

論 説

本震前に現れる G-R 則からの逸脱と、
その特徴に基づいた地震予測モデルの提案

気象研究所地震津波研究部* 弘瀬冬樹・前田憲二†

Deviation from G-R Law before Great Earthquakes and
Recommendation for Earthquake Forecast
Models Based on That Feature

Fuyuki HIROSE and Kenji MAEDA†

Seismology and Tsunami Research Department, Meteorological Research Institute,
1-1 Nagamine, Tsukuba, Ibaraki, 305-0052, Japan

(Received August 31, 2016; Accepted March 15, 2017; published online on April ■, 2017)

Frequency-magnitude distributions are generally expressed by the Gutenberg-Richter (G-R) law. However, frequency-magnitude distributions are sometimes a convex-upward curve rather than a straight line, departing from the G-R law. An η value originally introduced by Utsu (1978) is an indicator that represents the degree of deviation from the G-R law. We investigate η values before and after six $M7-9$ class mainshocks off the Pacific coast of eastern Japan. The η values tend to become small (i.e., the distribution deviates from the G-R law) before the mainshocks, and then increase (i.e., recovering to the G-R law). Taking this characteristic into account, we suggest a simple and challenging earthquake forecast model based on η values. Probability gain of the optimized forecast model by a retrospective test becomes 2.24-3.03, and the alarm rate and the truth rate become 100% and 0.14-0.47%, respectively. According to the result of the forecast model applied to the latest seismicity, we should pay attention to seismicity off the coast southeast of Kanto district.

Key words: η value, G-R law, Deviation, Earthquake forecast model, Probability Gain

§1. はじめに

地震の規模別頻度分布は大局的には G-R 則 [Gutenberg and Richter (1944)] に従うが、詳細にみれば上に凸になったり蛇行したりするなど G-R 則に従わないこともある [例えば, Utsu (1999)]. 宇津 (1978) は, そのような G-R 則からの逸脱を表すパラメータとして η 値を提案した. G-R 則からのずれの程度をひとつのパラメータ (η) で定量的に表すことができるというメリットがあり, 上に凸の分布となるほど η 値は小さくなる. 宇津 (1988) は, 1926~1985 年に日本付近に発生した $M5.0$ 以上の地震のうち, $M4.0$ 以上の前震が 5 個以上発生しているイ

ベント 22 個を対象として前震と余震の η 値を求め, 前震の η 値の方が余震のそれよりも小さい (上に凸の分布) 傾向を示すことを報告した. 同様に本震前の規模別頻度分布が上に凸となる例は他の地域でも報告されている. 例えば, 南アメリカ大陸に沈み込むナスカプレートの深さ 500-650 km にある孤立的な地震活動 (1973~2000 年に $M\sim 7$ の本震が 6-10 年間隔で発生) の規模別頻度分布は本震前に上に凸の分布をし, 本震によって直線性が回復するサイクルを繰り返している [Burroughs and Tebbens (2002)].

これらのことから, 本震前の規模別頻度が上に凸となる分布に着目した予測モデルの有効性を検討することは意義がある. そこで本研究では, 1990 年以降に東日本の太平洋沖で発生した $M7.0$ 以上の地震前後の η 値に着目

* 〒305-0052 茨城県つくば市長峰 1-1

† 現所属: 〒100-8122 東京都千代田区大手町 1-3-4 気象庁地震火山部

Table 1. The η values for six areas. Underlined boldface denotes an η value less than or equal to 1.70.

Area	Length of major / minor axis ^a	Occurrence time (JST) of the mainshock	$M_{\text{mainshock}}$	M_t	η value [Number of earthquakes]				
					Before ^b	After 1 ^c	After 2 ^d		
A	Off the east of Hokkaido	211.8164 / 151.9760	4 October 1994 22:22:56	8.2	3.95	<u>1.60</u> [177]	<u>1.66</u> [455]	1.80 [2168]	
B	Off Tokachi	204.4376 / 187.3101	26 September 2003 04:50:07	8.0		<u>1.70</u> [182]	1.74 [113]	1.86 [473]	
C	Off Iwate	188.8843 / 132.1363	28 December 1994 21:19:20	7.6		<u>1.62</u> [179]	1.81 [148]	1.83 [528]	
D	Off Miyagi	85.4725 / 85.1676	9 March 2011 11:45:13	7.3		<u>1.57</u> [111]	<u>1.63</u> ^f [71]	-	
E	Off Ibaraki	96.8573 / 46.6042	8 May 2008 01:45:19	7.0		2.95	<u>1.66</u> [163]	-	-
F	Off Tohoku	639.9619 / 346.3317	11 March 2011 14:46:19	9.0		4.95	-	1.90 ^e [110]	1.79 ^e [216]

a: Length of major and minor axis of aftