCM	: 結合モデルの海洋モジュールとなる
MOVE	: MOVE-System の海洋モジュールになる

configure.in で設定するパラメータは以下のとおり。オプション毎に設定の必要なパラメータ名を記す (configure スクリプトに書かれている)。各パラメータの意味は「変数名解説」を参照されたい。

常に設定	: IMUT JMUT KM KBL KSGM SLAT0 SLON0 ITMSCB ITMSC
	ISRSTB NPLAT NPLON SPLAT SPLON NUM_RESTART
	NUM_HIST
VARIABLE	: DXTDGC DYTDCG
PARALLEL	: NPART
TSINTPOL	: NUMB DLATC DLONC SLATC SLONC IMT JMT KK
FLXINTPOL	: IMF JMF INTPWIND
SMAGOR	: CSCL
SMAGHD	: SMAGHD_RATIO

コンパイルするには、フロントエンドのシェルプロンプトで ./compile.sh を実行する。compile.sh

は `configure` スクリプトにより `Makefile` を生成し、`make` を実行する。`configure` は `configure.in` で設定されたオプションに基いて環境変数を設定し、次に `configure.in` のほうが `param.F90` よりも新しければ `param.F90.in` に `configure.in` の中で定義されているパラメータの値を書き込んで `param.F90` を生成し、最後に `Makefile.in` から `Makefile` を生成する。最後に `make` を実行し、コンパイルすべきものはコンパイルして、実行形式 `ogcm` を作成する。`Makefile` に依存関係が書かれていて、自動的にコンパイルすべきファイルを選択するようになっているが、完全ではないかもしれない。`configure.in` のコンパイルオプションを書換えたときには、`./compile.sh clean` を実行してからコンパイルすることを勧める。

11.3 実行用ファイルの準備

実行用ファイルには、UNIX shell 上の実行手順だけではなく、入出力に使われるファイルの名、時間積分を制御するパラメータ（タイムステップや積分回数など）や、チューニング可能な物理パラメータなどを記入する。これらのパラメータは `NAMelist` 文により、サブルーチン `rdjobp(rdjobp.F90)` でモデルに読み込まれる。

`NAMelist` で設定すべきパラメータについては、`rdjobp.F90` を見れば一目瞭然なので、ここでは一例を示すに留める。

実行ファイルの例 (`runf.sh`):

```
=====
#!/bin/sh
#PBS -q b4
#PBS -N omip-f
#PBS -l cpunum_prc=1,memsz_job=2gb
#PBS -A K5701
#
#
#      MRI.COM(気象研究所統合海洋モデル) runf.sh
#      Copyright 2001 Oceanographic Research Dept., MRI-JMA
#
#=====
#
#      run.sh: 海洋モデルバッチジョブ投入用シェルスクリプト
#
#      qsub を実行したディレクトリに移動
#
if [ x$PBS_O_WORKDIR != x ]; then
    cd $PBS_O_WORKDIR
fi
#
#      nday: 積分時間 (日)
#      nhday: 平均値出力間隔 (日)
#
nday=5
nhday=1
#
#      idayfile で指定されるファイルに書かれている日数の時点から積分を
#      開始する、ファイルが存在しなければ水平一様静止から開始
#
#      idays: 積分開始日, idaye: 積分終了日
#
idayfile=iday
if [ ! -s $idayfile ]; then
```

第 11 章 実行手順

```
    idays=0
    nfirst=1
else
    idays='cat $idayfile'
    nfirst=-1
fi
if [ $idays -lt 0 ]; then
    echo idays is invalid. $idays
    exit
fi
idaye='expr $idays + $nday'
#
file_restart_in=data/restart.d$idays; export file_restart_in
file_restart_out=data/restart.d$idaye; export file_restart_out
file_ice_restart_in=data/sirst.d$idays; export file_ice_restart_in
file_ice_restart_out=data/sirst.d$idaye; export file_ice_restart_out
#
#
#    実行中に runogcm.sh を書換えられないのは不都合なので、
#    runogcmtmp.sh にコピーしてから実行する
#
/usr/bin/cp -p ./runogcmfi.sh ./runogcmtmp.sh
#
#
#    runogcmtmp.sh を実行して正常に終了したら次のジョブを投入する
#    正常に終了しなかったら時間ステップを短かくして再度実行する
#
alpha=1.
gamma='48*1.D0'
dtdi=1
for dttr in 1; do
for dt in 20 15; do
    ./runogcmtmp.sh $nday $nhday $idays $nfirst $dt $dttr $dtdi $alpha $gamma
    if [ -s $file_restart_out ]; then
exit
    fi
    mv logs/out.d$idays logs/out.d$idays.bak"$dt"m
    mv logs/stderr.d$idays logs/stderr.d$idays.bak"$dt"m
done
done
#
#
#    時間ステップを短かくしても正常終了しなかったらエラーメッセージを
#    出力して終了
#
echo Restart file $file_restart_out is empty. Please check.
```

runf.sh から呼出されるスクリプト:

```
#!/bin/sh
#
#    MRI.COM(気象研究所統合海洋モデル) runogcmi.sh
#    Copyright 2001 Ocenographic Research Dept., MRI-JMA
#
=====
#
#    runogcmi.sh: 海洋モデル実行用シェルスクリプト (rigid-lid, 等密度面混合)
```

```

#
#      使い方:
#      ./runogcml.sh $nday $nhday $idays $nfirst $dt $dttr
#      $nday $nhday $idays $nfirst は整数
#      $dt $dttr は実数
#
#      nday: 積分時間 (日)
#      nhday: 平均値を出力する時間間隔 (日)
#      idays: 積分を開始する日付 (累積積分日数)
#      nfirst: 1; 水平一様静止の初期値から開始
#              <0; リスタートファイルの最後のデータを初期値として開始
#              それ以外; 指定した日付の初期値から開始
#      dt, dttr, dttdi: 時間ステップ (分)
#      alpha, gamma: 加速係数
#
nday=$1
nhday=$2
idays=$3
nfirst=$4
dt=$5
dttr=$6
dttdi=$7
alpha=$8
gamma=$9
#
#      nstep: 積分ステップ数
#      nhist: 平均値を出力する間隔 (ステップ)
#
nstep=`expr $nday \* 24 \* 60 / $dt`
nhist=`expr $nhday \* 24 \* 60 / $dt`
ntflt=`expr $dt / $dttr`
#
ifna=`expr $idays % 365 + 1`
#
file_tscl=data/tsclim.dat
file_topo=data/bnddt-f.dat
file_scale=data/scale_f.dat
file_wind=data/wind.dat
file_hflx=data/hflux.dat
file_bulk=data/hbulk.dat
file_prcp=data/prcp.dat
file_rnof=data/runoff.dat
file_hist=data/hist.d$idays
file_htransp=data/htransp.d$idays
file_ice_hist=data/sihst.d$idays
file_hflux=data/hflux.d$idays
#
#
#      リスタートファイルが既に存在したらエラーメッセージを出力して終了
#
if [ -f $file_restart_out ]; then
    echo Restart file $file_restart_out exists. Please check.
    exit
fi
#
if [ $nfirst -eq 1 ]; then
    iirstrt=0
else

```

第 11 章 実行手順

```
        irstrt=1
fi
#
#
#       計算開始
#
echo -----
echo START
date
echo -----
#
F_FTRACE=fmt1; export F_FTRACE
F_SETBUF06=0; export F_SETBUF06
F_RECLUNIT=BYTE; export F_RECLUNIT
FTRACEDIR=logs/ftrace; export FTRACEDIR
./ogcm > logs/out.d$days 2> logs/stderr.d$days <<EOF
&NJOBP NFIRST=$nfirst,NSTEP=$nstep,NENG=$nhist,NNENG=$nhist,
        NWRIT=0,NWRT2=$nhist,MAMPAI=1,MMPAI2=100,NKEISU=$nhist,
        ADTUV=$dt,ADTTS=$dt,ADTSF=$dt,
        HDTs=0.D0,HDUV=2.D8,VDUV=0.D0,HDUV2=0.D0,
        ALPHA=$alpha,
        GAMMA=$gamma,
        HUPP=0.500,VUPP=0.700,
        IFRCSF=1,IFORCV=0,KMB=49,ISPIN=30 /
&NJOBPT IBYR=1,IBMN=1,IBDY=1,IFNA=$ifna /
&NJOBPI AI=1.D7,AD=0.1,AITD=1.D7 /
&NJOBPF ADTTR=$dttr, NTFLT=$ntflt /
&NJOBALB ALB=0.1D0/
&NUMFL num_restart=1, num_hist=1 /
&INFLA file_topo='$file_topo',file_scale='$file_scale',file_tscl='$file_tscl',
        file_frc='force.dat',file_wind='$file_wind',
        file_restart_in='$file_restart_in' /
&INFLH file_hflx='$file_hflx',file_bulk='$file_bulk' /
&INFLP file_prcp='$file_prcp' /
&INFLO file_rnof='$file_rnof' /
&INFLI file_ice_restart_in='$file_ice_restart_in' /
&OUTFR file_restart_out_temp='$file_restart_out' /
&OUTFH file_hist_temp='$file_hist' /
&OUTFF file_hflux_temp='$file_hflux' /
&OUTFIR file_ice_restart_out_temp='$file_ice_restart_out' /
&OUTFIH file_ice_hist_temp='$file_ice_hist' /
&NJOBPSIIRSTRT=$irstrt, adtdi=$dtdi /
EOF
#
#
#       計算終了
#
echo -----
echo END
date
echo -----
```

=====

11.4 実行

SX-6 で実行する時には、

```
% qsub runf.sh
```

などとすれば良い。

謝辞

気象研究所共用海洋モデル (MRI.COM) の開発は北村佳照氏 (気象庁気候情報課) の発案によって開始され、本マニュアルの著者並びに北村氏、小畑淳氏 (気象研究所環境・応用気象研究部)、行本誠史氏 (気象研究所気候研究部) によって開発が行なわれた。

海水の熱力学過程は、本井達夫氏 (気象研究所気候研究部) が開発したものを元に行っている。海水の EVP 力学の導入に際しては、羽角博康氏 (東京大学気候システム研究センター) から多大な協力を頂いた。

水温・塩分の移流スキーム (UTOPIA,QUICKEST) と緯度経度座標から一般直交曲線座標への書き換えは、羽角氏が中心となって開発している COCO (CCSR Ocean Component Model) の方法をもとにして導入された。自由表面における σ -layer は長谷川直之氏 (気象庁業務課) の研究開発が導入の動機となった。

また、大気モデルと MRI.COM とを結合した気候モデルの開発が気象研究所気候研究部および環境・応用気象研究部において、また、MRI.COM を用いた海洋データ同化システムの開発が海洋研究部において、それぞれ行なわれている。これらの開発者の方々、特に藤井陽介氏 (気象研究所海洋研究部) からの助言は MRI.COM の改良に大きく資するものとなった。

内山達氏 (気象研究所重点研究支援協力員) には、MRI.COM の開発と本論文の作成に際して、技術的な面で多大な協力を頂いた。本論文の図表の一部は気象研究所客員研究員であった橋向高幸氏 (株式会社マリネットワークジャパン) に作成して頂いた。

MRI.COM 以前に、気象研究所において海洋モデルの開発に関わってこられた、小長俊二氏 (元気象研究所長)、時岡達志氏 (前気象大学校長、地球環境フロンティア研究センター)、遠藤昌宏氏 (東京大学気候システム研究センター)、木村吉宏氏 (気象庁海洋気象課)、吉岡典哉氏 (長崎海洋気象台)、山中吾郎氏 (気象庁気候情報課) の成果は MRI.COM の開発に大きく生かされている。

本マニュアルの全体の構成から細部の事柄に関する査読者からのコメントは、本マニュアルの内容、および体裁の改善に大いに役立った。

以上の方々に、著者一同ここに深く感謝の意を表する。

付 録 A 海底境界層モデル(Bottom Boundary Layer (BBL))

MRI.COM には、簡略化された海底境界層モデルを組み込むことができる。ここではその解説を行う。

A.1 概要

一般に z -座標モデルは、北大西洋深層水のコアとなる水が Nordic Seas から Greenland-Scotland Ridge を越えて大西洋に入る過程や、南極大陸周辺で作られた重い水が大陸棚を下り落ち南極底層水となる過程をうまく表現できず、大洋の深層および底層は高温バイアスになりがちであった。この欠点を改善するために、Nakano and Sugimoto (2002) で用いられているものと同等の、非常に単純な海底境界層 (Bottom Boundary Layer (BBL)) モデルが MRI.COM に取り入れられた。

この BBL モデルは海底に沿って重い水が下り落ちる流れを、より現実的に表現しようとするスキームであり、BBL は内部領域の最下層直下の特別の層として存在し、海底に沿って移流およびトレーサーの交換を行う。この BBL モデルを導入すると以下の要因から重い水が下り落ちる現象の表現が改善される。

- 海底に沿って移流などを表現できること。
- 斜面に重い水がある効果を圧力傾度の計算に取り入れることができること。
- 渦活動を伴い、 f/h を横切る流れを作り出すこと。

A.2 Grid 配置

z 座標のモデルでは、海底に沿った流れは、水平移動と鉛直移動を階段状に繰り返すことで表現される。斜面を鉛直と水平のグリッド数で 1 対 1 で表現できる場合には、 z 座標モデルでも適切に水塊が斜面を下り落ちるといわれているが、(Winton et al, 1998)、一般にモデルの鉛直解像度は大陸棚斜面をそのように表現できるほど細かくはない。たとえ、そのように表現していたとしても小さくない水平拡散を導入している場合は、鉛直方向に移動している間に周囲の海水との拡散により薄められてしまう。一方 BBL を導入することで、鉛直解像度に依らずに斜面に沿った流れを直接表現することができる。

MRI.COM における BBL は図 A.1 のように配置されている。BBL は T-box で考えるほうがわかりやすい。なぜならば、あと示すように圧力勾配を求める深さは、T-box の最下層の下につけられた隣り合う BBL の中間の深さで求めるからである。(図 A.1a では、深さが異なる BBL を結ぶ矢印に相当する流速を求めるのに必要な圧力勾配は、そのふたつの BBL の中間の深さで求める。その意味では図 A.1b は妥当でない。) BBLoption モデルが 50 層であったとする。このモデルに BBL を付ける場合は 1 層足して全部で 51 層とし、余分に付けられた最下層が BBL の領域となる。さらに、BBL を付ける前に海であったグリッド (今後内部領域と呼ぶことにする) と BBL の鉛直の相互作用をより簡単に表現するため、さらに内部領域 (図 A1 お

付 録 A 海底境界層モデル (Bottom Boundary Layer (BBL))

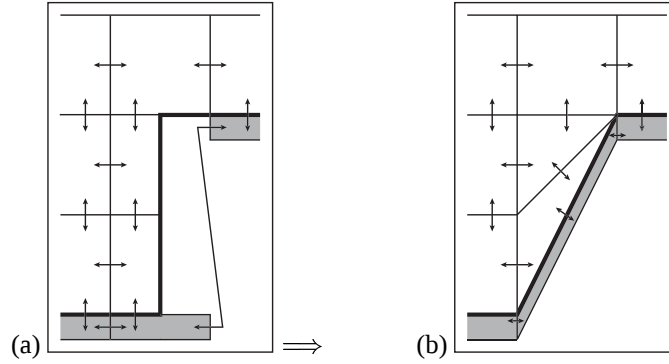


図 A.1: (a)BBL の配置 (T-box), (b) それと等価な概念図

ける白抜きの領域) の一番深い部分の直下 (影のついた部分) に相当する格子にも最下層の BBL の温度・塩分、流速をコピーしたものを用意し、適宜便利な方を使って計算する。

A.3 圧力勾配の計算

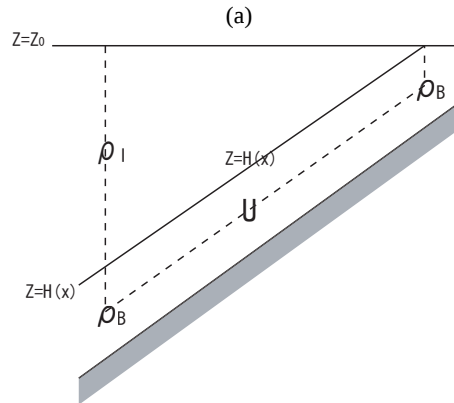


図 A.2: pressure gradient の見積もり方。

今、内部領域は一様で、海底の斜面に最下層に一層だけ重い水が存在する状態を考える。物理的に考えると、圧力傾度は斜面の重い水が斜面を下り落ちる方向にかかると考えられる。しかしながら、 z 座標モデルでは、最下層にかかる圧力傾度は斜面が U-box で定義されている場合は、斜面のあるなしにかかわらず 0 となり、斜面が T-box で定義されている場合は、段差の分だけ非常に大きな圧力傾度がかかることになる。これらはどちらも正しくない。斜面がなめらかに変化している場合は、BBL での圧力は正しくは以下のように表現される。

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{z=const} = \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{z=H(x)} + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\partial H}{\partial x} \quad (\text{A.1})$$

$$= \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{z=H(x)} - g \rho|_{z=H(x)} \frac{\partial H}{\partial x} \quad (\text{A.2})$$

一例として、この式を用いて、先ほどの内部領域は一様で、海底の斜面に最下層に一層だけ重い水が存在

する状態を考える (図 A.2)。密度一様 (ρ_I) な海で重い水 (ρ_B) がある場合は、図 A.2 の上端の深さ一定の部分での圧力を $p_{z=z_0}$ とすると、

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{z=H(x)} - g\rho_B \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial [p_{z=z_0} + gH(x)\rho_I]}{\partial x} - g\rho_B \frac{\partial H}{\partial x} \quad (\text{A.3})$$

$$= \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{z=z_0} - g(\rho_B - \rho_I) \frac{\partial H}{\partial x} \quad (\text{A.4})$$

式 (A.4) の右辺第二項が斜面の効果であり、斜面の勾配や内部と密度差が大きいほど、密度勾配が大きくなる。内部と BBL との間に密度差がない場合はこれは 0 である。z-座標モデルはこの項を表現していない。

A.4 渦の効果

一般に大規模な流れは f/h に沿って流れるため、斜面上にある重い水塊は斜面に沿って流れ下り落ちず、 f があまり変わらないとすると地形に沿って流れることになる。これでは、いくら BBL を導入しても、Nordic Seas や南極付近の大陸棚にある重い水塊は外洋に流れ出ていかない。ところが、渦活動が実際に表現できるようになると、流れの様相は先ほどの大規模場の流れだけを考慮した場合とはかなり異なってくる。Jian and Garwood (1996) は渦解像モデルを用いて、斜面の上端においた重い水塊の振る舞いを調べ、重い水塊は激しい渦活動を伴いながら斜面を約 45 度にみながら滑り落ちていくことを示した。実際、デンマーク海峡でも海峡の下流において、渦活動が表層にまで現われており、完全に同じ機構かどうかは確かめられていないものの、渦が重要な要素を占めていることはおおよそ確からしい。

このようなことを中規模渦を分解しないモデルにおいて表現するために、コリオリ力とほぼ同じ大きさの Rayleigh drag を施し、斜面を横切る流れを強制的に作り出すことにする。この場合、Rayleigh drag の大きさを α としてバランスの式を書いてみると

$$-fv = -\frac{\partial p}{\partial x} - \alpha u \quad (\text{A.5})$$

$$fu = -\frac{\partial p}{\partial y} - \alpha v \quad (\text{A.6})$$

変形して、

$$-f \left(v - \frac{\alpha}{f} u \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{A.7})$$

$$f \left(u + \frac{\alpha}{f} v \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad (\text{A.8})$$

つまり、 $v' = v - \alpha/fu$, $u' = u + \alpha/fv$ とおくと、 u', v' が地衡流平衡になる。特に $\alpha = f$ の場合、圧力にたいして、圧力の高い方から低い方へ、45 度の角度を保って流れるようになる。一般に、重い水がたまっているような場所における BBL 直上の圧力分布は斜面に沿っているので、このようなバランスが BBL に現われたときには、BBL 内の斜面上の重い水塊の運動の場合は斜面を 45 度にみながら下り落ちることになる。

観測事実などから、このような効果は斜面がきつく、さらに、重い水が沈み込んでいような箇所にだけ存在すると考え、その他の部分では BBL が在ったとしても Rayleigh drag は働かないとする。そのような場所をモデル内で自然に決めるには、 α を BBL の密度および、斜面の傾きなどの函数にする必要があるが、現実の状態をうまく表現するように函数として求めるのはかなり難しい。現状の設定では、経験的に北大西洋では 2500m、南極周辺では 4000m の深さまで α がコリオリと同じ大きさであるとし、それ以深では α は 0 と調整している。

A.5 BBL の使い方

以下に BBL モデルの具体的な適用方法を述べる。

- `configure.in` に BBL option を付ける。
- `kbb1=1` を `configure.in` に加える。(`kbb1` は BBL の層の数で、今のところ 1 にしか対応していない。)
- `dz.F90` の最下層に BBL の深さを入れる。(おおよそ 100m ぐらいを推奨。この厚さは、デンマーク海峡付近における BBL の厚さにおおよそ対応する。)
- `bnddt.gcm` において、`ho4,exnn` の直後に `ho4bb1,exnnbb1` を書き込む。この二つは `ho4,exnn` と同様の形式で、それぞれ BBL の深さおよびその場所における BBL の層の厚さの情報である。今のところ一層にまでしか対応していない。
- `krfrc` (Rayleigh drag が適用される深さの限界) を適当に編集する。現在のところ、`clinic.F90` に直に書き込まれている。現実の海に適用する場合、だいたい、北大西洋の場合は 2500m、南極周辺では 4000m ぐらいの値が適当と思われる。

初期値について水平一様の成層から読み込む場合にはモデルの最深鉛直格子レベル $k=k_m$ の値が BBL に入る。この場合重い水が変な場所にたまって気持ちが悪いと考える場合には、わざと軽い値を入れて対流調節などによって自然にリセットしてもらう手がある。Levitus の初期値を用いる `INILEV` のオプションを用いると、内部の海底の最下層の値が入るようになっている。

— `configure.in` の例 —

```
DEFAULT_OPTIONS="OMIP FREESURFACE UTOPIA ULTIMATE ZQUICKEST ZULTIMATE
CYCLIC ISOPYCNAL MELYAM HFLUX WFLUX RUNOFF CLMFRC HIST HISTFLUX ICE
SIDYN INILEV BBL"
IMUT=184
JMUT=171
KM=48
KSGM=1
KBBL=1
SLAT0=-84.D0
SLON0=0.D0
DXTDGC=2.D0
DYTDGC=1.D0
ITMSC=0
ITMSCB=0
ISRSTB=NSDAY
NPART=4
NPLAT=75.D0
NPLON=320.D0
```

`DEFAULT_OPTIONS` の BBL 及び、`KBBL=1` が BBL 導入時の変更点である。

地形データは以下のように、BBL の深さの情報などを内部のものに続けて書き込む

地形データの例

```
integer(4) :: ho4(imut,jmut),exnn(imut,jmut)
integer(4) :: ho4bbl(imut,jmut),exnnbbl(imut,jmut)
write(inidt) ho4, exnn
write(inidt) ho4bbl,exnnbbl
```

A.6 使用上の注意

A.6.1 適用範囲の制限

理想的には BBL は全球の全体に適応して、温度塩分の状態に応じて挙動をモデルの中で自然に決めるのが望ましい。しかし、現実問題として、BBL が有効に働く主な場所は北大西洋および南極周辺あたりである。それ以外の場所、たとえば赤道付近に BBL を設置した場合、BBL を加えたことによって、流れがよくなることは考えづらい。むしろ、BBL は深さの違う海底付近の層をつなげるという性質上、大陸付近の温かい水と深層の冷たい水にどうしても交換が生じてしまうため、いわば、BBL を通じて擬似的な diapycnal diffusion が働くことになる。その結果、高緯度ならば温度の差が小さいため、深層水形成領域以外でも害は少ないが、低緯度の特に赤道付近では深層の高温化が顕著に見えてしまう。このような問題は、POM などの σ -layer モデル一般に見られる。これを防ぐ方法としては、適当なマスクなどを設定して在る程度大きな温度差が在る場合には、BBL 内での移流拡散は 0 などとセットすればよいが、それならば、いっそのこと BBL がない方が行儀がよい。

もちろん、大規模な気候変動が期待される場合、たとえば氷河期の熱塩循環などを対象とする場合には、BBL の有効範囲を設定することなく、自然に働くように設置する必要はある。

A.6.2 地形、初期値の制限

密度の方程式にあまりに急激に密度・温度が変化する場合や、非常に急峻な斜面があると問題が生じる。MRI.COM では非常に急峻な斜面や孤立して深いグリッドには適用しない設定になっている。

A.6.3 鉛直移流

本来は QUICKEST, および、QUICK などをもそのまま BBL 境界に用いることができるが、便宜上 weighted upcurrent scheme を BBL 境界に用いている。そのため、VUPP(QUICK, UTOPIA などの高級なスキームを用いない場合の、トレーサー方程式の移流の差分スキームにおける上流の寄与分。中央差分なら 0.5、完全な上流差分なら 1 である。)を設定する必要がある。1 でない値が入ったときには BBL に数値的な極値が発生することがある。これは他の領域でも同じであるが、BBL の粒子というのは全海洋中で最も重い水であることが多いので、問題はより深刻である。

A.7 補足

A.7.1 子午面流線関数の書き方

BBL の流量は厳密に言えば経度、緯度により深さが違う場所を流れており、BBL の深さに相当する内部領域の深さは存在しないことがふつうである。あらゆる BBL の深さの組み合わせを考慮し、内部の流量は

付 録 A 海底境界層モデル (Bottom Boundary Layer (BBL))

その深さに補間した後、経度方向に積分して子午面循環を書くこともできるが、非常にやっかいである。ここでは、BBL の T-Box の側面を通過する流量を、BBL の直上の T-Box の側面を流れる流量に足しあわせた後に、子午面流線関数を計算する際に下から積分していくことで、自然な子午面循環を描くことができる。

一般に、T-Box で判断した場合の、ある BBLgrid の直上の内部のグリッドと、U-Box で判断した場合のある BBLgrid の直上の内部の grid は深さが違う。そのため、最初に BBL の流速を内部の U-Box に足し合わせた後に、流量を計算すると、上のように計算した結果と異なる結果になる。子午面流線関数はトレーサーの流量を示す指標という文脈で使われることが多いので、T-Box の面で判断する方を推奨する。

A.7.2 コード上の注意

モデルの中では BBL は最下層および内部領域の直下に存在し、適宜便利な方を使って計算する。一般に T-点の最下層と U-点の最下層は異なる。その際の海であるかどうかのインデックスの `atexl`, `aexl` の取り扱いは紛らわしくなっている。具体的には最下層 `z=km` では `atexl=1`、および `aexl=1` であるが、内部の直下では `atexl=1`、`aexl=0` と、`atexl` は内部領域の直下およびモデルの最下層の両方で 1 となっている。熱量の計算では海のグリッドだけを用いるように、T-Box において海が存在を `atexl=1` を用いて判断しているため、上のことはこのことは熱量の保存などモデルの診断において問題となる。単純に `atexl=1` を利用して足し合わせるとダブルカウントになるので、熱量の診断のプログラム `energy.F90` ではこのことを考慮して片方だけ用いている。

Reference

- Jiang, L, and R. W. Garwood Jr., 1996: Three-dimensional simulations of overflows on continental slopes., *J. Phys. Oceanogr.*, **26**, 1214-1233.
- Nakano, H. and N. Suginohara, 2002: Effects of bottom boundary layer parameterization on reproducing deep and bottom waters in a world ocean model., *J. Phys. Oceanogr.*, **32**, 1209-1227.
- Winton, M., R. Hallberg, and A. Ganadeskikan 1998: Simulation of density-driven frictional flow in z-coordinate ocean models., *J. Phys. Oceanogr.*, **28**, 2163-2174.

付 録 B 高精度移流スキーム

トレーサの MRI.COM では移流スキームとして、標準では QUICK というスキームを用いているが、鉛直方向のトレーサのスキームとして更に高精度の QUICKEST というスキームを使うことができる。水平方向には、QUICKEST の 2 次元拡張版の UTOPIA を用いることができる。更に非現実な極値があらわれないようなオプションを加えて(その場合の option は UTOPIA QUICKEST ULTIMATE となる。)使用することもできる。

B.1 鉛直移流スキーム QUICKEST

MRI.COM では、鉛直のグリッド配置が、トレーサ点とトレーサ点との中点に流速点があるという点で、COCO (東京大学気候システム研究センターの海洋モデル) と異なっている。そのため鉛直移流に対して QUICKEST を適用する場合に COCO の表式から若干の変更を要する。以下では、MRI.COM の場合の QUICKEST の差分表現と精度について簡単に述べる。

非圧縮の 1 次元移流方程式

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uT) = 0 \quad (\text{B.1})$$

を考える。非圧縮なので u は一様である。実際には 3 次元流体に適用するので流速は一様ではないが、一貫性を保つため(というより簡単のため)一様として議論を進める。

トレーサ点の格子幅を Δx_i 、その両隣の流速点の格子幅を $\Delta x_{i-\frac{1}{2}}$ 、 $\Delta x_{i+\frac{1}{2}}$ とすると、MRI.COM では、

$$\Delta x_i = \frac{\Delta x_{i-\frac{1}{2}} + \Delta x_{i+\frac{1}{2}}}{2} \quad (\text{B.2})$$

となっている。

QUICKEST では、フラックスを計算するために必要な格子境界のトレーサの値を 2 次の補間によって求め、さらに移流によるトレーサの時間変化を考慮して、時間ステップの間の平均値を求める。まず 2 次の補間の係数を求める。

T を $x_{i-\frac{1}{2}}$ のまわりで Taylor 展開すると、 $x = x_{i+1}, x_i, x_{i-1}, x_{i-2}$ についてそれぞれ、

$$T_{i+1} = c_0 + c_1 \left(\frac{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}}{2} + \Delta x_{i+\frac{1}{2}} \right) + c_2 \left(\frac{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}}{2} + \Delta x_{i+\frac{1}{2}} \right)^2 + O(\Delta x^3) \quad (\text{B.3})$$

$$T_i = c_0 + c_1 \frac{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}}{2} + c_2 \frac{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}^2}{4} + O(\Delta x^3) \quad (\text{B.4})$$

$$T_{i-1} = c_0 - c_1 \frac{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}}{2} + c_2 \frac{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}^2}{4} + O(\Delta x^3) \quad (\text{B.5})$$

$$T_{i-2} = c_0 - c_1 \left(\frac{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}}{2} + \Delta x_{i-\frac{3}{2}} \right) + c_2 \left(\frac{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}}{2} + \Delta x_{i-\frac{3}{2}} \right)^2 + O(\Delta x^3) \quad (\text{B.6})$$

と書ける。これらを c_n について解けば補間の係数が求まる。その際、 u の向きに応じて、より上流の 3 式を使う。即ち、 $u > 0$ のときは (B.4), (B.5), (B.6) を用い、 $u < 0$ のときは (B.3), (B.4), (B.5) を用いる。解は

付 録 B 高精度移流スキーム

以下ようになる。

$$c_0 = \frac{T_i + T_{i-1}}{2} - \frac{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}^2}{4} c_2 \quad (\text{B.7})$$

$$c_1 = \frac{T_i - T_{i-1}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}} \quad (\text{B.8})$$

$$c_2 = \begin{cases} \frac{1}{2\Delta x_i} \left(\frac{T_i - T_{i-1}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}} - \frac{T_{i-1} - T_{i-2}}{\Delta x_{i-\frac{3}{2}}} \right) & (u > 0) \\ \frac{1}{2\Delta x_i} \left(\frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}} - \frac{T_i - T_{i-1}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}} \right) & (u < 0) \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

つぎに、(B.1) の両辺を 1 時間ステップおよび 1 空間格子に亘って積分する。

$$\int_{t^n}^{t^{n+1}} dt \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} dx \frac{\partial T}{\partial t} = - \int_{t^n}^{t^{n+1}} dt \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} dx \frac{\partial}{\partial x} (uT) \quad (\text{B.10})$$

(B.10) の右辺は

$$- \int_{t^n}^{t^{n+1}} dt (u_r T_r - u_l T_l) \quad (\text{B.11})$$

と書ける (添字 r は $x = x_{i+\frac{1}{2}}$ 、 l は $x = x_{i-\frac{1}{2}}$ を示す)。 u の時間変化はないとすると、

$$\int_{t^n}^{t^{n+1}} dt T_l = \int_{-u_l \Delta t}^0 [c_0^n + c_1^n \xi + c_2^n \xi^2 + O(\Delta x^3)] \frac{d\xi}{u_l} \quad (\text{B.12})$$

であるから、(B.11) は

$$-\Delta t (u_r \overline{T_r^n} - u_l \overline{T_l^n}) + O(\Delta x^3 u \Delta t) \quad (\text{B.13})$$

となる。ここに、

$$\begin{aligned} \overline{T_l^n} &= \frac{1}{u_l \Delta t} \int_{-u_l \Delta t}^0 (c_0^n + c_1^n \xi + c_2^n \xi^2) d\xi \\ &= c_0^n - \frac{c_1^n}{2} u_l \Delta t + \frac{c_2^n}{3} u_l^2 \Delta t^2 \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

である。

一方、(B.10) の左辺は、 T の Taylor 展開の 2 次の項までとり、(B.2) の関係を用いると、

$$\Delta x_i \left[T_i^{n+1} - T_i^n + \frac{\Delta x_{i+\frac{1}{2}} - \Delta x_{i-\frac{1}{2}}}{4} (T_{xi}^{n+1} - T_{xi}^n) + \frac{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}^2 - \Delta x_{i+\frac{1}{2}} \Delta x_{i-\frac{1}{2}} + \Delta x_{i-\frac{1}{2}}^2}{24} (T_{xxi}^{n+1} - T_{xxi}^n) + O(\Delta x^3) \right] \quad (\text{B.15})$$

と書ける。また、

$$\begin{aligned} T_{xi}^{n+1} - T_{xi}^n &= \Delta t \left. \frac{\partial T_x}{\partial t} \right|_i^n + O(\Delta t^2) \\ &= -\Delta t \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial}{\partial x} (uT) \right]_i^n + O(\Delta t^2) \\ &= -\Delta t \frac{\partial}{\partial x} (u T_x)_i^n + O(\Delta t^2) \\ &= -\Delta t \left\{ \frac{u_r T_{xr}^n - u_l T_{xl}^n}{\Delta x_i} \right\} + O(u \Delta t \Delta x) + O(\Delta t^2) \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

と書け、同様に、

$$T_{xxi}^{n+1} - T_{xxi}^n = -\Delta t \left\{ \frac{u_r T_{xxr}^n - u_l T_{xxl}^n}{\Delta x_i} \right\} + O(u \Delta t \Delta x) + O(\Delta t^2) \quad (\text{B.17})$$

と書ける。従って、(B.15) は

$$\Delta x_i \left[T_i^{n+1} - T_i^n - \frac{\Delta x_{i+\frac{1}{2}} - \Delta x_{i-\frac{1}{2}}}{4\Delta x_i} \Delta t (u_r T_{xr}^n - u_l T_{xl}^n) - \frac{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}^2 - \Delta x_{i+\frac{1}{2}} \Delta x_{i-\frac{1}{2}} + \Delta x_{i-\frac{1}{2}}^2}{24\Delta x_i} \Delta t (u_r T_{xxr}^n - u_l T_{xxl}^n) \right] + O(u\Delta t \Delta x^3) + O(\Delta x^3 \Delta t^2) \quad (\text{B.18})$$

(B.13) と (B.18) とから、予報式の差分表現は

$$T_i^{n+1} = T_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x_i} \left[u_r \bar{T}_r^n - u_l \bar{T}_l^n - \frac{\Delta x_{i+\frac{1}{2}} - \Delta x_{i-\frac{1}{2}}}{4} (u_r T_{xr}^n - u_l T_{xl}^n) - \frac{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}^2 - \Delta x_{i+\frac{1}{2}} \Delta x_{i-\frac{1}{2}} + \Delta x_{i-\frac{1}{2}}^2}{24} (u_r T_{xxr}^n - u_l T_{xxl}^n) \right] + O(\alpha \Delta x^3) + O(\Delta x^2 \Delta t^2) \quad (\text{B.19})$$

となる。ここに、

$$\alpha \equiv \frac{u\Delta t}{\Delta x} < 1 \quad (\text{B.20})$$

$$T_{xl}^n = c_1 + O(\Delta x^2) \quad (\text{B.21})$$

$$T_{xxl}^n = 2c_2 + O(\Delta x) \quad (\text{B.22})$$

であるから、(B.19) の表現は $\max(O(\Delta x^3), O(\Delta x^2 \Delta t^2))$ の精度を持つ。

B.2 水平移流スキーム UTOPIA

UTOPIA は QUICKEST を多次元に拡張した移流スキームである。MRI.COM への導入に際しては、COCO (CCSR Ocean Component Model) と同様に、水平二次元にのみ適用し、鉛直方向については独立に QUICKEST を適用する。

MRI.COM は最終的には南北・東西ともに不等間隔格子を使えるようにするので、ここでは、南北・東西ともに不等間隔格子の場合の UTOPIA の表現を求める。トレーサ点は 4 個の流速点を頂点とする長方形の中央に位置する、つまり、流速格子の境界線がトレーサ格子を四等分するものとする。

いま、

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{h_\mu h_\psi} \frac{\partial}{\partial \mu} (h_\psi u T) + \frac{1}{h_\mu h_\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} (h_\mu v T) = 0 \quad (\text{B.23})$$

という移流方程式を考える。この両辺を 1 時間ステップ、1 格子にわたって積分する。

$$\int_{\psi_L - \Delta\psi_L/2}^{\psi_L + \Delta\psi_L/2} d\psi \int_{\mu_L - \Delta\mu_L/2}^{\mu_L + \Delta\mu_L/2} d\mu (\chi^{n+1} - \chi^n) = -\Delta t (u_r^n \bar{T}_r^n \Delta y_r - u_l^n \bar{T}_l^n \Delta y_l + v_u^n \bar{T}_u^n \Delta x_u - v_d^n \bar{T}_d^n \Delta x_d) \quad (\text{B.24})$$

ここに、 $\chi \equiv h_\mu h_\psi T$ である。ここで、右辺の $\bar{T}_r^n$ などは格子境界のトレーサの値であるが、どのように計算するかは後述する。(B.24) の左辺は、 χ を二次補間した値を積分する。 χ の L (格子点のラベルは図 B.1 を参照のこと) の近傍での Taylor 展開を考える。

$$\chi = \chi_L + a_{10}(\mu - \mu_L) + a_{20}(\mu - \mu_L)^2 + a_{01}(\psi - \psi_L) + a_{02}(\psi - \psi_L)^2 + a_{11}(\mu - \mu_L)(\psi - \psi_L) \quad (\text{B.25})$$

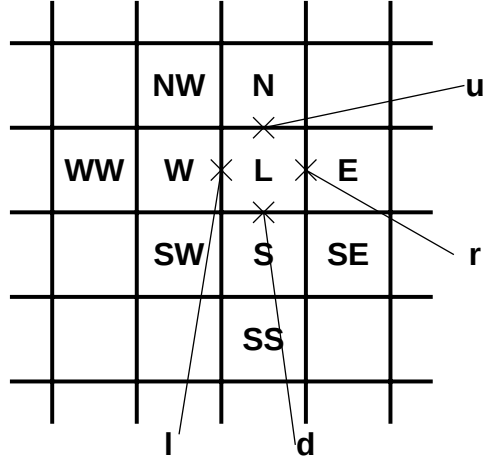


図 B.1: 格子点の配置

とすると、E, W, N, S 各点での値は、

$$\chi_E = \chi_L + a_{10}\Delta\mu_r + a_{20}\Delta\mu_r^2 \quad (\text{B.26})$$

$$\chi_W = \chi_L - a_{10}\Delta\mu_l + a_{20}\Delta\mu_l^2 \quad (\text{B.27})$$

$$\chi_N = \chi_L + a_{01}\Delta\psi_u + a_{02}\Delta\psi_u^2 \quad (\text{B.28})$$

$$\chi_S = \chi_L - a_{01}\Delta\psi_d + a_{02}\Delta\psi_d^2 \quad (\text{B.29})$$

と書ける。ここで、

$$\Delta\psi_u \equiv \frac{\Delta\psi_L + \Delta\psi_N}{2} \quad (\text{B.30})$$

$$\Delta\psi_d \equiv \frac{\Delta\psi_L + \Delta\psi_S}{2} \quad (\text{B.31})$$

$$\Delta\mu_r \equiv \frac{\Delta\mu_L + \Delta\mu_E}{2} \quad (\text{B.32})$$

$$\Delta\mu_l \equiv \frac{\Delta\mu_L + \Delta\mu_W}{2} \quad (\text{B.33})$$

とした。これから、

$$a_{10} = \frac{\Delta\mu_l \frac{\chi_E - \chi_L}{\Delta\mu_r} + \Delta\mu_r \frac{\chi_L - \chi_W}{\Delta\mu_l}}{\Delta\mu_r + \Delta\mu_l} \quad (\text{B.34})$$

$$a_{20} = \frac{\frac{\chi_E - \chi_L}{\Delta\mu_r} - \frac{\chi_L - \chi_W}{\Delta\mu_l}}{\Delta\mu_r + \Delta\mu_l} \quad (\text{B.35})$$

$$a_{01} = \frac{\Delta\psi_d \frac{\chi_N - \chi_L}{\Delta\psi_u} + \Delta\psi_u \frac{\chi_L - \chi_S}{\Delta\psi_d}}{\Delta\psi_u + \Delta\psi_d} \quad (\text{B.36})$$

$$a_{02} = \frac{\frac{\chi_N - \chi_L}{\Delta\psi_u} - \frac{\chi_L - \chi_S}{\Delta\psi_d}}{\Delta\psi_u + \Delta\psi_d} \quad (\text{B.37})$$

を得る。(B.25) を (B.24) の左辺に代入すると、

$$\Delta\mu_L \Delta\psi_L \left[\chi_L^{n+1} - \chi_L^n + \frac{\Delta\mu_L^2}{12} (a_{20}^{n+1} - a_{20}^n) + \frac{\Delta\psi_L^2}{12} (a_{02}^{n+1} - a_{02}^n) \right] \quad (\text{B.38})$$

となる。(B.23) を用いると、

$$a_{20}^{n+1} - a_{20}^n = -\Delta t \left[\frac{h_{\psi r} u_r^n T_{\mu\mu r}^n - h_{\psi l} u_l^n T_{\mu\mu l}^n}{\Delta\mu_L} + \frac{h_{\mu u} v_u^n T_{\mu\mu u}^n - h_{\mu d} v_d^n T_{\mu\mu d}^n}{\Delta\psi_L} \right] \quad (\text{B.39})$$

$$a_{02}^{n+1} - a_{02}^n = -\Delta t \left[\frac{h_{\psi r} u_r^n T_{\psi\psi r}^n - h_{\psi l} u_l^n T_{\psi\psi l}^n}{\Delta\mu_L} + \frac{h_{\mu u} v_u^n T_{\psi\psi u}^n - h_{\mu d} v_d^n T_{\psi\psi d}^n}{\Delta\psi_L} \right] \quad (\text{B.40})$$

と近似できる。 $T_{\mu\mu r}^n$ などは格子境界での 2 階微分であるが、差分表現は後述する c_{20} などと同様にする。以上より、適当な近似の下に、

$$T_L^{n+1} = T_L^n - \frac{\Delta t}{S_L} (u_r^n \tilde{T}_r^n \Delta y_r - u_l^n \tilde{T}_l^n \Delta y_l + v_u^n \tilde{T}_u^n \Delta x_u - v_d^n \tilde{T}_d^n \Delta x_d) \quad (\text{B.41})$$

と書ける。ここに、

$$\tilde{T}_l^n = \bar{T}_l^n - \frac{\Delta\mu_L^2}{24} T_{\mu\mu l}^n - \frac{\Delta\psi_L^2}{24} T_{\psi\psi l}^n \quad (\text{B.42})$$

$$\tilde{T}_d^n = \bar{T}_d^n - \frac{\Delta\mu_L^2}{24} T_{\mu\mu d}^n - \frac{\Delta\psi_L^2}{24} T_{\psi\psi d}^n \quad (\text{B.43})$$

である。

次に、 $\bar{T}_l^n, \bar{T}_d^n$ の表現を求める。 $\bar{T}_l^n$ としては、図 B.1 の l の近傍における二次補間を求め、図 B.2 の斜線の領域に亘って平均した値を用いる。 $\bar{T}_d^n$ についても同様である。

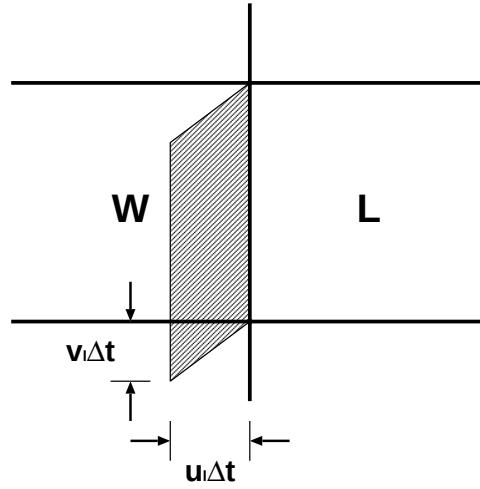


図 B.2: 格子境界のトレーサ値を見積るための平均に用いる領域

l および d の近傍での T^n の Taylor 展開をそれぞれ、

$$T^n = c_{00} + c_{10}(\mu - \mu_l) + c_{20}(\mu - \mu_l)^2 + c_{01}(\psi - \psi_L) + c_{02}(\psi - \psi_L)^2 + c_{11}(\mu - \mu_l)(\psi - \psi_L) \quad (\text{B.44})$$

$$T^n = d_{00} + d_{10}(\mu - \mu_l) + d_{20}(\mu - \mu_l)^2 + d_{01}(\psi - \psi_L) + d_{02}(\psi - \psi_L)^2 + d_{11}(\mu - \mu_l)(\psi - \psi_L) \quad (\text{B.45})$$

と書く。

付 録 B 高精度移流スキーム

1 の周囲の 8 点での値を (B.44) を用いて書くと、

$$T_L^n = c_{00} + c_{10} \frac{\Delta\mu_L}{2} + c_{20} \frac{\Delta\mu_L^2}{4} \quad (\text{B.46})$$

$$T_W^n = c_{00} - c_{10} \frac{\Delta\mu_W}{2} + c_{20} \frac{\Delta\mu_W^2}{4} \quad (\text{B.47})$$

$$T_E^n = c_{00} + c_{10} \left(\Delta\mu_L + \frac{\Delta\mu_E}{2} \right) + c_{20} \left(\Delta\mu_L + \frac{\Delta\mu_E}{2} \right)^2 \quad (\text{B.48})$$

$$T_{WW}^n = c_{00} - c_{10} \left(\Delta\mu_W + \frac{\Delta\mu_{WW}}{2} \right) + c_{20} \left(\Delta\mu_W + \frac{\Delta\mu_{WW}}{2} \right)^2 \quad (\text{B.49})$$

$$T_N^n = T_L^n + c_{01} \Delta\psi_u + c_{02} \Delta\psi_u^2 + c_{11} \frac{\Delta\mu_L}{2} \Delta\psi_u \quad (\text{B.50})$$

$$T_S^n = T_L^n - c_{01} \Delta\psi_d + c_{02} \Delta\psi_d^2 - c_{11} \frac{\Delta\mu_L}{2} \Delta\psi_d \quad (\text{B.51})$$

$$T_{NW}^n = T_W^n + c_{01} \Delta\psi_u + c_{02} \Delta\psi_u^2 - c_{11} \frac{\Delta\mu_W}{2} \Delta\psi_u \quad (\text{B.52})$$

$$T_{SW}^n = T_W^n - c_{01} \Delta\psi_d + c_{02} \Delta\psi_d^2 + c_{11} \frac{\Delta\mu_W}{2} \Delta\psi_d \quad (\text{B.53})$$

となる。流速の方向によって、このうち 6 個を用いれば係数が全て求まる。即ち、

$$u_l^n > 0, v_l^n > 0 \Rightarrow L, W, WW, S, NW, SW \quad (\text{B.54})$$

$$u_l^n < 0, v_l^n > 0 \Rightarrow L, W, E, N, S, SW \quad (\text{B.55})$$

$$u_l^n > 0, v_l^n < 0 \Rightarrow L, W, WW, N, NW, SW \quad (\text{B.56})$$

$$u_l^n < 0, v_l^n < 0 \Rightarrow L, W, E, N, S, NW \quad (\text{B.57})$$

のようにする。

(B.46),(B.47) より、

$$c_{00} = \frac{\Delta\mu_W T_L^n + \Delta\mu_L T_W^n}{2\Delta\mu_l} - c_{20} \frac{\Delta\mu_L \Delta\mu_W}{4} \quad (\text{B.58})$$

$$c_{10} = \frac{T_L^n - T_W^n}{\Delta\mu_l} - c_{20} \frac{\Delta\mu_L - \Delta\mu_W}{2} \quad (\text{B.59})$$

である。

$u_l^n > 0$ のとき、(B.46),(B.49) より、

$$c_{20} = \frac{\frac{T_L^n - T_W^n}{\Delta\mu_l} - \frac{T_W^n - T_{WW}^n}{\Delta\mu_{ll}}}{\Delta\mu_l + \Delta\mu_{ll}} \quad (\text{B.60})$$

where $\Delta\mu_{ll} \equiv \frac{\Delta\mu_W + \Delta\mu_{WW}}{2}$

(B.52),(B.53) より、

$$c_{02} = \frac{\frac{T_{NW}^n - T_W^n}{\Delta\psi_u} - \frac{T_W^n - T_{SW}^n}{\Delta\psi_d}}{\Delta\psi_u + \Delta\psi_d} \quad (\text{B.61})$$

となり、 $u_l^n < 0$ のとき、(B.47),(B.48) より、

$$c_{20} = \frac{\frac{T_E^n - T_L^n}{\Delta\mu_r} - \frac{T_L^n - T_W^n}{\Delta\mu_l}}{\Delta\mu_r + \Delta\mu_l} \quad (\text{B.62})$$

(B.50),(B.51) より、

$$c_{02} = \frac{\frac{T_N^n - T_L^n}{\Delta\psi_u} - \frac{T_L^n - T_S^n}{\Delta\psi_d}}{\Delta\psi_u + \Delta\psi_d} \quad (\text{B.63})$$

となる。

$v_l^n > 0$ のとき、(B.51),(B.53) より、

$$c_{01} = \frac{\Delta\mu_W(T_L^n - T_S^n) + \Delta\mu_L(T_W^n - T_{SW}^n)}{2\Delta\mu_l\Delta\psi_d} + c_{02}\Delta\psi_d \quad (\text{B.64})$$

$$c_{11} = \frac{T_{SW}^n - T_W^n - T_S^n + T_L^n}{\Delta\mu_l\Delta\psi_d} \quad (\text{B.65})$$

となり、 $v_l^n < 0$ のとき、(B.50),(B.52) より、

$$c_{01} = \frac{\Delta\mu_W(T_N^n - T_L^n) + \Delta\mu_L(T_{NW}^n - T_W^n)}{2\Delta\mu_l\Delta\psi_u} - c_{02}\Delta\psi_u \quad (\text{B.66})$$

$$c_{11} = \frac{T_N^n - T_L^n - T_{NW}^n + T_W^n}{\Delta\mu_l\Delta\psi_u} \quad (\text{B.67})$$

となる。

次に d の周囲の 8 点での値を (B.45) を用いて書くと、

$$T_L^n = d_{00} + d_{01}\frac{\Delta\psi_L}{2} + d_{02}\frac{\Delta\psi_L^2}{4} \quad (\text{B.68})$$

$$T_S^n = d_{00} - d_{01}\frac{\Delta\psi_S}{2} + d_{02}\frac{\Delta\psi_S^2}{4} \quad (\text{B.69})$$

$$T_N^n = d_{00} + d_{01}\left(\Delta\psi_L + \frac{\Delta\psi_N}{2}\right) + d_{02}\left(\Delta\psi_L + \frac{\Delta\psi_N}{2}\right)^2 \quad (\text{B.70})$$

$$T_{SS}^n = d_{00} - d_{01}\left(\Delta\psi_S + \frac{\Delta\psi_{SS}}{2}\right) + d_{02}\left(\Delta\psi_S + \frac{\Delta\psi_{SS}}{2}\right)^2 \quad (\text{B.71})$$

$$T_E^n = T_L^n + d_{10}\Delta\mu_r + d_{20}\Delta\mu_r^2 + d_{11}\frac{\Delta\psi_L}{2}\Delta\mu_r \quad (\text{B.72})$$

$$T_W^n = T_L^n - d_{10}\Delta\mu_l + d_{20}\Delta\mu_l^2 - d_{11}\frac{\Delta\psi_L}{2}\Delta\mu_l \quad (\text{B.73})$$

$$T_{SE}^n = T_S^n + d_{10}\Delta\mu_r + d_{20}\Delta\mu_r^2 - d_{11}\frac{\Delta\psi_S}{2}\Delta\mu_r \quad (\text{B.74})$$

$$T_{SW}^n = T_S^n - d_{10}\Delta\mu_l + d_{20}\Delta\mu_l^2 + d_{11}\frac{\Delta\psi_S}{2}\Delta\mu_l \quad (\text{B.75})$$

となる。

(B.68),(B.69) より、

$$d_{00} = \frac{\Delta\psi_S T_L^n + \Delta\psi_L T_S^n}{2\Delta\psi_d} - d_{02}\frac{\Delta\psi_L\Delta\psi_S}{4} \quad (\text{B.76})$$

$$d_{01} = \frac{T_L^n - T_S^n}{\Delta\psi_d} - d_{02}\frac{\Delta\psi_L - \Delta\psi_S}{2} \quad (\text{B.77})$$

となる。

$v_d^n > 0$ のとき、(B.68),(B.71) より、

$$d_{02} = \frac{\frac{T_L^n - T_S^n}{\Delta\psi_d} - \frac{T_S^n - T_{SS}^n}{\Delta\psi_{dd}}}{\Delta\psi_d + \Delta\psi_{dd}} \quad (\text{B.78})$$

$$\text{where } \Delta\psi_{dd} \equiv \frac{\Delta\psi_S + \Delta\psi_{SS}}{2}$$

付 録 B 高精度移流スキーム

(B.74),(B.75) より、

$$d_{20} = \frac{\frac{T_{SE}^n - T_S^n}{\Delta\mu_r} - \frac{T_S^n - T_{SW}^n}{\Delta\mu_l}}{\Delta\mu_r + \Delta\mu_l} \quad (B.79)$$

となり、 $v_d^n < 0$ のとき、(B.69),(B.70) より、

$$d_{02} = \frac{\frac{T_N^n - T_L^n}{\Delta\psi_u} - \frac{T_L^n - T_S^n}{\Delta\psi_d}}{\Delta\psi_u + \Delta\psi_d} \quad (B.80)$$

(B.72),(B.73) より、

$$d_{20} = \frac{\frac{T_E^n - T_L^n}{\Delta\mu_r} - \frac{T_L^n - T_W^n}{\Delta\mu_l}}{\Delta\mu_r + \Delta\mu_l} \quad (B.81)$$

となる。

$u_d^n > 0$ のとき、(B.73),(B.75) より、

$$d_{10} = \frac{\Delta\psi_S(T_L^n - T_W^n) + \Delta\psi_L(T_S^n - T_{SW}^n)}{2\Delta\psi_d\Delta\mu_l} + d_{20}\Delta\mu_l \quad (B.82)$$

$$d_{11} = \frac{T_L^n - T_S^n - T_W^n + T_{SW}^n}{\Delta\psi_d\Delta\mu_l} \quad (B.83)$$

となり、 $u_d^n < 0$ のとき、(B.72),(B.74) より、

$$d_{10} = \frac{\Delta\psi_S(T_E^n - T_L^n) + \Delta\psi_L(T_{SE}^n - T_S^n)}{2\Delta\psi_d\Delta\mu_r} - d_{20}\Delta\mu_r \quad (B.84)$$

$$d_{11} = \frac{T_E^n - T_{SE}^n - T_L^n + T_S^n}{\Delta\psi_d\Delta\mu_r} \quad (B.85)$$

となる。

$\bar{T}_l^n$ は図 B.2 の斜線の領域での T^n の平均値であるから、

$$\xi_l^n = \frac{u_l^n}{h_{\mu l}}, \eta_l^n = \frac{v_l^n}{h_{\psi l}} \quad (B.86)$$

とおくと、

$$\begin{aligned} \bar{T}_l^n &= \frac{a}{\xi_l^n \Delta t \Delta \psi_L} \left[\int_{\psi_L - \Delta \psi_L / 2}^{\psi_L + \Delta \psi_L / 2} \int_{\mu_l - \xi_l^n \Delta t}^{\mu_l} T^n d\mu d\psi \right. \\ &\quad \left. + \int_{\psi_L - \Delta \psi_L / 2 - \eta_l^n \Delta t}^{\psi_L - \Delta \psi_L / 2} \int_{\mu_l - \xi_l^n \Delta t}^{\mu_l + \frac{\xi_l^n}{\eta_l^n} (\psi - \psi_L + \Delta \psi_L / 2)} \{T^n(\psi) - T^n(\psi + \Delta \psi_L)\} d\mu d\psi \right] \\ &= c_{00} - \frac{1}{2} \eta_l^n \Delta t c_{01} + \left[\frac{1}{12} \Delta \psi_L^2 + \frac{1}{3} (\eta_l^n \Delta t)^2 \right] c_{02} \\ &\quad - \frac{1}{2} \xi_l^n \Delta t c_{10} + \frac{1}{3} (\xi_l^n \Delta t)^2 c_{20} + \frac{1}{3} \xi_l^n \eta_l^n \Delta t^2 c_{11} \end{aligned} \quad (B.87)$$

となる (ここでは $u_l^n > 0, v_l^n > 0$ の場合のみ示したが、 u_l^n, v_l^n の符号によらず結果は同じである)。 $\bar{T}_d^n$ も同様にして、

$$\begin{aligned} \bar{T}_d^n &= d_{00} - \frac{1}{2} \eta_d^n \Delta t d_{01} + \frac{1}{3} (\eta_d^n \Delta t)^2 d_{02} \\ &\quad - \frac{1}{2} \xi_d^n \Delta t d_{10} + \left[\frac{1}{12} \Delta \mu_L^2 + \frac{1}{3} (\xi_d^n \Delta t)^2 \right] d_{20} + \frac{1}{3} \xi_d^n \eta_d^n \Delta t^2 d_{11} \end{aligned} \quad (B.88)$$

*CCSR モデルでは 1/2 になっている

†CCSR モデルでは 1/4 になっている

となる。ここに、

$$\xi_d^n = \frac{u_d^n}{h_{\mu d}}, \eta_d^n = \frac{v_d^n}{h_{\psi d}} \quad (\text{B.89})$$

とした。

従って、

$$\begin{aligned} \hat{T}_l^n &= c_{00} - \frac{1}{2} \xi_l^n \Delta t c_{10} + \left[\frac{1}{3} (\xi_l^n \Delta t)^2 - \frac{\Delta \mu_l^2}{12} \right] c_{20} \\ &\quad - \frac{1}{2} \eta_l^n \Delta t c_{01} + \frac{1}{3} (\eta_l^n \Delta t)^2 c_{02} + \frac{1}{3} \xi_l^n \eta_l^n \Delta t^2 c_{11} \end{aligned} \quad (\text{B.90})$$

$$\begin{aligned} \hat{T}_d^n &= d_{00} - \frac{1}{2} \eta_d^n \Delta t d_{01} + \left[\frac{1}{3} (\eta_d^n \Delta t)^2 - \frac{\Delta \psi_d^2}{12} \right] d_{02} \\ &\quad - \frac{1}{2} \xi_d^n \Delta t d_{10} + \frac{1}{3} (\xi_d^n \Delta t)^2 d_{20} + \frac{1}{3} \xi_d^n \eta_d^n \Delta t^2 d_{11} \end{aligned} \quad (\text{B.91})$$

となる。

最後に、境界条件の与え方について述べる。当然のことであるが、格子境界でのトレーサの値を二次補間によって求めるとき、陸の点の値が必要になる場合がある。そのような場合、陸の点の値は近傍の海の点を用いて適当に決めなければならない。一般に海洋モデルでは、海陸の境界でトレーサのフラックスがないものとしており、境界でトレーサの勾配がないことを適切に表現するような与え方が望ましい。

格子境界 l でのトレーサの値を計算する際、W, L は陸ではありえず、従って、N と S の両方、NW と SW の両方が陸になることはありえない。N, S のいずれか一方が陸であるとき L の中央を海陸境界が走っているのであるから、N, L, S の 3 点を用いて 2 次補間を行なった結果、L での勾配がゼロとなるように N あるいは S の値を仮定する。すなわち、

$$(T_N^n - T_L^n) \Delta \psi_d^2 = (T_S^n - T_L^n) \Delta \psi_u^2 \quad (\text{B.92})$$

とする。NW, SW のいずれか一方が陸であるときは

$$(T_{NW}^n - T_W^n) \Delta \psi_d^2 = (T_{SW}^n - T_W^n) \Delta \psi_u^2 \quad (\text{B.93})$$

とする。WW が陸であるときには、

$$(T_{WW}^n - T_W^n) \Delta \mu_l^2 = (T_L^n - T_W^n) \Delta \mu_l^2 \quad (\text{B.94})$$

E が陸であるときには、

$$(T_E^n - T_L^n) \Delta \mu_l^2 = (T_W^n - T_L^n) \Delta \mu_r^2 \quad (\text{B.95})$$

とする。

格子境界 d についても同様にする。

[‡]CCSR モデルでは 1/2 になっている

[§]CCSR モデルでは 1/4 になっている

付 録 C 一般直交曲線座標格子の使用

ここでは、球面座標を用いず、一般直交曲線座標格子を使用する場合に利用者が知っておくべき事柄について概説する。

C.1 概要

海洋モデルにおいては陸地の計算はしないので南極点に関する大きな問題は生じない。しかし、海洋内部の 1 点に経線が集中する北極点については問題がある。まず、北極点をとりまく U-box とその北側にある T-box の位置関係が基本的に特異であるため、物理量の時間発展の差分計算をそこだけ特別な方法で行う必要がある。次に、北極点に接していなくてもその近傍では東西方向の格子間隔が極めて小さい。このため CFL 条件によって、積分タイムステップを小さくせざるを得ず、それは計算所要時間の増大に直接反映する。また低緯度と北極域での格子間隔が極端に異なる場合、拡散・粘性等の計算スキームやパラメータを全領域で一律に適用することができない。

北極に関するこのような問題を回避するための方法として以下が考えられる。1) 北極に巨大な島を作ってしまう。または、北極点周辺領域での数値計算を放棄し、気候値等を側面境界条件として与える。2) 高緯度で、経度方向の平均操作を加える（極フィルター）。3) モデルの格子系を変えることにより、モデルの極が大陸もしくは巨大な島の中におさまるようにする。以上の三つの方法はすべて MRI.COM で利用可能である。この節では 3) に関連して必要になる事項について説明する。

MRI.COM のコードは一般直交座標系を前提とするものに書き換えられた。これにより、海洋内部の数値計算においては、地理的緯度 (ϕ)・経度 (λ) について意識する必要はなく、直交座標格子であることが保証されていれば、モデルの両極を任意の地点に置くことができる。

しかし数値計算を始める前に、 $\lambda \cdot \phi$ の関数として与えられる海陸分布・水深・スケールファクター・コリオリパラメータ等を、モデルで採用する座標系の格子点値として求めておく作業が不可欠である。モデルの両極の位置を任意に設定し、直交座標格子系を生成する方法について C.2 で説明する。そこでは地理座標格子系 (λ, ϕ) に広義の等角写像を適用することでモデル座標格子系 (μ, ψ) を生成する。同時に関数関係 $\lambda(\mu, \psi), \phi(\mu, \psi)$ および $\mu(\lambda, \phi), \psi(\lambda, \phi)$ を得る。

大気境界条件は多くの場合地理座標格子点値として与えられるので、海面気温・風応力等の変換形式をあらかじめ準備しておく必要がある。ベクトル量についてはモデル座標の縦・横方向が地理的な南北・東西と異なることを考慮しなければならない。これについて C.3 で解説する。スカラー量については水深やコリオリパラメータと同様に $(\lambda, \phi) \longleftrightarrow (\mu, \psi)$ の関係を使えばよいが大気が海洋に与えるフラックスと海洋が受け取るフラックスが総量で一致することが求められる。その実現方法について C.4 で検討する。

C.2 モデルの極を任意の位置に移動して直交座標系を生成する

球面上から北極点で球面に接する平面への投影（ポーラステレオ図法）は広義の等角写像である。この平面において複素平面上の等角写像を考えることができる。そこで、球面上の点 → 北極点で球面に接する複素平面上の点 → 等角写像によって得られる複素平面上の点 → 球面上の点、という手順で直交座標系格

付録C 一般直交曲線座標格子の使用

子点を得ることができる (Bentzen et al., 1999)。ここでは、複素平面上の等角写像として一次分数変換を用いた例を示す。

数値計算で使用するモデル座標系 $(\mu, \psi) : \mu \in [0, 2\pi], \psi \in [-\pi/2, \pi/2]$ について、まず $\psi \rightarrow \pi/2 - \psi$ とする。つまり、モデルの北極を $\psi = 0$ 、モデル南極を $\psi = \pi$ とする ($\psi \in [0, \pi]$)。

モデル座標上の点 (μ, ψ) は、北極点で球面に接する複素平面上の点

$$\zeta = \tan\left(\frac{\psi}{2}\right) e^{i\mu} \quad (\text{C.1})$$

に投影される。一次分数変換を用いて

$$z = \frac{b\zeta(c-a) + a(b-c)}{\zeta(c-a) + (b-c)} \quad (\text{C.2})$$

z を球面上の座標で表示すると、

$$\lambda = \arg(z), \quad \phi = 2 \arctan |z| \quad (\text{C.3})$$

を得る。ここで

$$a = \tan\left(\frac{\phi_a}{2}\right) e^{i\lambda_a}, \quad b = \tan\left(\frac{\phi_b}{2}\right) e^{i\lambda_b}, \quad c = \tan\left(\frac{\phi_c}{2}\right) e^{i\lambda_c} \quad (\text{C.4})$$

はそれぞれモデル座標の北極、南極、 $(0, \frac{\pi}{2})$ に対応する地理座標 (λ, ϕ) 上の位置に対応する。

以上から、関数 $\lambda(\mu, \psi)$ 、 $\phi(\mu, \psi)$ が得られる。ただし、一般的な緯度表示にもどすために $\phi \rightarrow \pi/2 - \phi$ とする。こうして、モデル格子点がたとえば $(\Delta\mu \times i, \Delta\psi \times j)$ で与えられれば、その点の地理的な位置がただちに得られる。

変換を逆にたどれば、すなわち

$$z = \tan\left(\frac{\phi}{2}\right) e^{i\lambda} \quad (\text{C.5})$$

$$\zeta = \frac{(z-a)(b-c)}{(c-a)(b-z)} \quad (\text{C.6})$$

$$\mu = \arg(\zeta), \quad \psi = 2 \arctan |\zeta| \quad (\text{C.7})$$

として、関数 $\mu(\lambda, \phi)$ 、 $\psi(\lambda, \phi)$ を得る。(C.2) 式と (C.6) 式は同じ変換をあらわすことに注意。

References

Bentzen, M., G. Evensen, H. Drange, and A.D. Jenkins, 1999: Coordinate transformation on a sphere using conformal mapping, *Mon. Wea. Rev.*, **127**, 2733-2740.

C.3 ベクトルの回転角

地理座標 (λ, ϕ) 上のベクトルをモデル座標 (μ, ψ) から見たときの回転角について。

$$z = f(\zeta), \quad z = x + iy, \quad \zeta = u + iv \quad (\text{C.8})$$

とすると、

$$f'(\zeta) = \frac{\partial x}{\partial u} + i \frac{\partial y}{\partial u} = \frac{\partial y}{\partial v} - i \frac{\partial x}{\partial v} \quad (\text{C.9})$$

である。

$z_0 = f(\zeta_0)$ において、曲線 $v = v_0$ が直線 $y = y_0$ に対してなす角を θ とすると、

$$\tan \theta = \left[\frac{\partial y}{\partial x} \right]_{v_0} = \left[\frac{\partial y}{\partial u} / \frac{\partial x}{\partial u} \right]_{v_0}$$

から

$$\theta = \arg(f'(\zeta_0)) \quad (\text{C.10})$$

であることがわかる (図 C.1 参照)。

$\lambda = \arg(z)$, $\mu = \arg(\zeta)$ とする。 ζ_0 において、直線 ($v = v_0$) が直線 ($\mu = \mu_0$) に対してなす角は $-\mu_0$ であり、 z_0 において、直線 ($\lambda = \lambda_0$) が曲線 ($v = v_0$) に対してなす角は $\lambda_0 - \theta$ であるから、結局、 $\lambda\phi$ 座標の経線 ($\lambda = \lambda_0$) が $\mu\psi$ 座標の経線 ($\mu = \mu_0$) に対してなす角は、

$$\lambda_0 - \mu_0 - \theta \quad (\text{C.11})$$

となる。

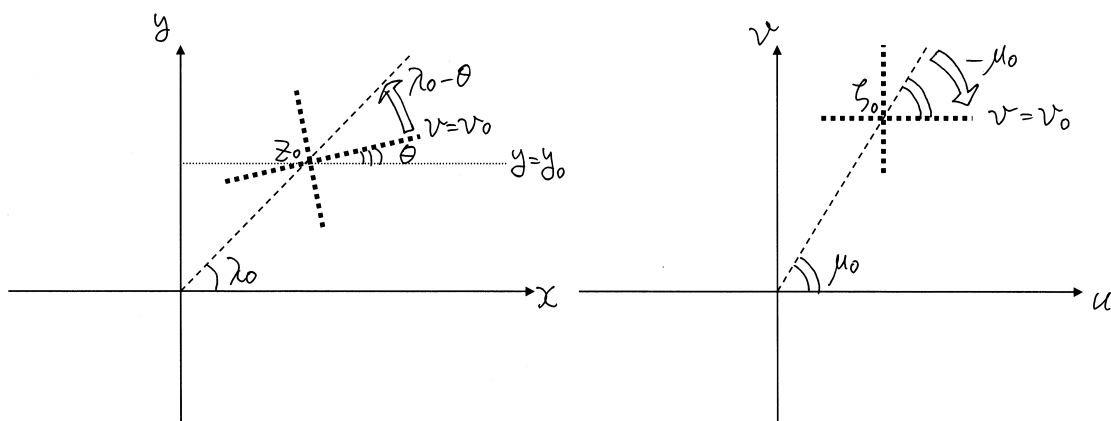


図 C.1: (λ, ϕ) 座標系 (左) と (μ, ψ) 座標系 (右) におけるそれぞれの経線の関係。

C.4 地理座標格子からモデル座標へ物理量を移す

地理座標格子 $G_{I,J}$ 、モデル座標格子 $H_{M,N}$ をそれぞれ適当に細分したものを $G_{i,j}$ 、 $H_{m,n}$ とし、フィルター格子と呼ぶことにする。 $G_{I,J}$ にフラックス $F_{I,J}$ が与えられたとき、 $G_{I,J}$ のカバーする領域内の $G_{i,j}$ について、

$$F_{i,j} = F_{I,J}$$

としておき、 $H_{m,n}$ 格子に最も近い $G_{i,j}$ 格子のフラックス値を $H_{m,n}$ 格子のフラックスとする。

$$F_{m,n} = F_{i(m,n),j(m,n)} \quad (\text{C.12})$$

$H_{M,N}$ のカバーする領域内の全ての $F_{m,n}$ について面積重み付き平均をとり、それを $H_{M,N}$ 格子に与えるフラックスとする（図 C.2 参照）。

$$F_{M,N} = \frac{1}{\text{面積}(H_{M,N})} \sum_{m,n} F_{m,n} \times \text{面積}(H_{m,n}) \quad (\text{C.13})$$

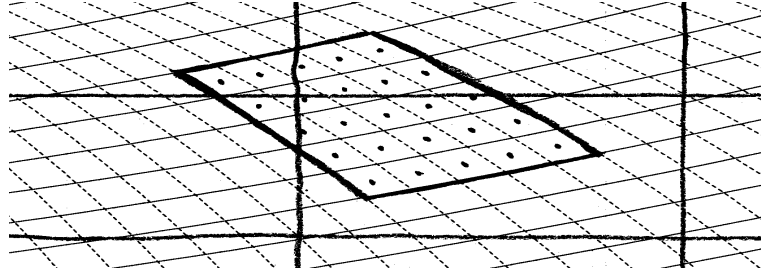


図 C.2: 地理座標格子とモデル座標格子をそれぞれ細分する。

$G_{i,j}$ 、 $H_{m,n}$ を極限まで細かくすると、地理格子上で与えられたフラックスの総量はモデル格子上で保存されるはずである。そのときのモデル格子上のフラックス分布を $F_{M,N}^\infty$ とおく。実際に $1^\circ \times 1^\circ$ 程度の地理座標格子で定義された物理量を同様な解像度のモデル格子に与える方法を考える。

1) 細かい（たとえば $1/100^\circ \times 1/100^\circ$ ）フィルター格子を使って、各 $H_{M,N}$ 格子と $G_{I,J}$ 格子との面積重み付き対応関係をあらかじめ計算しておく。 $w(M,N,I,J)$ を配列としてもっておけばよい。

$$F_{M,N} = \sum_{I,J} w_{M,N,I,J} \times F_{I,J}$$

2) フィルター格子を適当に粗く設定し、 (m,n) 格子に最も近い (i,j) 格子をあらかじめ求め、配列 $i(m,n), j(m,n)$ としてもっておく。この場合は (C.13) 式を毎回計算する。

モデル格子上のフラックス $F_{M,N}$ を計算するとき、1) の方法では、モデル格子の解像度に応じて必要な配列の大きさと演算量が大きくなる。2) の方法によれば、主にフィルター格子の解像度によって配列の大きさと演算量が決まる。2) は、求められるフラックスの精度によってフィルター格子の設定を細かくすればよく、高解像度モデル向きと考えられる。

フィルター格子間隔のオーダーとフラックス誤差のオーダーは、ほぼ比例関係になる。

付 録 D ネスティング

MRI.COM において one-way ネスティングで計算できるようにした。ここでは、モデルの作成方法と、MRI.COM に組み込んだプログラムの解説を行なう。

D.1 特徴

モデルは親モデルと子モデルのやりとりを off-line で行なう。つまり、まず親モデルを実行して境界値をファイルに出力し、子モデルはそのファイルから境界値を読み込みながら実行する。

親モデルとしては、子モデルで見たい現象を表現するのに十分な境界条件を与えられるようなものを作成し、その内部に子モデルを設定する。子モデルの本計算領域（コア部分とも呼ぶ、図 D.1 の陰影部）は親モデル内の T-点を通る四角形で囲むように設定し、その外側に速度格子を 2 個ずつとって（マージンまたはのりしろとも呼ぶ、図 D.1 の陰影部のすぐ外側で印のある範囲）、親モデルからの境界条件を与える。トレーサーは本計算領域を囲む四角形上の点と一つ外側の線上の点、速度は外側の 2 格子点で、親モデルの値を使った内挿値で毎ステップ置き換える（input interface、図 D.1）。

親モデルで出力する境界値は、上記子モデルのマージンの値を求めるのに必要な 2 列、および親モデルにとって、子モデルの境界から一つ内側の U-box までを親モデルの値で内挿するために必要な、内側のもう 1 列の計 3 列である（北側の境界用としては、図 D.1 の T1-T3, U1-U3 が出力される）。

D.2 親モデル

親モデル側では、モデル作成の際に特に気をつけることはない。但し、子モデルは、親モデルに対して奇数比でネストするので、子モデルの解像度を考慮した解像度を持つ必要がある。1:3 か 1:5 を用いることが望ましい。

親モデルからは、子モデル用に次のファイルが出力される。ファイル名は、`parinit.F90` で `namelist` から読み込む。

- トレーサー等を含む傾圧用境界データ、東西南北端（3 列ずつ）
- 順圧用境界データ、東西南北端（3 列ずつ）
- 親モデルの海陸インデックス（全領域）
- 親モデルの緯度・経度（全領域）

境界データは 1 日毎程度の更新でも子モデルは十分に動く。境界データ用ディスクスペースは確保しておいた方良い。

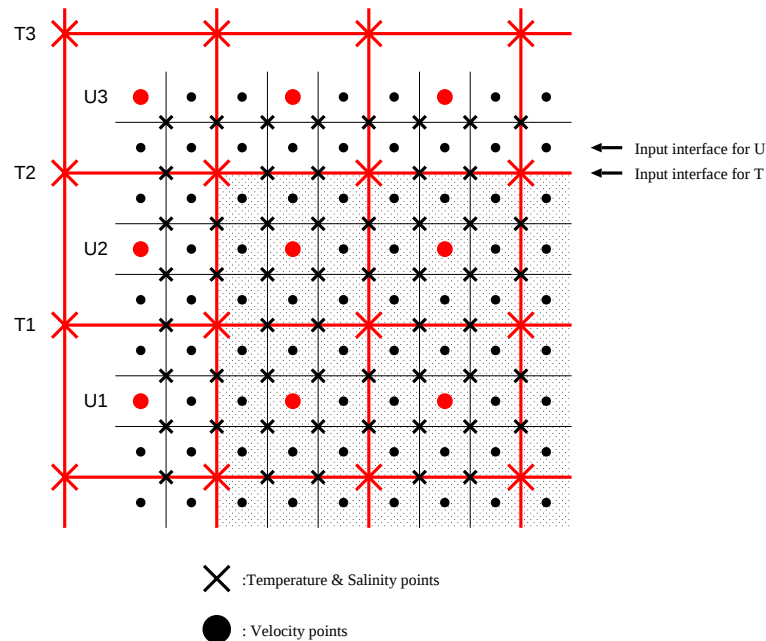


図 D.1: 親モデル（大きい印）と子モデル（小さい印）の格子点の関係。陰影をつけているのは、子モデルの計算領域。この領域の境界にあたる T-点とその外側の2つ分の速度格子にある物理量（印のある範囲：マージンと呼ぶ）を親モデルからのもので置き換える。北境界においては、親モデルからは T1 - T3, U1 - U3 の行にある格子点の値が子モデルの格子点値内挿用に入出力される。

D.3 子モデル

D.3.1 用意するデータ

- トレーサー等を含む傾圧用境界データ、東西南北端（3列ずつ）
- 順圧用境界データ、東西南北端（3列ずつ）
- 親モデルの海陸インデックス（全領域）
- 親モデルの緯度・経度（全領域）
- 格子点間隔データ（可変格子の場合）
- 境界付近における、親モデルの寄与率
- 水平粘性/拡散係数分布

順圧用境界データ作成にあたっては、次のことに注意する。自由表面スキームでは time filtering を行うために求めたい時刻の少し先まで計算を行うことが多い。このため、親モデルで出力されるデータより少なくとも1ステップ分余分のデータが子モデル実行時には必要になる。例えば、気候値ランでは1年分の境界値をひとつのファイルに用意して最後のデータを読んだら2番目のデータに戻る、時間継続ランでは親モデルの次の年の実行時の出力ファイルから2番目のデータを取ってきて最後に付け加える、などの対処法が考えられる。

D.3.2 作成

子モデル実行時に読み込まれるデータのうち、利用者が作成するものについて作成方法を簡単に解説する。

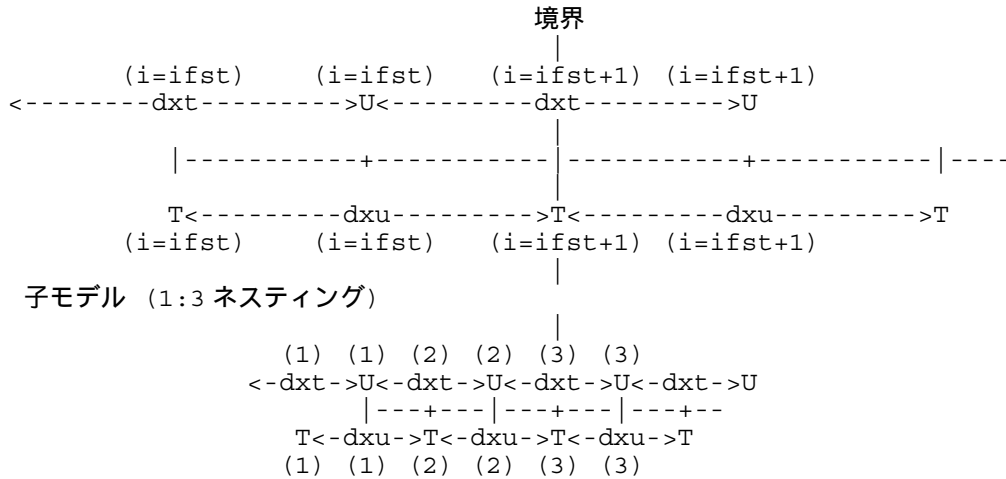
水平格子点情報の作成

鉛直方向には親と同じ格子点、水平方向にネスティングを行う。子モデルは親モデルの U 点間隔を均等分割する。また、子モデルで東西南北端のうち、いずれかが全て陸であっても、U 格子 2 つ分をのりしろにとる。

分割方法

子モデルは親の dxt (U 点間隔: モデルの変数名は $dxtdeg$) を均等分割する。
子モデルでは U 格子 2 つ分をのりしろにとる
(東西南北のいずれかが全て陸であっても)

親モデル ($ifst$ は、境界値内挿に必要な西端の格子点番号)



格子点間隔情報ファイルの作成 (可変格子の場合)

```
integer(4), parameter :: imut = 535, jmut = 431 : 子モデルの格子点数
integer(4), parameter :: ivgrid = 57 : 任意
real(8) :: dxt(imut), dyt(jmut) : モデルでは dxtdeg, dytdeg にあたる

write(ivgrid) (dxt(i), i=1, imut), (dyt(j), j=1, jmut)
```

子モデルの海岸・海底地形を作成

流量等に不連続が生じないようにするため、境界付近では、親モデルと同様の海岸・海底地形をもつ必要がある。子モデルでは、本計算領域の境界線 (T-点を結ぶ) から、外側に親モデル U-box 1 つ分、内側に親モデル U-box 2 つ分の領域で親モデルと地形が一致していなくてはならない。

境界領域での親モデルと子モデルの寄与率を決める 境界領域での親モデルからの内挿値と子モデルにおける計算値の寄与率を決める。境界の内側で子モデルと親モデルを適当に重みをかけて滑らかにつなげられるように考えて作ったが、親モデルの寄与を “input interface” で 1、それ以外で 0 とするのを推奨する。

付録D ネスティング

境界領域での親子の寄与率

```
integer(4), parameter :: imut = 535, jmut = 431      : 子モデルの格子点数
integer(4), parameter :: ibuffer = 57                : 任意
real(8) :: wbuft(imut,jmut),wbufu(imut,jmut)

write(ibuffer) wbuft, wbufu
```

子モデルの水平粘性/拡散係数分布を作成

境界付近で、親モデルと同じ粘性/拡散係数、内部では子モデルで使用したい粘性/拡散係数となるような分布を作る。

境界領域での親子の寄与率

```
integer(4), parameter :: imut = 535, jmut = 431      : 子モデルの格子点数
integer(4), parameter :: ihdtsuv = 57                : 任意
real(8) :: hdtst(imut,jmut),hdvuv(imut,jmut)

write(ihdtsuv) hdtst, hdvuv
```

D.4 実行

D.4.1 コンパイル

親モデルのコンパイルオプションは PARENT、子モデルのコンパイルオプションは SUB である。rigid-lid には対応していない。その他のオプションは利用可能。

以下、利用者が直接指定しなければならない変数等があるプログラムについて、変数名等を解説する。

親モデル

parapar.F90 で定義する定数

```
ifst = 35      : 親モデルのうち、境界値を出力する領域の西端格子番号 (T 点)
ifed = 157     : 親モデルのうち、境界値を出力する領域の東端格子番号 (T 点)
jfst = 61      : 親モデルのうち、境界値を出力する領域の南端格子番号 (T 点)
jfed = 159     : 親モデルのうち、境界値を出力する領域の北端格子番号 (T 点)
```

```
ipare = ifed - ifst + 1, jpare = jfed - jfst + 1
... 子モデル用境界値として出力する総格子点数
```

```
iouts = 1, ioutn = 0, ioutw = 1, ioute = 1
南側 (s)、北側 (n)、西側 (w)、東側 (e) で境界値を出力するか否か
(1: 出力、0:出力せず)
```

子モデル

parasub.F90 で定義する定数
 ipmut, jpmut: 親モデルの格子点数
 ifst, ifed, jfst, jfed: 子モデルで使用する親モデルの格子点範囲
 (T 点で考える ... parapar.F90 と同じ)
 ipare, jpare: 子モデル用境界値として出力する総格子点数
 (... parapar.F90 と同じ)
 nbs, nbn, nbw, nbe: 子モデルにおいて親モデルの境界値を補間して格納する格子点数

```
ex.
nbs=7, nbn=5, nbw=7, nbe=5
7: 5 対 1 ネスティング
5: 3 対 1 ネスティング
のりしろを 2 つ残しその内側に分割数分とる
```

iouts, ioutn, ioutw, ioute: 南側 (s)、北側 (n)、西側 (w)、東側 (e) で境界値を読み込むか否か
 (1: 読み込む、0:読み込まず)

```
ex.
iouts=1, ioutn=0, ioutw=1, ioute=1
```

intbcl, intbtr: 境界値を読みに行く時間間隔 (秒)

```
ex.
intbcl = 21600, intbtr = 21600
```

D.4.2 実行

境界データのファイル名を格納する文字列変数については、commpar.F90、parinit.F90、commsub.F90、subinit.F90 を参照。装置番号はモデル内で自動的に割り付けられる。ファイル名は namelist で読み込む。

親モデル

parinit.F90 で読み込まれる namelist

付 録 D ネスティング

— njobpar —

nwrtpc : 傾圧成分の境界値を出力するタイムステップ数間隔
nwrtpb : 順圧成分の境界値を出力するタイムステップ数間隔
ircfst : 積分開始時に対応する境界データのレコード番号 (傾圧成分)
irtfst : 積分開始時に対応する境界データのレコード番号 (順圧成分)
ibfirst : 初期値を境界値として出力するか否か
(1: 出力 (積分開始時など), else: 出力せず)

— outflpar —

file_btrs : 順圧成分の境界値ファイル (南端)
file_btrn : 順圧成分の境界値ファイル (北端)
file_btrw : 順圧成分の境界値ファイル (西端)
file_btre : 順圧成分の境界値ファイル (東端)
file_bcls : 傾圧成分の境界値ファイル (南端)
file_bcln : 傾圧成分の境界値ファイル (北端)
file_bclw : 傾圧成分の境界値ファイル (西端)
file_bcle : 傾圧成分の境界値ファイル (東端)
file_lidx : 親モデルの海陸インデックス
file_pgrd : 親モデルの緯度経度

子モデル

subinit.F90 で読み込まれる namelist

— njobsub —

ircfst : 積分開始時に対応する境界データの番号 (傾圧)
irtfst : 積分開始時に対応する境界データの番号 (順圧)
ircend : 境界データの最後の番号 (傾圧)。越えたら 2 番目に戻る
irtend : 境界データの最後の番号 (順圧)。越えたら 2 番目に戻る

— inflsub —

file_btrs : 順圧成分の境界値ファイル (南端)
file_btrn : 順圧成分の境界値ファイル (北端)
file_btrw : 順圧成分の境界値ファイル (西端)
file_btre : 順圧成分の境界値ファイル (東端)
file_bcls : 傾圧成分の境界値ファイル (南端)
file_bcln : 傾圧成分の境界値ファイル (北端)
file_bclw : 傾圧成分の境界値ファイル (西端)
file_bcle : 傾圧成分の境界値ファイル (東端)
file_bwgt : 境界領域での親モデルと子モデルの寄与率
file_bhdf : 子モデルの水平粘性/拡散係数分布
file_lidx : 親モデルの海陸インデックス
file_pgrd : 親モデルの緯度経度

D.5 サブプログラムの関係

Parent Model

```

ogcm__ini (ogcm.F90)

  parinit (parinit.F90)                                ... initialize parent model
  if (ibfirst == 1)
    | outstro (outstro.F90)
    | outntro (outntro.F90)
    | outwtro (outwtro.F90)
    | outetro (outetro.F90)                                ... output boundary data
    |                                     of the initial state
    | outsccli (outsccli.F90)
    | outncli (outncli.F90)
    | outwcli (outwcli.F90)
    | outeccli (outeccli.F90)

ogcm__run (ogcm.F90)

  outmrgnt (outmrgnt.F90)                                ... output boundary data
  if (mod(nnmats,nwrtpt)==0)                                for barotropic equation
    | outstro (outstro.F90)
    | outntro (outntro.F90)
    | outwtro (outwtro.F90)
    | outetro (outetro.F90)

  outmrgn (outmrgn.F90)                                ... output boundary data
  if (mod(nnmats,nwrtpc)==0)                                for baroclinic equations
    | outsccli (outsccli.F90)
    | outncli (outncli.F90)
    | outwcli (outwcli.F90)
    | outeccli (outeccli.F90)

```

図 D.2: 親モデル

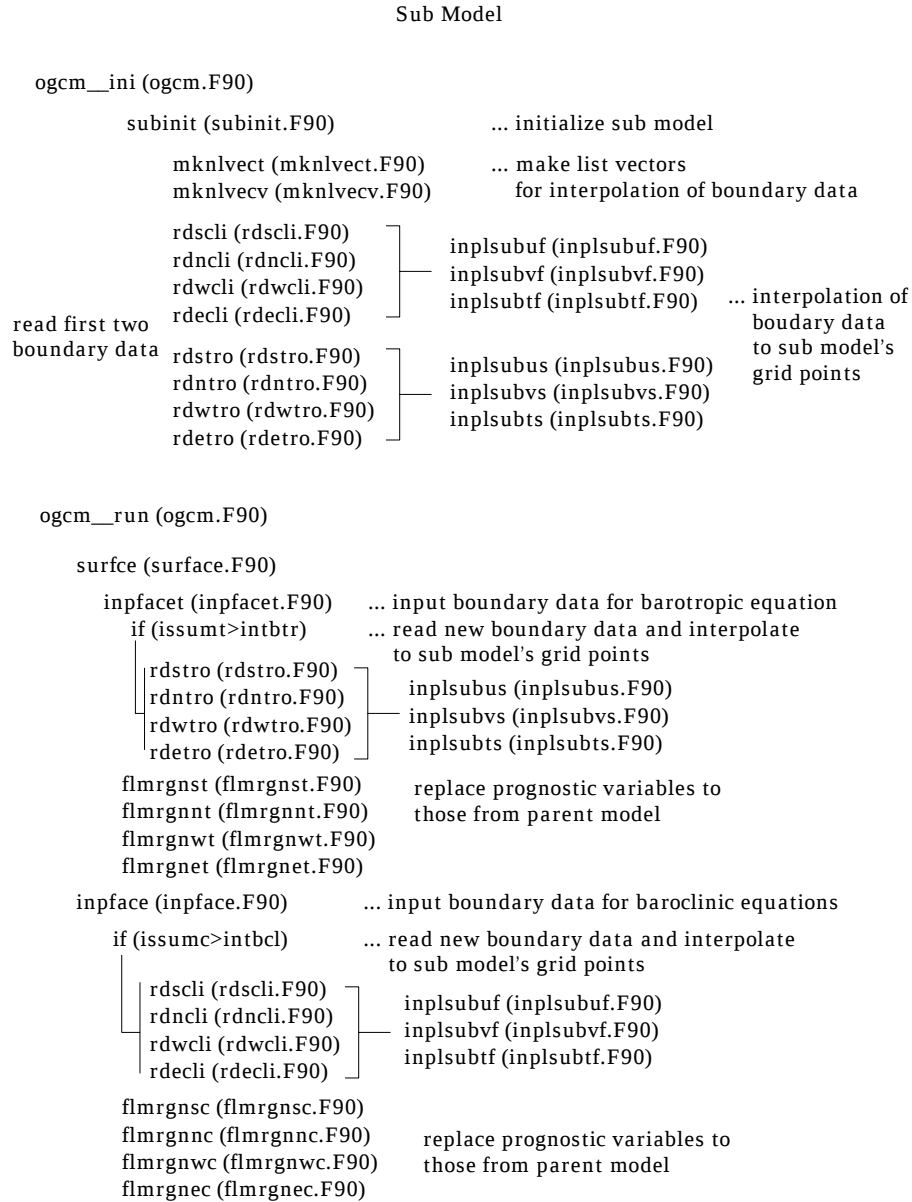


図 D.3: 子モデル

付 録 E 変数名解説

モジュールで定義される変数の配置と意味について解説する。変数名等は MRI.COM ver. 2.0.20 に準拠している。

図 E.1 に、この解説で使用する格子点位置の記号を示した。U-box は水平に 4 分割され、T-point を A, U-point を E と定義する。鉛直方向には、速度やトレーサが定義される点を M とする。

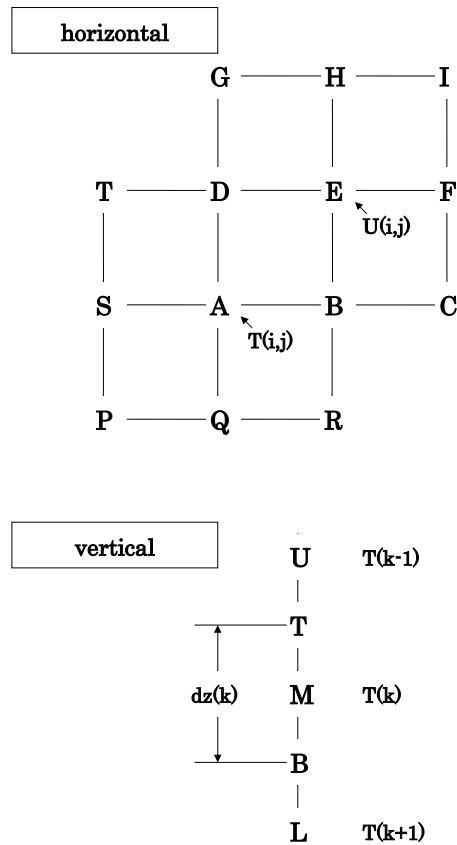


図 E.1: 変数名解説で利用する格子点名

モジュールに存在する変数リスト

変数名	型	次元	意味	水平	鉛直	単位	時間変化	備考	オプション	モジュール名
a bl	real(8)	imx,imx	U点左下1/4格子単位的面積	ABED		cm ²	×			oc mod boundary
a br	real(8)	imx,imx	U点右下1/4格子単位的面積	BCFE		cm ²	×			oc mod boundary
a tl	real(8)	imx,imx	U点左上1/4格子単位的面積	DEHG		cm ²	×			oc mod boundary
a tr	real(8)	imx,imx	U点右上1/4格子単位的面積	EFIH		cm ²	×			oc mod boundary
a0iceo	real(8)	imx,imx	海水密度	A			n+1		ICE	oc mod common
aa	real(8)	imxr,imxr	層圧満度方程式を緩和法を用いて解くときに使用する係数			cm	×		IFREESURFACE	oc mod boundary
aar	real(8)	imxr,imxr	層圧満度方程式を緩和法を用いて解くときに使用する係数			cm ⁻¹	×		IFREESURFACE	oc mod boundary
abtm	real(8)	1	海底摩擦の係数				×	1.225 × 10 ⁻³		oc mod param
ad	real(8)	1	等密度面間(diapycnal)拡散係数			cm ² s ⁻¹	×		ISOPYCNAL	oc mod jobpar
aday	real(8)	km	離陸分日		M	day	n			oc mod common
adtdi	real(8)		海水の運動方程式の積分時間間隔 (namelistより)			min	×		ICE	oc mod common
adttr	real(8)	1	自由表面方程式の一回分の時間ステップ(分)			min	×		FREESURFACE	oc mod jobpar
adtts	real(8)	1	トレーサ方程式の時間ステップ(分)			min	×			oc mod jobpar
aexl	real(8)	imx,imx,km	U-box の海陸インデックス: 1(海),0(陸)	E		-	×			oc mod boundary
aexlbb1	real(8)	imx,imx,kbb1	U-box の海陸インデックス: 1(海),0(陸)	E		-	×		BBL	oc mod boundary
afr	real(8)		フラックスデータがあたえられる場合の後のデータの重み				○			oc mod timestep
ahour	real(8)	km	離陸分時間		M	hour	n	ここで総積分時間や日付などが管理される		oc mod common
ai	real(8)	1	等密度面拡散係数			cm ² s ⁻¹	×		IFREESURFACE	oc mod jobpar
aic	real(8)	imx,imx	海水密度データ(過去)をモデル格子点に内挿したもの	A			○		ICECLIM	oc mod common
aica	real(8)	imx,imx	海水密度データ(未来)をモデル格子点に内挿したもの	A			○		ICECLIM	oc mod common
aind1	real(8)	imx,imx	U-boxから西に壁が見えるかどうかを示すインデックス:1(あり),0(なし)	D		-	×			oc mod boundary
aind2	real(8)	imx,imx	U-boxから南に壁が見えるかどうかを示すインデックス:1(あり),0(なし)	B		-	×			oc mod boundary
aitd	real(8)	1	Gent&McWilliamsの渦拡散係数			cm ² s ⁻¹	×		ISOPYCNAL	oc mod jobpar
aitdv	real(8)	imx,imx	Gent&McWilliamsの渦拡散係数	E		cm ² s ⁻¹	×	係数に水平分布を持たせることができるが、実際の計算は一樣係数を仮定したやり方になっている	ISOPYCNAL	oc mod jobpar
aiv	real(8)	imx,imx	等密度面拡散係数	E		cm ² s ⁻¹	×	係数に水平分布を持たせることができるが、実際の計算は一樣係数を仮定したやり方になっている	ISOPYCNAL	oc mod jobpar
akh	real(8)		海水の平均層厚(hi)、密度度(a0iceo)の水平拡散係数			cm ² s ⁻¹	×	siinit で namelist から読み込む	ICE	oc mod common
alatt	real(8)	imut	T点における経度	A		degree	×			oc mod modelpar
alatu	real(8)	imut	U点における経度	E		degree	×			oc mod modelpar
alb	real(8)	1	短波放射のアルベド				×		HFLUX	oc mod jobpar
alf	real(8)	1	海水 海水の潜熱			J kg ⁻¹ K ⁻¹	×			oc mod icepar
alo	real(8)	imx,imx	乱流の距離スケール(Mellor and Yamada 用)	A		cm	n->n+1		MELYAM	oc mod common
alont	real(8)	imut	T点における経度	A		degree	×			oc mod modelpar
alonu	real(8)	imut	U点における経度	E		degree	×			oc mod modelpar
alpha	real(8)	1	運動方程式の加速度				×			oc mod jobpar
amhra	real(8)		現在時刻の後の月の時間数			hour	○			oc mod timestep
amhrb	real(8)		現在時刻の前の月の時間数			hour	○			oc mod timestep
anhft	real(8)	imx,imx	T点にとって右上約1/4の面積	ABED		cm ²	×	球面ではSADTとABEDの面積は等しい、	SPHERICAL	oc mod modelpar
apr	real(8)	imx,imx	海水密度	A			n		ICE	oc mod common
ar	real(8)		月平均値を時間内挿するにあたり、後の月の重み				○			oc mod timestep
aratio	real(8)	1	ad/ai				×		ISOPYCNAL	oc mod jobpar
arear	real(8)	imx,imx	U-boxの面積の逆数	E		cm ⁻²	×			oc mod boundary
areat	real(8)	imx,imx,km	T-boxの海岸分の面積	A	M	cm ²	×	陸の面積を除く		oc mod boundary
areat_r	real(8)	imx,imx	T-boxの面積の逆数	A		cm ⁻²	×	陸も含めて計算		oc mod boundary
areat1	real(8)	imx,imx	1層目T-boxの面積	A		cm ²	×	陸のとき0	FREESURFACE	oc mod boundary
areat1r	real(8)	imx,imx	1層目T-boxの面積の逆数	A		cm ⁻²	×	陸のとき0	FREESURFACE	oc mod boundary
areau	real(8)	imx,imx	U-boxの面積	E		cm ²	×			oc mod boundary
areau1	real(8)	imx,imx	1層目U-boxの面積	E		cm ²	×	陸のとき0	FREESURFACE	oc mod boundary
areax	real(8)	imx,imx,km	TS-Boxの東側面の面積	B	M	cm ²		自由表面では時間変化する		oc mod boundary
areaxr	real(8)	imx,imx,km	areaxの逆数	B	M	cm ⁻²		自由表面では時間変化する	UTOPIA	oc mod boundary
areay	real(8)	imx,imx,km	TS-Boxの北側面の面積	D	M	cm ²		自由表面では時間変化する		oc mod boundary
areayr	real(8)	imx,imx,km	areayの逆数	D	M	cm ⁻²		自由表面では時間変化する	UTOPIA	oc mod boundary

モジュールに存在する変数リスト

変数名	型	次元	意味	水平	鉛直	単位	時間変化	備考	オプション	モジュール名
ashft	real(8)	imx,imx	T点にとって右下約1/4の面積	QRB A		cm^2	×	球面ではPOASとQRBの面積は等しい	SPHERICAL	oc mod modelpar
atexl	real(8)	imx,imx,km	T-box の海陸インデックス	A		-	×	T-boxを構成するU-boxのうち少しでも海があれば1		oc mod boundary
atexlbb1	real(8)	imx,imx,kbb1	T-box の海陸インデックス	A		-	×	T-boxを構成するU-boxのうち少しでも海があれば1	BBL	oc mod boundary
avd	real(8)	imx,imx,km	鉛直拡散係数	A	B	cm^2 s^-1	n	海面境界層モデル等時間変化し、大きな拡散係数を取りうる場合に用いる	VVDIMP	oc mod common
avdaj	real(8)	imf,imx,km	不安定成層があったときには拡散係数を10000にする	A	B	cm^2 s^-1	n			oc mod common
avdbq	real(8)	imx,imx,km	狙い海底地形などによる鉛直混合を考慮した質量鉛直拡散	A	B	cm^2 s^-1	×		VMBG3D	oc mod common
avdsl	real(8)	imf,imx,km	混合層モデルによって得られた拡散係数	A	B	cm^2 s^-1	n			oc mod common
avm	real(8)	imx,imx,km	鉛直粘性係数	A	B	cm^2 s^-1	n	海面境界層モデル等時間変化し、大きな拡散係数を取りうる場合に用いる	VVDIMP	oc mod common
avmbg	real(8)	imx,imx,km	狙い海底地形などによる鉛直混合を考慮した質量鉛直粘性	A	B	cm^2 s^-1	×		VMBG3D	oc mod common
avq	real(8)	imx,imx,km	乱流エネルギーの鉛直拡散係数	A	B	cm^2 s^-1	n->n+1		MELYAM	oc mod common
awa	real(8)	imxr,imxr	層圧高度方程式を離散法を用いて解くときに使用する係数			-	×		FREESURFACE	oc mod boundary
ayear	real(8)	km	離散分年		M	year	n			oc mod common
bbldmax	real(8)	1	隅りとの障害が大きい場合はBBLをつけない			cm	×	1000 × 10^2	BBL	oc mod param
bcs	real(8)	1	cos(10degree)				×	海底摩擦で使われる		oc mod modelpar
bfr	real(8)		フラックスデータがあたえられる場合の前のデータの重み				○			oc mod timest
br	real(8)		月平均値を時間内挿するにあたり、前の月の重み				○			oc mod timest
bsn	real(8)	1	sin(10degree)				×	海底摩擦で使われる		oc mod modelpar
c2dtsf	real(8)		渦度方程式を時間発展させる場合に用いる時間ステップ、松野スキームの前半: dtsf, その他: dtsf*2			s	○			oc mod timest
c2dtts	real(8)		トルーサー方程式を時間発展させる場合に用いる時間ステップ、松野スキームの前半: dtts, その他: dtts*2			s	○			oc mod timest
c2dtuv	real(8)		運動方程式を時間発展させる場合に用いる時間ステップ、松野スキームの前半: dtuv, その他: dtuv*2			s	○			oc mod timest
ccf1	real(8)	imx,imx,km	T-boxの水平粘性係数決定用のパラメータ	A	M	cm^3・s^-1	×		SMAGOR	oc mod boundary
ccf1e	real(8)	imx,imx,km	水平粘性係数決定用のパラメータ (U-box東境界)	F	M	cm	×		SMAGOR	oc mod boundary
ccf1n	real(8)	imx,imx,km	水平粘性係数決定用のパラメータ (U-box北境界)	H	M	cm	×		SMAGOR	oc mod boundary
ccf1s	real(8)	imx,imx,km	水平粘性係数決定用のパラメータ (U-box南境界)	B	M	cm	×		SMAGOR	oc mod boundary
ccf1w	real(8)	imx,imx,km	水平粘性係数決定用のパラメータ (U-box西境界)	D	M	cm	×		SMAGOR	oc mod boundary
ccf2	real(8)	imx,imx,km-1	鉛直粘性の計算に使う係数			cm^3・s^-1	×		VVDIMP	oc mod boundary
ccfs	real(8)	imx,imx	粘性項の計算に使用する係数(演算回数を減らすため導入)	A		cm^2	×	BIHARMONIC のとき単位はcm	SMAGOR	oc mod boundary
chf	real(8)	imx,imx	海面での温度場への緩和係数	A	M	s^-1	×			oc mod boundary
chfb	real(8)	imx,imx,km	温度場への緩和係数 (body forcing)	A		s^-1	×			oc mod boundary
chfbc	real(8)	1	body forcing 領域での水温場分への緩和定数			s^-1	×			oc mod modelpar
chfc	real(8)	1	海面での水温場分への緩和定数			s^-1	×			oc mod modelpar
chupa	real(8)	1	0.5+0.25*hupp				×			oc mod jobpar
chupd	real(8)	1	0.25*hupp				×			oc mod jobpar
cne	real(8)	imx,imx,km	運動量移流の計算のための係数(南西・北東方向の斜め移流にかかる)	A	M	-	×			oc mod boundary
co	real(8)	niko	作業配列				×	allocatable; homosal終了時解	IFREESURFACE	oc mod island
co2	real(8)	niko2	Kamenkovichの方法の係数			cm	×	allocatable	IFREESURFACE	oc mod island
coefx	real(8)	imx,imx	格子の東側に海があれば1, 陸なら0	B	M			時間変化はないが層ごとに異なるため毎ステップ計算している		oc mod boundary
coefy	real(8)	imx,imx	格子の北側に海があれば1, 陸なら0	D	M			時間変化はないが層ごとに異なるため毎ステップ計算している		oc mod boundary
cor	real(8)	imx,imx	コリオリパラメータ(UV点)	E		1/s	×			oc mod glatlon
cp	real(8)	1	水の比熱			erg g^-1 K^-1 = cm^2 s^-2 K^-1	×	3.99 × 10^7		oc mod param
cp0	real(8)	1	海水の比熱(MKS)			J kg^-1 K^-1	×			oc mod icepar
cposux	real(8)	imx,imx	cuxtが正なら1, 負なら0	B	M		n		UTOPIA	oc mod ttradv
cposuy	real(8)	imx,imx	cuytが正なら1, 負なら0	D	M		n		UTOPIA	oc mod ttradv
cposvx	real(8)	imx,imx	cvxtが正なら1, 負なら0	B	M		n		UTOPIA	oc mod ttradv
cposvy	real(8)	imx,imx	cvytが正なら1, 負なら0	D	M		n		UTOPIA	oc mod ttradv
cposwz	real(8)	imx,imx	cwztが正なら1, 負なら0	A	B		n		ZQUICKEST	oc mod ttradv
crvsax	real(8)	imx,imx	東向き塩分フラックスを計算するための、格子境界の塩分の値	B			○	QUICK: n ステップの水温を用い、南北方向に3次の多項式を使って補間した値		oc mod common

モジュールに存在する変数リスト

変数名	型	次元	意味	水平	鉛直	単位	時間変化	備考	オプション	モジュール名
crvsay	real(8)	imx,imx	北向き塩分フラックスを計算するための、格子境界の塩分の値	D			○	QUICK: n ステップの塩分を用い、南北方向に3次の多項式を使って補間した値		oc mod common
crvsdx	real(8)	imx,imx	QUICK: n-1 ステップの水溫・塩分の東西方向の二階差分の と +1 との値の差但し格子幅をかけて塩分の次元になっている	B			○	QUICKスキームの(数値)拡散部分: n-1 ステップの水溫を用い、南北方向の3階差分をとった形	UTOPIA	oc mod common
crvsdy	real(8)	imx,imx	QUICK: n-1 ステップの水溫・塩分の東西方向の二階差分の と +1 との値の差但し格子幅を2回かけて塩分の次元になっている	D			○	QUICKスキームの(数値)拡散部分: n-1 ステップの塩分を用い、南北方向の3階差分をとった形	UTOPIA	oc mod common
crvtax	real(8)	imx,imx	東向き水溫フラックスを計算するための、格子境界の水溫の値	B			○	QUICK: n ステップの水溫を用い、東西方向に3次の多項式を使って補間した値		oc mod common
crvtay	real(8)	imx,imx	北向き水溫フラックスを計算するための、格子境界の水溫の値	D			○	QUICK: n ステップの水溫を用い、南北方向に3次の多項式を使って補間した値		oc mod common
crvtdx	real(8)	imx,imx	QUICK: n-1 ステップの水溫・塩分の東西方向の二階差分の と +1 との値の差 但し格子幅をかけて温度の次元になっている	B			○	QUICKスキームの(数値)拡散部分: n-1 ステップの水溫を用い、東西方向の3階差分をとった形	UTOPIA	oc mod common
crvtdy	real(8)	imx,imx	QUICK: n-1 ステップの水溫・塩分の東西方向の二階差分の と +1 との値の差但し格子幅をかけて温度の次元になっている	D			○	QUICKスキームの(数値)拡散部分: n-1 ステップの塩分を用い、東西方向の3階差分をとった形	UTOPIA	oc mod common
cs	real(8)	jmx	U点の緯度の余弦(cos)	E			×		SPHERICAL	oc mod modelpar
cscf	real(8)	1	Smagorinsky 水平粘性係数決定用のパラメータ			-	×	configure.inで設定する調和型で3.0-4.0、倍調和型で2.0-3.0	SMAGOR	oc mod param
cse	real(8)	imx,imx,km	運動量移流の計算のための係数(南東・北西方向の斜め移流にかかるとS点の子午線の回転角の正弦、正弦(モデル座標を基準として左廻りを正)	G	M	-	×			oc mod boundary
csqt, sqgt	real(8)	imx,imx	UV点の子午線の回転角の余弦、正弦(モデル座標を基準として左廻りを正)	A			×			oc mod glatlon
csqu, sngu	real(8)	imx,imx	UV点の子午線の回転角の余弦、正弦(モデル座標を基準として左廻りを正)	E			×			oc mod glatlon
csistr xb	real(8)	imx,imx	海水の歪み速度テンソルを求めるのに使用する作隣配列: 平均操作を行う際、北側に陸が東西に並んでいる場合には、その部分を平均に算入しない	A			×	$dyu/dxt \times (2 - \max(aexl(i-1,j), aexl(i,j-1)))$	ICE && SIDYN	oc mod common
csistr xt	real(8)	imx,imx	海水の歪み速度テンソルを求めるのに使用する作隣配列: 平均操作を行う際、南側に陸が東西に並んでいる場合には、その部分を平均に算入しない	A			×	$dyu/dxt \times (2 - \max(aexl(i-1,j-1), aexl(i,j)))$	ICE && SIDYN	oc mod common
csistr yl	real(8)	imx,imx	海水の歪み速度テンソルを求めるのに使用する作隣配列: 平均操作を行う際、東側に陸が南北に並んでいる場合には、その部分を平均に算入しない	A			×	$dxu/dyt \times (2 - \max(aexl(i,j-1), aexl(i,j)))$	ICE && SIDYN	oc mod common
csistr yr	real(8)	imx,imx	海水の歪み速度テンソルを求めるのに使用する作隣配列: 平均操作を行う際、西側に陸が南北に並んでいる場合には、その部分を平均に算入しない	A			×	$dxu/dyt \times (2 - \max(aexl(i-1,j-1), aexl(i-1,j)))$	ICE && SIDYN	oc mod common
csr	real(8)	jmx	CSの逆数	E			×		SPHERICAL	oc mod modelpar
cst	real(8)	jmx	T点の緯度の余弦(cos)	A			×		SPHERICAL	oc mod modelpar
cstr	real(8)	jmx	T点の緯度の余弦(cos)の逆数	A			×		SPHERICAL	oc mod modelpar
cux3	real(8)	imx,imx	TS-Box東壁のTSの値を計算するための係数	B	M	cm^2	n		UTOPIA	oc mod trcadv
cux4	real(8)	imx,imx	TS-Box東壁のTSの値を計算するための係数	B	M	cm^2	n		UTOPIA	oc mod trcadv
cux5	real(8)	imx,imx	TS-Box東壁のTSの値を計算するための係数	B	M	cm^2	n		UTOPIA	oc mod trcadv
cuxt	real(8)	imx,imx	TS-Box東壁のu t	B	M	cm	n		UTOPIA	oc mod trcadv
cuy4	real(8)	imx,imx	TS-Box北壁のTSの値を計算するための係数	D	M	cm^2	n		UTOPIA	oc mod trcadv
cuy5	real(8)	imx,imx	TS-Box北壁のTSの値を計算するための係数	D	M	cm^2	n		UTOPIA	oc mod trcadv
cuy6	real(8)	imx,imx	TS-Box北壁のTSの値を計算するための係数	D	M	cm	n		UTOPIA	oc mod trcadv
cuyt	real(8)	imx,imx	TS-Box北壁のu t	D	M	cm	n		UTOPIA	oc mod trcadv
cvupa	real(8)	1	0.5+0.25*vupp				×			oc mod jobpar
cvupd	real(8)	1	0.25*vupp				×			oc mod jobpar
cvx4	real(8)	imx,imx	TS-Box東壁のTSの値を計算するための係数	B	M	cm^2	n		UTOPIA	oc mod trcadv
cvx5	real(8)	imx,imx	TS-Box東壁のTSの値を計算するための係数	B	M	cm^2	n		UTOPIA	oc mod trcadv
cvx6	real(8)	imx,imx	TS-Box東壁のTSの値を計算するための係数	B	M	cm	n		UTOPIA	oc mod trcadv
cvxt	real(8)	imx,imx	TS-Box東壁のv t	B	M	cm	n		UTOPIA	oc mod trcadv
cvy3	real(8)	imx,imx	TS-Box北壁のTSの値を計算するための係数	D	M	cm^2	n		UTOPIA	oc mod trcadv
cvy4	real(8)	imx,imx	TS-Box北壁のTSの値を計算するための係数	D	M	cm^2	n		UTOPIA	oc mod trcadv

モジュールに存在する変数リスト

変数名	型	次元	意味	水平	鉛直	単位	時間変化	備考	オプション	モジュール名
cvy5	real(8)	imx,imx	TS-Box北側のTSの値を計算するための係数	D	M	cm^2	n		UTOPIA	oc mod trcadv
cvyt	real(8)	imx,imx	TS-Box北側の $v \cdot t$	D	M	cm	n		UTOPIA	oc mod trcadv
cwz6	real(8)	imx,imx	TS-Box下側のTSの値を計算するための係数	A	B	cm^2	n		ZQUICKEST	oc mod trcadv
cwzt	real(8)	imx,imx	TS-Box下側の $w \cdot t$	A	B	cm	n		ZQUICKEST	oc mod trcadv
cxn	real(8)	imx,imx,km	運動量移流の計算のための係数(T-box 南側(U-box北半分)の東西移流にかかる)	DG	M	-	×			oc mod boundary
cxs	real(8)	imx,imx,km	運動量移流の計算のための係数(T-box 北側(U-box南半分)の東西移流にかかる)	AD	M	-	×			oc mod boundary
cxx	real(8)	imx,imx,km	等密度面法線フラックスの東西成分を求める際に必要な拡散テンソルの成分のうち、 dT/dx にかかるもの	B	M	cm^2 s^-1	n		ISOPYCNAL	oc mod common
cxy	real(8)	imx,imx,km	等密度面法線フラックスの東西成分を求める際に必要な拡散テンソルの成分のうち、 dT/dy にかかるもの	B	M	cm^2 s^-1	n		ISOPYCNAL	oc mod common
cxz	real(8)	imx,imx,km	等密度面法線フラックスの東西成分を求める際に必要な拡散テンソルの成分のうち、 dT/dz にかかるもの	B	M	cm^2 s^-1	n		ISOPYCNAL	oc mod common
cye	real(8)	imx,imx,km	運動量移流の計算のための係数(T-box西側(U-box東半分)の南北移流にかかる)	BC	M	-	×			oc mod boundary
cyw	real(8)	imx,imx,km	運動量移流の計算のための係数(T-box 東側(U-box 西半分)の南北移流にかかる)	AB	M	-	×			oc mod boundary
cyx	real(8)	imx,imx,km	等密度面法線フラックスの南北成分を求める際に必要な拡散テンソルの成分のうち、 dT/dx にかかるもの	D	M	cm^2 s^-1	n		ISOPYCNAL	oc mod common
cyz	real(8)	imx,imx,km	等密度面法線フラックスの南北成分を求める際に必要な拡散テンソルの成分のうち、 dT/dz にかかるもの	D	M	cm^2 s^-1	n		ISOPYCNAL	oc mod common
czx	real(8)	imx,imx,km	等密度面法線フラックスの鉛直成分を求める際に必要な拡散テンソルの成分のうち、 dT/dx にかかるもの	A	T	cm^2 s^-1	n		ISOPYCNAL	oc mod common
czy	real(8)	imx,imx,km	等密度面法線フラックスの鉛直成分を求める際に必要な拡散テンソルの成分のうち、 dT/dy にかかるもの	A	T	cm^2 s^-1	n		ISOPYCNAL	oc mod common
czz	real(8)	imx,imx,kmp1	等密度面法線フラックスの鉛直成分を求める際に必要な拡散テンソルの成分のうち、 dT/dz にかかるもの	A	T	cm^2 s^-1	n		ISOPYCNAL	oc mod common
d dx m	real(8)	imx,imx,km	T-box西側の流速東西勾配を計算するのに使用する係数	D	M	-	×		VIS9P	oc mod boundary
d dx p	real(8)	imx,imx,km	T-box東側の流速東西勾配を計算するのに使用する係数	D	M	-	×		VIS9P	oc mod boundary
d dy m	real(8)	imx,imx,km	T-box南側の流速南北勾配を計算するのに使用する係数	B	M	-	×		VIS9P	oc mod boundary
d dy p	real(8)	imx,imx,km	T-box北側の流速南北勾配を計算するのに使用する係数	B	M	-	×		VIS9P	oc mod boundary
dc a	real(8)	6	状態方程式の係数(純水の密度を温度の多項式で求める部分)				×			oc mod param
dc b	real(8)	5	状態方程式の係数(海面における海水密度を求める際の項の1次の部分にかかる温度の多項式の係数)				×			oc mod param
dc c	real(8)	3	状態方程式の係数(海面における海水密度を求める際の項の3/2乗の部分にかかる温度の多項式の係数)				×			oc mod param
dc d	real(8)	1	状態方程式の係数(海面における海水密度を求める際の項の2乗の部分にかかる係数)				×			oc mod param
dc e	real(8)	5	状態方程式の係数(体積膨張率を求める際の温度だけの項にかかる係数)				×			oc mod param
dc f	real(8)	7	状態方程式の係数(体積膨張率を求める際の温度・塩分にかかる係数)				×			oc mod param
dc g	real(8)	8	状態方程式の係数(体積膨張率を求める際の圧力の1次の項にかかる係数)				×			oc mod param
dc h	real(8)	6	状態方程式の係数(体積膨張率を求める際の圧力の2次の項にかかる係数)				×			oc mod param
ddmax	real(8)		緩和法の残差の絶対値の最大値			cm^3 s^-2	○		IFREESURFACE	oc mod common
ddmean	real(8)		残差のRMS			cm^3 s^-2	○		IFREESURFACE	oc mod common
ddmin	real(8)		収束の速さの指標(overの最適値を用いるときに使用)				○		IFREESURFACE	oc mod common
ddmna	real(8)		圧力勾配計算(clinic)に使用するモデル海洋全体の密度			g cm^-3		CALPP のとき更新あり		oc mod common
ddmna	real(8)		圧力勾配計算(clinic)に使用するモデル海洋全体の密度			g^-1 cm^3		CALPP のとき更新あり		oc mod common
ddmna	real(8)		圧力勾配計算(clinic)に使用するモデル海洋全体の密度			g^-1 cm^3		CALPP のとき更新あり		oc mod common
ddmna	real(8)		圧力勾配計算(clinic)に使用するモデル海洋全体の密度			g^-1 cm^3		CALPP のとき更新あり		oc mod common
ddtra	real(8)	1	運動方程式の加速度を考慮したdttr(dttr/alpha)			s	×		FREESURFACE	oc mod jobpar
ddyt	real(8)	imx	$2 * radius * \sin(0.5 * \phi tdeg / radian)$	A			×	anshft および anhtt を求める際に用い	SPHERICAL	oc mod modelpar
ddzu	real(8)	imx,imx	U-boxの西の境界での壁の高さ	D		cm	×			oc mod boundary
ddzv	real(8)	imx,imx	U-boxの南の境界での壁の高さ	B		cm	×			oc mod boundary
dels	real(8)	imx,imx	T-boxの面積(MKS)	A		m^2	×		ICE	oc mod common
delsr	real(8)	imx,imx	dels の逆数	A		m^-2	×		ICE	oc mod common
delti	real(8)		海水熱力学部分を積分時間間隔			s	×		ICE	oc mod common
deltinv	real(8)		海水熱力学部分を積分時間間隔の逆数			s^-1	×		ICE	oc mod common
dep	real(8)	kmp1	船重格子の境界の深さ	T		cm	×	dep(1)=0		oc mod modelpar
dhice	real(8)	imx,imx	作用変数				○		ICE	oc mod common
diatc	real(8)		水塩分気候値の南北格子点間隔				×		TSINTPOL	oc mod param
diatv	real(8)	1	背景鉛直法線は低い解精度のデータを読み込んでから水平方向に補間する。読み込むデータの南北格子間隔				×		VMBG3D	oc mod jobpar
dionc	real(8)		背景鉛直法線は低い解精度のデータを読み込んでから水平方向に補間する。読み込むデータの東西格子間隔				×		TSINTPOL	oc mod param
dionvm	real(8)	1	背景鉛直法線は低い解精度のデータを読み込んでから水平方向に補間する。読み込むデータの東西格子間隔				×		VMBG3D	oc mod jobpar
dmn	real(8)	km	状態方程式の関連の圧力計算用密度		M	g cm^-3		CALPP のとき更新あり		oc mod common

モジュールに存在する変数リスト

変数名	型	次元	意味	水平	鉛直	単位	時間変化	備考	オプション	モジュール名
dmu	real(8)	1	T点を中心とする東西格子間隔 (radian)			radian	×	dxtdeg × radian r	IVARIABLE	oc mod param
dp	real(8)	km	U・T点の深さ	M		cm	×			oc mod modelpar
dpsi	real(8)	1	T点を中心とする南北格子間隔 (radian)			radian	×	dyldeg × radian r	IVARIABLE	oc mod param
drtit	real(8)	imx,imx	最上層の厚さの静止時からのずれ vol1ic/vol1ia	A			π	気候値への緩和条件時、参照値と1層目の値との差が同じなら最上層の厚さによらず同じフラックスになるようにするため	FREESURFACE	oc mod common
drtiu	real(8)	imx,imx	最上層の厚さの静止時からのずれ vol1ic/vol1ia	E			π	最上層の厚さによらず同じ運動量が入ってくるようにするため	FREESURFACE	oc mod common
dsgm	real(8)	imx,imx	σ 層内における各層の割合	E	M	-	×		FREESURFACE	oc mod boundary
dtcor	real(8)	imx,imx	0.5*cor(lj)*dttra	E			×		FREESURFACE	oc mod jobpar
dtcor2	real(8)	imx,imx	1.0/(1.0+dtcor*dtcor)	E			×		FREESURFACE	oc mod jobpar
dtidi	real(8)		海水の運動方程式の積分時間間隔			S	×	adtdi × 60	ICE	oc mod common
dtidir	real(8)		海水の運動方程式の積分時間間隔の逆数			S ⁻¹	×		ICE	oc mod common
dtstf	real(8)	1	渦度方程式の時間ステップ(秒)			s	×	free surface の場合は実質使わない		oc mod jobpar
dtstf2	real(8)	1	dtstf*2			s	×	leap frog などを用いる		oc mod jobpar
dttr	real(8)	1	自由表面方程式の一回分の時間ステップ(秒)			s	×		FREESURFACE	oc mod jobpar
dtts	real(8)	1	トレーサー方程式の時間ステップ(秒)			s	×			oc mod jobpar
dtts2	real(8)	1	dtts*2			s	×	leap frog などを用いる		oc mod jobpar
dtuv	real(8)	1	傾圧の運動方程式の時間ステップ(秒)			s	×			oc mod jobpar
dtuv2	real(8)	1	dtuv*2			s	×	leap frog などを用いる		oc mod jobpar
dux	real(8)	imx,imx	粘性項計算時の作業用配列				○	作業用配列		oc mod common
duy	real(8)	imx,imx	粘性項計算時の作業用配列				○	作業用配列		oc mod common
dvx	real(8)	imx,imx	粘性項計算時の作業用配列				○	作業用配列		oc mod common
dvy	real(8)	imx,imx	粘性項計算時の作業用配列				○	作業用配列		oc mod common
dwt	real(8)	imx,imx	層点温度データ(過去)をモデル格子点に内挿したもの	A			○		HFLUX	oc mod common
dwta	real(8)	imx,imx	層点温度データ(未来)をモデル格子点に内挿したもの	A			○		HFLUX	oc mod common
dx bl	real(8)	imx,imx	格子間隔:a bl(U点左下)の下辺	AB		cm	×			oc mod boundary
dx br	real(8)	imx,imx	格子間隔:a br(U点右下)の下辺	BC		cm	×			oc mod boundary
dx tl	real(8)	imx,imx	格子間隔:a tl(U点左上)の下辺	DE		cm	×			oc mod boundary
dx tr	real(8)	imx,imx	格子間隔:a tr(U点右上)の下辺	EF		cm	×			oc mod boundary
dxrar	real(8)	imx,imx	東西U点間隔/Dを中心とする格子面積	D		cm ² -1	×		SIDYN !! VIS9P	oc mod boundary
dxt	real(8)	imx	T点を囲むU点で作られる格子の東西格子間隔の長さ	A		cm	×	cstなどはかからず、南北方向に一樣。単に dxtdeg を長さに換えただけ。		oc mod modelpar
dxt_dyur	real(8)	imx,imx	東西U点間隔/南北T点間隔	D		-	×		SIDYN !! VIS9P	oc mod boundary
dxt2	real(8)	imx,imx	T-boxの東西長の2乗	A		cm ²	×		UTOPIA	oc mod modelpar
dxt2ra	real(8)	imx,imx	移流計算(UTOPIA)で使用する係数			-	×		UTOPIA	oc mod modelpar
dxt2rb	real(8)	imx,imx	移流計算(UTOPIA)で使用する係数			-	×		UTOPIA	oc mod modelpar
dxtdeg	real(8)	imut	T点を囲むU点で作られる格子の東西格子間隔(度)	A		degree	×	cstなどはかからず、南北方向に一樣。		oc mod modelpar
dxtdeg	real(8)	1	T点を中心とする東西格子間隔(度)			degree	×		IVARIABLE	oc mod param
dxti r	real(8)	imx,imx	T-box東西長の逆数	A		cm ⁻¹	×			oc mod boundary
dxttr	real(8)	imx	dxtの逆数	A		cm ⁻¹	×			oc mod modelpar
dxu	real(8)	imx	U点を囲むT点で作られる格子の東西格子間隔の長さ	E		cm	×	cstなどはかからず、南北方向に一樣。単に dxtdeg を長さに換えただけ。		oc mod modelpar
dxu_dytr	real(8)	imx,imx	東西T点間隔/南北U点間隔	B		-	×			oc mod boundary
dxu r	real(8)	imx,imx	東西T点間隔の逆数	B		cm ⁻¹	×			oc mod boundary
dxudeg	real(8)	imut	U点を囲むT点で作られる格子の東西格子間隔(度)	E		degree	×	cstなどはかからず、南北方向に一樣。		oc mod modelpar
dxui r	real(8)	imx,imx	U-box東西長の逆数	E		cm ⁻¹	×			oc mod boundary
dxur	real(8)	imx	dxuの逆数	E		cm ⁻¹	×			oc mod modelpar
dy bl	real(8)	imx,imx	格子間隔:a bl(U点左下)の左辺	AD		cm	×			oc mod boundary
dy br	real(8)	imx,imx	格子間隔:a br(U点右下)の左辺	BE		cm	×			oc mod boundary
dy tl	real(8)	imx,imx	格子間隔:a tl(U点左上)の左辺	DG		cm	×			oc mod boundary
dy tr	real(8)	imx,imx	格子間隔:a tr(U点右上)の左辺	EH		cm	×			oc mod boundary
dyrar	real(8)	imx,imx	南北U点間隔/Bを中心とする格子面積	B		cm ² -1	×		SIDYN !! VIS9P	oc mod boundary
dyl	real(8)	imx	T点を囲むU点で作られる格子の南北格子間隔の長さ	A		cm	×			oc mod modelpar
dyl_dxur	real(8)	imx,imx	南北U点間隔/東西T点間隔	B		-	×		SIDYN !! VIS9P	oc mod boundary
dyl2	real(8)	imx,imx	T-boxの南北長の2乗	A		cm ²	×		UTOPIA	oc mod modelpar
dyl2ra	real(8)	imx,imx	移流計算(UTOPIA)で使用する係数			-	×		UTOPIA	oc mod modelpar
dyl2rb	real(8)	imx,imx	移流計算(UTOPIA)で使用する係数			-	×		UTOPIA	oc mod modelpar
dyldeg	real(8)	imut	T点を囲むU点で作られる格子の南北格子間隔(度)	A		degree	×			oc mod modelpar
dyldeg	real(8)	1	T点を中心とする南北格子間隔(度)			degree	×		IVARIABLE	oc mod param
dylti r	real(8)	imx,imx	T-box南北長の逆数	A		cm ⁻¹	×			oc mod boundary
dyltr	real(8)	imx	dylの逆数	A		cm ⁻¹	×			oc mod modelpar

モジュールに存在する変数リスト

変数名	型	次元	意味	水平	鉛直	単位	時間変化	備考	オプション	モジュール名
dyu	real(8)	imx	U点を囲むT点で作られる格子の南北格子間隔の長さ	E		cm	×			oc mod modelpar
dyu dxtr	real(8)	imx,imx	南北T点間隔/東西U点間隔	D		-	×			oc mod boundary
dyu r	real(8)	imx,imx	南北T点間隔の逆数	D		cm ⁻¹	×			oc mod boundary
dyudeg	real(8)	imut	U点を囲むT点で作られる格子の南北格子間隔(度)	E		degree	×			oc mod modelpar
dyul r	real(8)	imx,imx	U-box南北長の逆数	E		cm ⁻¹	×			oc mod boundary
dyur	real(8)	imx	dyuの逆数	E		cm ⁻¹	×			oc mod modelpar
dz	real(8)	km	鉛直格子点間隔		M	cm	×	dz.F90 を include する		oc mod param
dzt	real(8)	km	dzの逆数	1/BT		cm ⁻¹	×			oc mod modelpar
dzt3d	real(8)	imx,imx,km	U点でのBBLでない場所ではdztの逆数に等しい。ただし、海洋内部から連続している場所についての海底境界層においては、海底境界層の厚さの逆数になる。	E	1/BT	cm ⁻¹	×		BBL	oc mod boundary
dzt3d	real(8)	imx,imx,km,p1	T点でのBBLでない場所ではdztの逆数に等しい。ただし、海洋内部から連続している場所についての海底境界層においては、海底境界層の厚さの逆数になる。	A	1/BT	cm ⁻¹	×		BBL	oc mod boundary
dzt	real(8)	imx,imx,km	T-Boxの厚さ	E	BT	cm	×		BBL	oc mod boundary
dzu	real(8)	imx,imx,km	U-boxの厚さ	E	M	cm		自由表面では時間変化する		oc mod boundary
dzu1a	real(8)	imx,imx,ksqm	時間差分時の更新されたσ層の厚さ	E	M	cm	○		FREESURFACE	oc mod boundary
dzu1c	real(8)	imx,imx,ksqm	初期のσ層の厚さ	E	M	cm	×		FREESURFACE	oc mod boundary
dzubtm	real(8)	imx,imx	各鉛直コラムで最も深い層の厚さ	E		cm	×			oc mod boundary
dzumin	real(8)	imx,imx,km	U-boxの西の境界での壁を除いた部分の水の厚さ	D	M	cm	×			oc mod boundary
dzvmin	real(8)	imx,imx,km	U-boxの南の境界での壁を除いた部分の水の厚さ	B	M	cm	×			oc mod boundary
dzz	real(8)	kmp1	U・T点とひとつ上のU・T点の間の距離	UM		cm	×	dzz(1)はTM		oc mod modelpar
dzzr	real(8)	kmp1	dzzの逆数	1/UM		cm ⁻¹	×	dzzr(1)は1/TM		oc mod modelpar
dzzr3d	real(8)	imx,imx,km	T点でのBBLでない場所ではdzzの逆数に等しい。ただし、海洋内部から連続している場所についての海底境界層においては、(海底内部の最下層の厚さの半分+海底境界層の厚さの半分)の逆数になる。	E	1/UM	cm ⁻¹	×		BBL	oc mod boundary
dzzrt3d	real(8)	imx,imx,km,p1	T点でのBBLでない場所ではdzzの逆数に等しい。ただし、海洋内部から連続している場所についての海底境界層においては、(海底内部の最下層の厚さの半分+海底境界層の厚さの半分)の逆数になる。	A	1/UM	cm ⁻¹	×		BBL	oc mod boundary
eb	real(8)	imf,imx,km	乱流運動エネルギー(Noh and Kim 用)	A	M	cm ² s ⁻²	n->n+1		NOHKIM	oc mod common
elips	real(8)	1	海水レオロジーの降伏曲線のパラメータ				×			oc mod icepar
em	real(8)	ine,km+1	状態方程式の係数(T-box上端用)温度にのみ依存する項の係数(圧力の関数)		T			CALPP のとき更新あり		oc mod common
ep	real(8)	ine,km	状態方程式の係数(T点用)温度にのみ依存する項の係数(圧力の関数)		M			CALPP のとき更新あり		oc mod common
epb	real(8)	ine,imx,imx	状態方程式の係数(BBL用)温度にのみ依存する項係数(圧力の関数)					CALPP のとき更新あり		oc mod common
evp	real(8)	imx,imx	蒸発	A		cm s ⁻¹	n		WFLUX	oc mod common
fimax	real(8)		fiの絶対値の最大値				○		IFREESURFACE	oc mod common
fheat	real(8)	imx,imx	大気-海洋間の熱フラックス	A		W m ⁻²	n		ICE	oc mod common
fheati	real(8)	imx,imx	海水内部の熱フラックス	A		W m ⁻²	n		ICE	oc mod common
fhom	real(8)	imxr,imxr,nk	各島の二次元	A		cm ³ s ⁻²	×	allocatable	IFREESURFACE	oc mod island
fi	real(8)	imxr+1,imxr+1	流線関数の変化率	A		cm ³ s ⁻²	n		IFREESURFACE	oc mod common
finit	real(8)	imxr,imxr	緩和法の初期値	A		cm ³ s ⁻²	○		IFREESURFACE	oc mod common
fm	real(8)	inf,km+1	状態方程式の係数(T-box上端用)温度・塩分に依存する項の係数(圧力の関数)		T			CALPP のとき更新あり		oc mod common
fp	real(8)	inf,km	状態方程式の係数(T点用)温度・塩分に依存する項の係数(圧力の関数)		M			CALPP のとき更新あり		oc mod common
fpb	real(8)	inf,imx,imx	状態方程式の係数(BBL用)温度・塩分に依存する項係数(圧力の関数)					CALPP のとき更新あり		oc mod common
fsalt	real(8)	imx,imx	海水-海洋境界の塩分フラックス(蒸発・降水による)	A		psu cm s ⁻¹	n		ICE	oc mod common
fsalti	real(8)	imx,imx	leadの部分の海面塩分フラックス(蒸発・降水による)	A		psu cm s ⁻¹	n		ICE	oc mod common
ftao	real(8)	imx,imx	海洋-大気境界面(open leads)の熱フラックス	A		W m ⁻²	n		ICE	oc mod common
ftio	real(8)	imx,imx	海水-海洋境界面の熱フラックス	A		W m ⁻²	n		ICE	oc mod common
fwibrg	real(8)	imx,imx	氷山流出による淡水フラックス	A		10 ³ kg m ⁻² s ⁻¹	n		ICE	oc mod common
fwpme	real(8)	imx,imx	降水マイナス蒸発による淡水フラックス	A		10 ³ kg m ⁻² s ⁻¹	n		ICE	oc mod common
fwrivd	real(8)	imx,imx	河川流出による淡水フラックス	A		10 ³ kg m ⁻² s ⁻¹	n		ICE	oc mod common
fwsim	real(8)	imx,imx	海水上面(大気境界)での融解による淡水フラックス(海水の塩分濃度を持つ)	A		10 ³ kg m ⁻² s ⁻¹	n		ICE	oc mod common
fwsnm	real(8)	imx,imx	海水上の積雪の融解による淡水フラックス	A		10 ³ kg m ⁻² s ⁻¹	n		ICE	oc mod common
fwwic	real(8)	imx,imx	アイソスタシーによる海水上積雪の海水化(塩分が吸収される)に伴う淡水フラックス	A		10 ³ kg m ⁻² s ⁻¹	n		ICE	oc mod common
gamma	real(8)	km	トレーサ-方程式の加減率の逆数		M		×			oc mod jobpar

モジュールに存在する変数リスト

変数名	型	次元	意味	水平	鉛直	単位	時間変化	備考	オプション	モジュール名
gbqt	real(8)	imf,jmx,km	Bruno-Vaisala 振動数 (stable-F90 では、k と k+1 におけるポテンシャル密度の差までを計算、表面混合層モデルで Bruno-Vaisala 振動数の(2乗の)単位にする)	A	B	kg m ⁻³ → s ⁻²	n		MELYAM " NOHKIM	oc mod common
qlatt, glont	real(8)	imx,jmx	TS点の地理座標における緯度	A		degree	×			oc mod glation
qlatu, glonu	real(8)	imx,jmx	UV点の地理座標における緯度	E		degree	×			oc mod glation
grav	real(8)	1	重力加速度			cm ² s ⁻¹	×	981		oc mod param
hbblmin	real(8)	1	これより海底が浅い場合は BBL をつけない			cm	×	150 × 10 ²	BBL	oc mod param
hcnt	real(8)	1	1.0-hupp				×			oc mod jobpar
hcnt2	real(8)	1	hcnt*0.5				×			oc mod jobpar
hdts	real(8)	1	水平拡散係数			cm ² s ⁻¹	×			oc mod jobpar
hdts smag	real(8)	imx, jmx, km	Smagorinsky パラメタリゼーションによる水平拡散係数	A	M		n		SMAGHD	oc mod common
hdtsv	real(8)	imx,jmx	水平分布を持つ水平拡散係数	E		cm ² s ⁻¹	×			oc mod jobpar
hdv	real(8)	1	水平粘性係数			cm ² s ⁻¹	×			oc mod jobpar
hdv max	real(8)	km	各鉛直層における、Smagorinsky 粘性係数の最大値		M		×		SMAGOR	oc mod common
hdv min	real(8)	km	各鉛直層における、Smagorinsky 粘性係数の最小値		M		×		SMAGOR	oc mod common
hdv2	real(8)	1	水平粘性係数(biharmonic diffusion を用いた場合の海陸境界用)			cm ² s ⁻¹	×			oc mod jobpar
hdvv	real(8)	imx,jmx	水平分布を持つ水平粘性係数	E		cm ² s ⁻¹	×			oc mod jobpar
hflux	real(8)	imx,jmx	海洋第1層目の温度の時間変化項の 大気からの寄与分 (大気から海洋 に与えられる温度フラックスを第1層 目の厚みで割ったもの)	A		s ⁻¹	○			oc mod common
hfluxe	real(8)	imx,jmx	imx,jmxにおける第1層目のT-boxが 大気から受け取った単位時間あたりの 温度量 (収支チェック用)	A		cm ³ s ⁻¹	○			oc mod common
hfluxi	real(8)	imx,jmx	海水の結氷・融解の効果を含めた熱 フラックス	A		1000 × W m ⁻²	n	海水モデル内では MKS, sixiet で MKS -> cgs に変換	ICE	oc mod common
hl	real(8)	imx,jmx	海水平均厚	A		m	n+1		ICE	oc mod common
hlb	real(8)	imx,jmx	海水平均厚	A		m	n		ICE	oc mod common
hiceo	real(8)	imx,jmx	海水厚	A		m	n+1		ICE	oc mod common
hiceob	real(8)	imx,jmx	海水厚	A		m	n		ICE	oc mod common
ho	real(8)	imx,jmx	U点海底の深さ	E		cm	×			oc mod boundary
hold1	real(8)	imx,jmx	作業用配列				○	作業用配列		oc mod common
hold2	real(8)	imx,jmx	作業用配列				○	作業用配列		oc mod common
hold3	real(8)	imx,jmx	運動量移流の作業用配列:あるU-点 が海で真下が陸のとき、斜め下から 駆け上がってくる流量、鉛直流量に 対する各T点からの寄与(hold5)のう ち斜め下からは同じ重さずつ入って くるので(rar(k+1))で割る。				○	作業用配列(clinic)		oc mod common
hold5	real(8)	imx,jmx	運動量移流の作業用配列:あるU-点 に関して真下からの運動量を運ぶ流 量として使用される、鉛直流量(wlwf) も4分割されたT点のうち海のものの 数(rar(k))で割る。				○	作業用配列(clinic)		oc mod common
hot	real(8)	imx,jmx	海底境界層を含むT点の海底の深さ	E		cm	×		BBL	oc mod boundary
houmin	real(8)	imx,jmx	U-コラム西側境界での海面からの水 の厚さ	D		cm	×		Freesurface && FSVISC	oc mod boundary
hovmin	real(8)	imx,jmx	U-コラム南側境界での海面からの水 の厚さ	B		cm	×		Freesurface && FSVISC	oc mod boundary
hrr	real(8)	imx,jmx	U点の海底の深さの逆数	E		cm ⁻¹	×			oc mod boundary
hsnw	real(8)	imx,jmx	雪氷平均厚	A		m	n+1		ICE	oc mod common
hsnwb	real(8)	imx,jmx	雪氷平均厚	A		m	n		ICE	oc mod common
hsnwo	real(8)	imx,jmx	雪氷厚	A		m	n+1		ICE	oc mod common
hsnwob	real(8)	imx,jmx	雪氷厚	A		m	n		ICE	oc mod common
htal	real(8)	imx,jmx	海面高度(surface の外側ではこれを用いる)	A		cm	n+1		Freesurface	oc mod common
htalt	real(8)	imx,jmx	ステップnの鉛直積分流速 uml, vml を用いて求めた海面高度	A		cm	n+1		Freesurface && FSMOM	oc mod common
htbl	real(8)	imx,jmx	海面高度(surface の外側ではこれを用いる)	A		cm	n-1		Freesurface	oc mod common
htl	real(8)	imx,jmx	海面高度(surface の外側ではこれを用いる)	A		cm	n		Freesurface	oc mod common
htm	real(8)	imx,jmx	海面高度平均値 surface の中で平均を行う際の補正値 をサブサイクルntrop-ntflt ... ntrop + ntflt の間格納する。surface の中 のサブサイクルがおわった後で、 htmaを1/(2*ntflt+1)で割って平均を とる。	A		cm	n	htl から ht を作成 する際にここを経由 して、htl -> htm -> ht としている。実質 的な意味はない (今のところ)	Freesurface	oc mod common
htma	real(8)	imx,jmx		A		cm	n+1		Freesurface	oc mod common
htmb	real(8)	imx,jmx	海面高度平均値	A		cm	n-1	htl から ht を作成 する際にここを経由 して、htl -> htm -> ht としている。実質 的な意味はない (今のところ)	Freesurface	oc mod common
hu	real(8)	imx,jmx	海面高度(速度点)	E		cm	n+1		Freesurface	oc mod common
hupp	real(8)	1	水平方向の重み付き移流のうち、上 流差分の占める割合				×			oc mod jobpar
iajst	real(8)	imx,jmx	不安定成層のチェック用(各鉛直コラム に不安定のあったとき1でなければ ゼロ)	A			○			oc mod common
kmm	real(8)	1	気候値データでカバーできるモデル の鉛直グリッドの限界。(これよりも浅 いところはカバーできる)				×		TSINTPOL	oc mod modelpar
ldep	real(8)	kk	気候値データの深さ配置			cm	×		TSINTPOL	oc mod modelpar
lrecvd	real(8)	0:1	緩和法を並列計算で解くにあたって 南どりを担当するMPIプロセスから 境界の値を受信する必要があるか否 か				×		IFreesurface PARALLEL	oc mod modelpar
lsendd	real(8)	0:1	緩和法を並列計算で解くにあたって 南どりを担当するMPIプロセスに境 界の値を送信する必要があるか否か				×		IFreesurface PARALLEL	oc mod modelpar

モジュールに存在する変数リスト

変数名	型	次元	意味	水平	鉛直	単位	時間変化	備考	オプション	モジュール名
metric u	real(8)	imx,jmx	運動量移流の計算でメトリック項に使用する係数	E		cm ² -1	×			oc mod boundary
metric v	real(8)	imx,jmx	運動量移流の計算でメトリック項に使用する係数	E		cm ² -1	×			oc mod boundary
n_hist	real(8)	1	計算が始まってから、次にn_hist 個目のhistファイル(それぞれmmpai2個のスナップショットが含まれている)を出力することになる。				○	最初1で、以後mmpai2回histが書かれるたびに1が増える。	HIST	oc mod modelpar
n_restart	real(8)	1	計算が始まってから、次にn_restart 個目のrestartファイル(それぞれmmpai2個のスナップショットが含まれている)を出力することになる。				○	最初1で、以後mmpai2回restartが書かれるたびに1が増える。		oc mod modelpar
nplat	real(8)	1	モデルの北極点の地理座標における緯度			degree	×			oc mod param
nplon	real(8)	1	モデルの北極点の地理座標における経度			degree	×			oc mod param
omega	real(8)	1	地球の自転角速度			radian s ⁻¹	×	2π/86164 = π/43082		oc mod param
opb	real(8)	imx,jmx	凍または解の間に海水があつて自分のところになければ1,それ以外は0	A			n->n+1		ICE	oc mod common
over	real(8)	1	ここではダミー				×		FREESURFACE	oc mod jobpar
over	real(8)	1	over relaxation の係数 (普通 0<over<1)				○	最初はnamelistから読むが、500ステップに一度detovrで最適値を探して変更する	IFREESURFACE	oc mod jobpar
p1	real(8)	imxr,jmxr	粘性渦度方程式を線形法を用いて解くときに使用する係数			cm ² -1	×		IFREESURFACE	oc mod boundary
p2	real(8)	imxr,jmxr	粘性渦度方程式を線形法を用いて解くときに使用する係数			cm ² -1	×		IFREESURFACE	oc mod boundary
p3	real(8)	imxr,jmxr	粘性渦度方程式を線形法を用いて解くときに使用する係数			cm ² -1	×		IFREESURFACE	oc mod boundary
p4	real(8)	imxr,jmxr	粘性渦度方程式を線形法を用いて解くときに使用する係数			cm ² -1	×		IFREESURFACE	oc mod boundary
pbl	real(8)	imxr,jmxr	境界層関数	A		cm ³ s ⁻¹	n-1->n		IFREESURFACE	oc mod common
pcp	real(8)	imx,jmx	降水量データ(過去)をモデル格子点に内挿したもの	A		cm s ⁻¹	○		WFLUX	oc mod common
pcpa	real(8)	imx,jmx	降水量データ(未来)をモデル格子点に内挿したもの	A		cm s ⁻¹	○		WFLUX	oc mod common
pd	real(8)	km	各鉛直レベル(T点)における密度計算用圧力		M	bar		CALPP のとき更新あり		oc mod common
pdb	real(8)	imx,jmx	海底境界層における密度計算用圧力			bar	×		BBL	oc mod common
pl	real(8)	1	円周率				×	π		oc mod param
pl	real(8)	imxr,jmxr	境界層関数	A		cm ³ s ⁻¹	n->n+1		IFREESURFACE	oc mod common
pm	real(8)	kmp1	各鉛直レベル(T-boxの上面)における密度計算用圧力		T	bar		CALPP のとき更新あり		oc mod common
pr adjust	real(8)	1	淡水収支を調整する係数				×		PRAJS	oc mod common
pr adjust	real(8)		淡水収支を調整する係数(前回jobから引き継ぐ)				×	PARAMETER = 1.0	IPRAJS	oc mod common
pr adjust0	real(8)		淡水収支を調整する係数(前回jobから引き継ぐ)				×		PRAJS	oc mod common
prec runoff	real(8)		降水・runoff総量				○		PRAJS	oc mod common
q	real(8)	imx,jmx,km	乱流速度	A	B	cm s ⁻¹	n->n+1		MELYAM	oc mod common
q1	real(8)	imxr,jmxr	粘性渦度方程式を線形法を用いて解くときに使用する係数			cm ² -1	×		IFREESURFACE	oc mod boundary
q2	real(8)	imxr,jmxr	粘性渦度方程式を線形法を用いて解くときに使用する係数			cm ² -1	×		IFREESURFACE	oc mod boundary
q3	real(8)	imxr,jmxr	粘性渦度方程式を線形法を用いて解くときに使用する係数			cm ² -1	×		IFREESURFACE	oc mod boundary
q4	real(8)	imxr,jmxr	粘性渦度方程式を線形法を用いて解くときに使用する係数			cm ² -1	×		IFREESURFACE	oc mod boundary
qa	real(8)	imx,jmx	海上の比湿	A			n	mkflux で入力が必要点温度の場合と比湿そのもの場合が統合される。	HFLUX	oc mod common
qfus	real(8)	1	雪が融けるときの潜熱			J kg ⁻¹ K ⁻¹	×			oc mod icepar
qla	real(8)	imx,jmx	潜熱フラックス	A		1000 × W m ⁻²	n		HFLUX	oc mod common
qlao	real(8)	imx,jmx	バルク式で計算した潜熱フラックス	A		1000 × W m ⁻²	n		HFLUX	oc mod common
qlo	real(8)	imx,jmx	長波放射(過去)をモデル格子点に内挿したもの	A		1000 × W m ⁻²	○		HFLUX	oc mod common
qloa	real(8)	imx,jmx	長波放射(未来)をモデル格子点に内挿したもの	A		1000 × W m ⁻²	○		HFLUX	oc mod common
qlwo	real(8)	imx,jmx	時間内挿した(大気が海洋に与える)長波放射による熱フラックス	A		1000 × W m ⁻²	n		HFLUX	oc mod common
qothr	real(8)	imx,jmx	短波放射以外の海面熱フラックス	A		1000 × W m ⁻²	n		HFLUX	oc mod common
grs	real(8)	imx,jmx	海水上面における風速により海水が全て融けてしまった場合、余分な大気からの熱フラックスを海洋に入れる。そのフラックス。	A		W m ⁻²	n	iaflux	ICE	oc mod common
qsh	real(8)	imx,jmx	短波放射(過去)をモデル格子点に内挿したもの	A		1000 × W m ⁻²	○		HFLUX	oc mod common
qsha	real(8)	imx,jmx	短波放射(未来)をモデル格子点に内挿したもの	A		1000 × W m ⁻²	○		HFLUX	oc mod common
qsn	real(8)	imx,jmx	顕熱フラックス	A		1000 × W m ⁻²	n		HFLUX	oc mod common
qsno	real(8)	imx,jmx	バルク式で計算した顕熱フラックス	A		1000 × W m ⁻²	n		HFLUX	oc mod common
qswnt	real(8)	imx,jmx	アルベドを除いた海洋への短波入射量による熱フラックス	A		1000 × W m ⁻²	n		HFLUX	oc mod common
qsw0	real(8)	imx,jmx	時間内挿した短波放射による熱フラックス	A		1000 × W m ⁻²	n		HFLUX	oc mod common
radian	real(8)	1	ラジアンから角度への変換係数				×	180/π		oc mod param
radian r	real(8)	1	radian の逆数				×			oc mod param
radiur	real(8)	1	地球半径(radius)の逆数			cm ⁻¹	×			oc mod param
radius	real(8)	1	地球半径(6375km)			cm	×	6375 × 10 ⁵		oc mod param
rar	real(8)	imx,jmx,km	(T点を頂点U点のうち海であるものの偏角) ²	A	M	-	×	陸の場合は0		oc mod boundary
rcp0	real(8)	1	海水の単位体積あたりの比熱			J m ⁻³ K ⁻¹	×			oc mod icepar
rdsw	real(8)	1	雪の密度/海水の密度				×			oc mod icepar

モジュールに存在する変数リスト

変数名	型	次元	意味	水平	鉛直	単位	時間変化	備考	オプション	モジュール名
rh	real(8)	1	海水存在限界平均水深			m	×			oc mod icepar
rho	real(8)	imx,imx,km	密度(圧縮も考慮している)	A	M	g cm ³ -3	×			oc mod common
rho0	real(8)	1	圧力計算用の海水の密度			g cm ³ -3	×	1.036(CALPP)		oc mod param
rhoimp	real(8)	imx,imx,km	圧力ゼロの面での密度(BBLで使用)	E	M	g cm ³ -3	×		BBL	oc mod common
rice	real(8)	1	海水の密度			kg m ³ -3	×			oc mod icepar
rli	real(8)	1	海水 海水の単位体積あたりの潜熱の消散			J ⁻¹ m ³ K	×			oc mod icepar
rxerr	real(8)	1	収束判定条件:残差の最大値/残差関数の最大値<rxerrなら収束したとみなす				×		IFREESURFACE	oc mod jobpar
ro	real(8)	1	海水の密度			g cm ³ -3	×	1.0		oc mod param
ro0	real(8)	1	海水の標準密度(MKS)			kg m ³ -3	×			oc mod icepar
rof	real(8)	imx,imx	河川からの流入量データ(過去)をモデル格子点に内挿したもの	A		cm s ⁻¹	○		WFLUX && RUNOFF	oc mod common
rofa	real(8)	imx,imx	河川からの流入量データ(未来)をモデル格子点に内挿したもの	A		cm s ⁻¹	○		WFLUX && RUNOFF	oc mod common
rrocp	real(8)	1	水の体積比熱の逆数(1/(ro*cp))			g ⁻¹ cm ³ s ²	×			oc mod param
rrr	real(8)	1	海水の密度/海水の密度				×			oc mod icepar
rtlo	real(8)	imx,imx,km-1	TS方格子の鉛直移流項を計算するのに使うパラメータ(下の層が海底かどうかにより値が変わる)			-	×		IZOUIKKEST	oc mod boundary
rtup	real(8)	imx,imx,km-1	TS方格子の鉛直移流項を計算するのに使うパラメータ			-	×		IZOUIKKEST	oc mod boundary
s0	real(8)	imx,imx	海水-海洋境界の塩分	A		psu	n->n+1		ICE	oc mod common
s0l	real(8)	imx,imx	lead の部分の海面塩分	A		psu	n->n+1		ICE	oc mod common
s1d	real(8)	imx,imx	ULTIMATE Limiter の係数(北緯)	D	M		n		ULTIMATE	oc mod trcadv
s1l	real(8)	imx,imx	ULTIMATE Limiter の係数(東経)	B	M		n		ULTIMATE	oc mod trcadv
s2d	real(8)	imx,imx	ULTIMATE Limiter の係数(北緯)	D	M		n		ULTIMATE	oc mod trcadv
s2l	real(8)	imx,imx	ULTIMATE Limiter の係数(東経)	B	M		n		ULTIMATE	oc mod trcadv
sal	real(8)	imx,imx,km	tracer の中では最後の更新時を除き、leap frog においてn-1からn+1へのstepに移る際の、塩分の時間変化項、tracerの最後でn+1stepの塩分になる	A	M	(時間変化項の時、psu (その他の場合))	n+1			oc mod common
sat	real(8)	imx,imx	大気温度データ(過去)をモデル格子点に内挿したもの	A			○		HFLUX	oc mod common
sata	real(8)	imx,imx	大気温度データ(未来)をモデル格子点に内挿したもの	A			○		HFLUX	oc mod common
sbl	real(8)	imx,imx,km	塩分	A	M	psu	n-1			oc mod common
scf1	real(8)	imx,imx	海面高度と潮流流量の計算において粘性項を計算する場合に使用する係数	E		cm ³ s ⁴ -1	×		FREESURFACE && FSVISC	oc mod boundary
scon	real(8)	imx,imx	BIHARMONIC 係数使用時 塩分の Laplacian 係数を一時的に格納する	A			n		BIHARMONIC	oc mod common
sflux	real(8)	imx,imx	海洋第1層目の塩分の時間変化項の大気からの寄与分、(大気から海洋に与えられる塩分フラックスを第1層目の厚みでわったもの)	A		psu s ⁻¹	○			oc mod common
sfluxe	real(8)	imx,imx	imx,imxにおける第1層目のT-boxが、大気から受け取った単位時間あたりの塩分量(収支チェック用)	A		cm ³ s ⁻¹	○			oc mod common
sfluxi	real(8)	imx,imx	海水の結氷・融解に伴う塩分フラックス	A		psu cm s ⁻¹	n	海水モデル内では MKS, sixit で MKS -> cgs に変換	ICE	oc mod common
sfun	real(8)	imx,imx	鉛直平均東西流速	E		cm s ⁻¹	n			oc mod common
sfvn	real(8)	imx,imx	鉛直平均南北流速	E		cm s ⁻¹	n			oc mod common
si	real(8)	1	海水に含まれる塩分			psu	×	4.0	ICE	oc mod param
sigma1	real(8)	imx,imx	海水の応力テンソル1	A		N m ² -2	n+1		ICE && SIDYN	oc mod common
sigma2	real(8)	imx,imx	海水の応力テンソル2	A		N m ² -2	n+1		ICE && SIDYN	oc mod common
sigma3	real(8)	imx,imx	海水の応力テンソル3	A		N m ² -2	n+1		ICE && SIDYN	oc mod common
simsk	real(8)	imx,imx	海水の有無を示すマスク	A			n->n+1		ICE	oc mod common
simsku	real(8)	imx,imx	U点における海水の有無	E		m s ⁻¹	n		ICE && SIDYN	oc mod common
sine	real(8)	imx	U点の緯度の正弦(sine)	E			×		SPHERICAL	oc mod modelpar
siopb	real(8)	imx,imx	海水が凍または解の間にあれば1、無ければ0	A			n->n+1		ICE	oc mod common
sl	real(8)	imx,imx,km	塩分	A	M	psu	n			oc mod common
slat	real(8)	1	モデル全体の領域ののりしろも含めた南緯	A			×			oc mod modelpar
slat0	real(8)	1	モデル領域の南緯緯度、のりしろは含まない			degree	×			oc mod param
slatc	real(8)	1	水塩分気候データの南緯緯度				×		TSINTPOL	oc mod param
slatvm	real(8)	1	南緯緯度係数は細い解精度のデータを組み込んでから水平方向に補間する。組み込むデータの南緯の緯度				×		VMG3D	oc mod jobpar
slon	real(8)	1	モデル全体の領域ののりしろも含めた西経	A			×			oc mod modelpar
slon0	real(8)	1	モデル領域の西経緯度、のりしろは含まない			degree	×			oc mod param
slonc	real(8)	1	水塩分気候データの西経緯度				×		TSINTPOL	oc mod param
slonvm	real(8)	1	西経緯度係数は細い解精度のデータを組み込んでから水平方向に補間する。組み込むデータの西経の緯度				×		VMG3D	oc mod jobpar
slp	real(8)	imx,imx	海面気圧データ(過去)をモデル格子点に内挿したもの	A		hPa	○		HFLUX	oc mod common
slpa	real(8)	imx,imx	海面気圧データ(未来)をモデル格子点に内挿したもの	A		hPa	○		HFLUX	oc mod common
slz	real(8)	imx,imx	ULTIMATE Limiter の係数(下面)	A	B		n		ZULTIMATE	oc mod trcadv
sm4	real(8)	km	塩分気候値水平平均		M	psu	×	tscimで計算される		oc mod common
smaghd ratio	real(8)	1	拡散係数をも Smagorinsky 粘性と関連づけるときの比				n	拡散/粘性	SMAGHD	oc mod param
smaghd	real(8)	imx,imx,km	UV-boxの東側の壁の高さ	F	M	cm	×		SMAGHD	oc mod boundary
smaghdn	real(8)	imx,imx,km	UV-boxの北側の壁の高さ	H	M	cm	×		SMAGHD	oc mod boundary
smaghds	real(8)	imx,imx,km	UV-boxの南側の壁の高さ	B	M	cm	×		SMAGHD	oc mod boundary
smaghdw	real(8)	imx,imx,km	UV-boxの西側の壁の高さ	D	M	cm	×		SMAGHD	oc mod boundary
splat	real(8)	1	モデルの南緯点の地理座標における緯度			degree	×			oc mod param
splon	real(8)	1	モデルの南緯点の地理座標における経度			degree	×			oc mod param
srgr	real(8)	imx,imx,km	気候値塩分(過去)をモデル格子点に内挿したもの	A	M	psu	○			oc mod common
srgrna	real(8)	imx,imx,km	気候値塩分(未来)をモデル格子点に内挿したもの	A	M	psu	○			oc mod common
srsf	real(8)	imx,imx	緩和境界条件による、第1層目で(大気から)海洋が受け取る塩分フラックス	A		psu cm s ⁻¹	○			oc mod common
ssr	real(8)	imx,imx	気候値海面塩分(過去)をモデル格子点に内挿したもの	A		psu	○			oc mod common

モジュールに存在する変数リスト

変数名	型	次元	意味	水平	鉛直	単位	時間変化	備考	オプション	モジュール名
ssra	real(8)	imx,imx	気候値海面塩分(未来)をモデル格子点に内挿したもの	A		psu	○			oc mod common
sst	real(8)	imx,imx	海面水温データ(過去)をモデル格子点に内挿したもの	A			○		HFLUX	oc mod common
ssta	real(8)	imx,imx	海面水温データ(未来)をモデル格子点に内挿したもの	A			○		HFLUX	oc mod common
stan	real(8)	1	不安定成分かどうかを判断する際に使われる係数				×	1×10^{-12}		oc mod modelpar
strsx	real(8)	imx,imx	一層目(大気、海水などから)海洋に与えられる、単位面積あたりの応力の東西成分(東向きが正)	E		dyn cm ² -2	n			oc mod common
strsy	real(8)	imx,imx	一層目(大気、海水などから)海洋に与えられる、単位面積あたりの応力の南北成分(北向きが正)	E		dyn cm ² -2	n			oc mod common
sust	real(8)	imx,imx	塩分の移流・拡散によるフラックスの東西成分	B	M	psu cm ³ s-	n	作業用配列		oc mod common
sv1	real(8)	imx,imx,ksqm	σ -layer 各レベルにおける全塩分量	A	M	psu	n		FREESURFACE	oc mod common
sv1a	real(8)	imx,imx,ksqm	σ -layer 各レベルにおける全塩分量	A	M	psu	n+1		FREESURFACE	oc mod common
sv1b	real(8)	imx,imx,ksqm	σ -layer 各レベルにおける全塩分量	A	M	psu	n-1		FREESURFACE	oc mod common
svst	real(8)	imx,imx	塩分の移流・拡散によるフラックスの南北成分	D	M	psu cm ³ s-	n	作業用配列		oc mod common
szadv	real(8)	imx,imx	鉛直移流・拡散による塩分の変化率	A		s ⁻¹	○			oc mod common
t0ice1	real(8)	imx,imx	lead の部分の海面温度	A			n->n+1		ICE	oc mod common
t0iceo	real(8)	imx,imx	海水・海洋境界の温度	A			n->n+1		ICE	oc mod common
tab	real(8)	1	0 の絶対温度			K	×	273.16		oc mod param
tal	real(8)	imx,imx,km	tracer の中では最後の更新時を除き、leap frog においてn-1からn+1へのstepに移る際の、温度の時間変化項。tracerの最後でn+1stepの温度になる。	A	M	変化項の時、 s ⁻¹ (その他の場合)	n+1			oc mod common
tanfi	real(8)	imx	tan(0.25*dytdeg/radian)	A			×	anshft およびanhtfを求めるときに用いる。	SPHERICAL	oc mod modelpar
tbi	real(8)	imx,imx,km	温度	A	M		n-1			oc mod common
tcf1	real(8)	imx,imx,km-1	鉛直拡散の計算に使う係数			cm ³ ・s ⁻¹	×			oc mod boundary
tcon	real(8)	imx,imx	BIHARMONIC 拡散使用時 温度の Laplacian 拡散を一時的に格納する	A			n		BIHARMONIC	oc mod common
teps	real(8)	1	とても小さい値:丸め誤差の解消				×			oc mod timestep
thcksgm	real(8)	1	初期の σ 層全体の厚さ			cm	×		FREESURFACE	oc mod boundary
tl	real(8)	imx,imx,km	温度	A	M		n			oc mod common
tm4	real(8)	km	水温暖度値水平平均		M		×	tscimで計算される		oc mod common
tmice	real(8)	1	融氷点(水温はこれより低くならない)				×	-1.7	ICE	oc mod param
tnq	real(8)	imx	U点の緯度の正接(tan)	E			×		SPHERICAL	oc mod modelpar
tnr	real(8)	1	$1/(1+2*ntdt)$				×	dtuv/dttr + 0.0001	FREESURFACE	oc mod jobpar
trgn	real(8)	imx,imx,km	気候値水温(過去)をモデル格子点に内挿したもの	A	M		○			oc mod common
trgna	real(8)	imx,imx,km	気候値水温(未来)をモデル格子点に内挿したもの	A	M		○			oc mod common
trsf	real(8)	imx,imx	緯度境界条件による、第1層目で(大気から)海洋が受け取る温度フラックス	A		cm s ⁻¹	n			oc mod common
tsfci	real(8)	imx,imx	海水上面温度	A			n		ICE	oc mod common
tsr	real(8)	imx,imx	気候値海面水温(過去)をモデル格子点に内挿したもの	A			○			oc mod common
tsra	real(8)	imx,imx	気候値海面水温(未来)をモデル格子点に内挿したもの	A			○			oc mod common
ttng	real(8)	imx	T点の緯度の正接(tan)	A			×		SPHERICAL	oc mod modelpar
ttvol	real(8)	1	モデル海洋全体の体積			cm ³		自由表面では淡水の出入りがある場合には時間変化する		oc mod boundary
tust	real(8)	imx,imx	水温の移流・拡散によるフラックスの東西成分	B	M	cm ³ s-1	n	作業用配列		oc mod common
tv1	real(8)	imx,imx,ksqm	σ -layer 各レベルにおける全熱量	A	M	cm ³	n		FREESURFACE	oc mod common
tv1a	real(8)	imx,imx,ksqm	σ -layer 各レベルにおける全熱量	A	M	cm ³	n+1		FREESURFACE	oc mod common
tv1b	real(8)	imx,imx,ksqm	σ -layer 各レベルにおける全熱量	A	M	cm ³	n-1		FREESURFACE	oc mod common
tvol	real(8)	km	各層のT-box体積の総和		M	cm ³		自由表面では淡水の出入りがある場合には時間変化する		oc mod boundary
tvst	real(8)	imx,imx	水温の移流・拡散によるフラックスの南北成分	D	M	cm ³ s-1	○	作業用配列		oc mod common
tzadv	real(8)	imx,imx	鉛直移流・拡散による水温の変化率	A		cm ³ s ⁻¹	○			oc mod common
ual	real(8)	imx,imx,km	clinic の中では最後の更新時を除き、leap frog においてn-1からn+1へのstepに移る際の、海面での圧力勾配の効果を除いた東西方向の流運の時間変化項。clinicの最後において、海面の勾配の効果を含まない、n+1stepの東西方向の流運になる。	E	M	cm s ⁻² (時間変化項の時)、 cm s ⁻¹ (その他の場合)	n+1			oc mod common
ubl	real(8)	imx,imx,km	東西方向流運	E	M	cm s ⁻¹	n-1			oc mod common
ucon	real(8)	imx,imx	BIHARMONIC 粘性使用時 東西流運の Laplacian を一時的に格納する	E			n		BIHARMONIC	oc mod common
uew	real(8)	imx,imx	東西運動量の東西方向移流フラックス	D		cm ⁴ s ⁻²	○	U-box で出入りを考えている		oc mod common
uhdf	real(8)		clinic で覆算し energy で出力する東西流運に対する水平粘性				n			oc mod common
uice	real(8)	imx,imx	海水の速度の東西成分	E		m s ⁻¹	n+1	SIDYN 未定義の場合は海面流速	ICE	oc mod common
ul	real(8)	imx,imx,km	東西方向流運	E	M	cm s ⁻¹	n			oc mod common
umal	real(8)	imx,imx	鉛直積分した東西流運	E		cm ² s ⁻¹	n+1		FREESURFACE	oc mod common
umbl	real(8)	imx,imx	鉛直積分した東西流運	E		cm ² s ⁻¹	n-1		FREESURFACE	oc mod common
uml	real(8)	imx,imx	鉛直積分した東西流運	E		cm ² s ⁻¹	n		FREESURFACE	oc mod common
undef	real(8)		Levitus 気候値でこれより小さい値は欠損値とみなす				×	-20.0		oc mod param

モジュールに存在する変数リスト

変数名	型	次元	意味	水平	鉛直	単位	時間変化	備考	オプション	モジュール名
une	real(8)	imx,imx	東西運動量の南西 北東方向移流フラックス	A		cm ⁴ s ⁻²	○	U-box を45°回転させた矩形boxで出入りを考えている		oc mod common
unit bar	real(8)		cgs単位系の圧力(dyn cm ⁻²) を bar に変換する係数				×	10 ⁻⁶		oc mod param
uns	real(8)	imx,imx	東西運動量の南北方向移流フラックス	B		cm ⁴ s ⁻²	○	U-box で出入りを考えている		oc mod common
use	real(8)	imx,imx	東西運動量の北西 南東方向移流フラックス	A		cm ⁴ s ⁻²	○	U-box を45°回転させた矩形boxで出入りを考えている		oc mod common
ustarl	real(8)	imx,imx,km	T S格子境界(東)での東西流量	B	M	cm ³ s ⁻¹	n			oc mod common
ustary	real(8)	imx,imx,km	T S格子境界(北)での平均東西流量 × 側面積	D	M	cm ³ s ⁻¹	n		UTOPIA	oc mod common
uv1	real(8)	imx,imx,ksqm	σ-layer 各レベルにおける東西全運動量	E	M	cm s ⁻¹ 1 × cm ³	n		Freesurface	oc mod common
uv1a	real(8)	imx,imx,ksqm	σ-layer 各レベルにおける東西全運動量	E	M	cm s ⁻¹ 1 × cm ³	n+1		Freesurface	oc mod common
uv1b	real(8)	imx,imx,ksqm	σ-layer 各レベルにおける東西全運動量	E	M	cm s ⁻¹ 1 × cm ³	n-1		Freesurface	oc mod common
uvol	real(8)	km	各層のU-box体積の総和		M	cm ³		tvolに等しいはず		oc mod boundary
uvolume sgm0	real(8)		sigma層の体積				○		PRAJS	oc mod common
uvolume sgm1	real(8)		前回 job 開始時点でのsigma層の体積				n-1		PRAJS	oc mod common
uvolume sgm2	real(8)		前回 job 終了時点でのsigma層の体積				n		PRAJS	oc mod common
val	real(8)	imx,imx,km	clinic の中では最後の更新時を除き、leap frog においてn-1からn+1へのstepに移る際の、海面での圧力勾配の効果を除いた南北方向の流速の時間変化項、clinicの最後において、海面の勾配の効果を含まない、n+1stepの南北方向の流速になる。	E	M	cm s ⁻² (時間変化項の時)、 cm s ⁻¹ (その他の場合)	n+1			oc mod common
vbl	real(8)	imx,imx,km	南北方向流速	E	M	cm s ⁻¹	n-1			oc mod common
vcnt	real(8)	1	1.0-vupp				×			oc mod jobpar
vcnt2	real(8)	1	vcnt+0.5				×			oc mod jobpar
vcon	real(8)	imx,imx	BIHARMONIC 粘性使用時 南北流速の Laplacian を一時的に格納する	E			n		BIHARMONIC	oc mod common
vdbg	real(8)	km	Backgroundの鉛直拡散係数				×	vdbg.F90のファイルで与える。		oc mod jobpar
vdts	real(8)	km	鉛直拡散係数		B	cm ² s ⁻¹	×			oc mod jobpar
vdv	real(8)	1	鉛直粘性係数			cm ² s ⁻¹	×			oc mod jobpar
vew	real(8)	imx,imx	南北運動量の東西方向移流フラックス	D		cm ⁴ s ⁻²	○	U-box で考えている		oc mod common
vhdf	real(8)		clinic で覆算し energy で出力する南北流速に対する水平粘性				n			oc mod common
vice	real(8)	imx,imx	海水の速度の南北成分	E		m s ⁻¹	n+1	SIDYN 未定義の場合は海面流速	ICE	oc mod common
vl	real(8)	imx,imx,km	南北方向流速	E	M	cm s ⁻¹	n			oc mod common
vmal	real(8)	imx,imx	鉛直積分した南北流速	E		cm ² s ⁻¹	n+1		Freesurface	oc mod common
vmask	real(8)	imx,imx,km-1	T S格子式の鉛直積分項を計算するのに使うパラメータ(スキーム振り分け用マスク)			-	×		IZQUICKEST	oc mod boundary
vmbi	real(8)	imx,imx	鉛直積分した南北流速	E		cm ² s ⁻¹	n-1		Freesurface	oc mod common
vml	real(8)	imx,imx	鉛直積分した南北流速	E		cm ² s ⁻¹	n		Freesurface	oc mod common
vne	real(8)	imx,imx	南北運動量の南西 北東方向移流フラックス	A		cm ⁴ s ⁻²	○	U-box を45°回転させた矩形boxで考えている		oc mod common
vns	real(8)	imx,imx	南北運動量の南北方向移流フラックス	B		cm ⁴ s ⁻²	○	U-box で考えている		oc mod common
volt	real(8)	imx,imx,km	T-boxの海水の体積	A	M	cm ³	×			oc mod boundary
volt1	real(8)	imx,imx,ksqm	σ-layer 各レベルにおけるT-box の体積	A	M	cm ³	n		Freesurface	oc mod common
volt1a	real(8)	imx,imx,ksqm	σ-layer 各レベルにおけるT-box の体積	E	M	cm ³	n+1		Freesurface	oc mod common
volt1ar	real(8)	imx,imx,ksqm	σ-layer 各レベルにおけるT-box の体積の逆数	A	M	cm ⁻³	n+1		Freesurface	oc mod common
volt1c	real(8)	imx,imx,ksqm	初期のσ層内T-boxの体積	A	M	cm ³	×		Freesurface	oc mod boundary
volt1tar	real(8)	imx,imx	ステップnの鉛直積分流速 uml, vml を用いて求めた海面高度から計算した量上層体積の逆数	A		cm ⁻³	n+1		Freesurface & & FSMOM	oc mod common
voltr	real(8)	imx,imx,km	T-boxの海水の体積の逆数	A	M	cm ⁻³	×	体積0のときは0		oc mod boundary
volu1	real(8)	imx,imx,ksqm	σ-layer 各レベルにおけるU-box の体積	E	M	cm ³	n		Freesurface	oc mod common
volu1a	real(8)	imx,imx,ksqm	σ-layer 各レベルにおけるU-box の体積	E	M	cm ³	n+1		Freesurface	oc mod common
volu1ar	real(8)	imx,imx,ksqm	σ-layer 各レベルにおけるU-box の体積の逆数	A	M	cm ⁻³	n+1		Freesurface	oc mod common
volu1c	real(8)	imx,imx,ksqm	初期のσ層内U-boxの体積	E	M	cm ³	×		Freesurface	oc mod boundary
volur	real(8)	imx,imx,km	U-boxの海水の体積の逆数	E	M	cm ⁻³	×	体積0のときは0		oc mod boundary
vse	real(8)	imx,imx	南北運動量の北西 南東方向移流フラックス	A		cm ⁴ s ⁻²	n	U-box を45°回転させた矩形boxで考えている		oc mod common
vstarl	real(8)	imx,imx,km	T S格子境界(北)での南北流量	D	M	cm ³ s ⁻¹	n			oc mod common
vstarx	real(8)	imx,imx,km	T S格子境界(東)での平均南北流量 × 側面積	B	M	cm ³ s ⁻¹	n		UTOPIA	oc mod common
vupp	real(8)	1	鉛直方向の重み付き移流のうち、上流差分の占める割合				×			oc mod jobpar
w1	real(8)	imx,imx,ksqm	σ-layer 各レベルにおける南北全運動量	E	M	cm s ⁻¹ 1 × cm ³	n		Freesurface	oc mod common
w1a	real(8)	imx,imx,ksqm	σ-layer 各レベルにおける南北全運動量	E	M	cm s ⁻¹ 1 × cm ³	n+1		Freesurface	oc mod common
w1b	real(8)	imx,imx,ksqm	σ-layer 各レベルにおける南北全運動量	E	M	cm s ⁻¹ 1 × cm ³	n-1		Freesurface	oc mod common
wao	real(8)	imx,imx	海洋-大気境界面(open leads)の淡水フラックス			m s ⁻¹	n		ICE	oc mod common
wdv	real(8)	imx,imx	スカラー風速データ(過去)をモデル格子点に内挿したもの	A		m s ⁻¹	○		HFLUX	oc mod common
wdva	real(8)	imx,imx	スカラー風速データ(未来)をモデル格子点に内挿したもの	A		cm s ⁻¹	○		HFLUX	oc mod common

モジュールに存在する変数リスト

変数名	型	次元	意味	水平	鉛直	単位	時間変化	備考	オプション	モジュール名
wflux	real(8)	imx,imx	海面淡水フラックス (net)	A		cm s ⁻¹	n		WFLUX	oc mod common
wfluxi	real(8)	imx,imx	海水の結氷・融解に伴う淡水フラックス	A		cm s ⁻¹	n	海水モデル内では MKS, sixit で MKS → cgs に変換	ICE	oc mod common
wfluxs	real(8)	imx,imx	雪氷の結氷・融解に伴う淡水フラックス	A		cm s ⁻¹	n	海水モデル内では MKS, sixit で MKS → cgs に変換	ICE	oc mod common
wflx	real(8)	imx,imx	海面淡水フラックス(降水-蒸発)	A		cm s ⁻¹	n		WFLUX	oc mod common
wfirt	real(8)	imx,imx	frazil ice の生成に伴う淡水フラックス (不使用)	A		m s ⁻¹	n		ICE	oc mod common
wio	real(8)	imx,imx	海水-海洋境界面の淡水フラックス			m s ⁻¹	n		ICE	oc mod common
wlwl	real(8)	imx,imx,km	TS格子境界(下部)での鉛直流量	A	B	cm ³ s ⁻¹	n			oc mod common
wrsi	real(8)	imx,imx	海水の融解による淡水フラックス	A		m s ⁻¹	n	iaflux	ICE	oc mod common
wrss	real(8)	imx,imx	雪氷の融解による淡水フラックス	A		m s ⁻¹	n	iaflux	ICE	oc mod common
ws	real(8)	imx,imx	海面鉛直流量	A	T	cm ³ s ⁻¹	n+1		FREESURFACE	oc mod common
wsx	real(8)	imx,imx	風応力東西成分(過去)をモデル格子点に内挿したもの	E		dyn cm ⁻²	o			oc mod common
wsxa	real(8)	imx,imx	風応力東西成分(未来)をモデル格子点に内挿したもの	E		dyn cm ⁻²	o			oc mod common
wsy	real(8)	imx,imx	風応力南北成分(過去)をモデル格子点に内挿したもの	E		dyn cm ⁻²	o			oc mod common
wsya	real(8)	imx,imx	風応力南北成分(未来)をモデル格子点に内挿したもの	E		dyn cm ⁻²	o			oc mod common
xd	real(8)	imx,imx,km,8	鉛直粘性・拡散を階層法で解くときの作業配列				o	作業配列	VVDIMP	oc mod common
xm	real(8)	imx,imx	U-box の四隅(T点)における平均東西流量	A		cm ³ s ⁻¹	o			oc mod common
ym	real(8)	imx,imx	U-box の四隅(T点)における平均南北流量	A		cm ³ s ⁻¹	o			oc mod common
z1i	real(8)		モデルの最上層のT点から海面までの距離		TM	m	x	= dz(1) × 0.5	ICE	oc mod common
ztd	real(8)	imxr, jmxr	風圧過度の変化率	A		cm ³ s ⁻²	n		IFREESURFACE	oc mod common
zul	real(8)	imx,imx	東方向の運動方程式の時間変化項を鉛直積分(自由表面) or 鉛直平均(rigid-lid)したもの(海面での圧力勾配の効果は含まない)	E		(cm ² s ⁻²) or (cm s ⁻²)	n			oc mod common
zvl	real(8)	imx,imx	南北方向の運動方程式の時間変化項を鉛直積分(自由表面) or 鉛直平均(rigid-lid)したもの(海面での圧力勾配の効果は含まない)	E		(cm ² s ⁻²) or (cm s ⁻²)	n			oc mod common

気 象 研 究 所

1946（昭和21）年 設 立

所 長 ： 理 博 藤 谷 徳之助

予 報 研 究 部	部 長 :	竹 村 行 雄
気 候 研 究 部	部 長 : 理 博	野 田 彰
台 風 研 究 部	部 長 :	榊 原 均
物 理 気 象 研 究 部	部 長 :	坂 井 武 久
環境・応用気象研究部	部 長 :	澤 井 哲 滋
気 象 衛 星 ・ 観 測		
システム研究部	部 長 : 理 博	大 野 久 雄
地 震 火 山 研 究 部	部 長 : 理 博	濱 田 信 生
海 洋 研 究 部	部 長 : 農 博	大 山 準 一
地 球 化 学 研 究 部	部 長 : 理 博	藤 谷 徳 之 助

(事務取扱)

気象研究所技術報告

編集委員長 ： 澤 井 哲 滋

編集委員	:	大 関 誠	黒 田 友 二	北 畠 尚 子
		楠 研 一	清 野 直 子	中 里 真 久
		山 本 剛 靖	中 野 俊 也	石 井 雅 男
事務局	:	中 本 能 久	井 上 卓	

気象研究所技術報告は、1978年（昭和53）年の初刊以来、気象研究所が必要の都度発行する刊行物であり、原則として気象研究所職員及びその共同研究者による気象学、海洋学、地震学その他関連の地球科学に関する技術報告、資料報告および総合報告（以下報告という）を掲載する。

気象研究所技術報告の編集は、編集委員会が行う。編集委員会は原稿の掲載の可否を判定する。

本紙に掲載された報告の著作権は気象研究所に帰属する。本紙に掲載された報告を引用する場合は、出所を明示すれば気象研究所の許諾を必要としない。本紙に掲載された報告の全部又は一部を複製、転載、翻訳、あるいはその他に利用する場合は気象研究所の許諾を得なければならない。個人が研究、学習、教育に使用する場合は、出所を明示すれば気象研究所の許諾を必要としない。

気 象 研 究 所 技 術 報 告 ISSN 0386-4049

第 47 号

平成 17 年 3 月 発行

編 集 兼 気 象 研 究 所
発 行 者

〒305-0052 茨城県つくば市長峰1-1

TEL. (029) 853-8535

印 刷 所 岩 見 印 刷 株 式 有 限 公 司

〒303-0023 茨城県水海道市橋本町3500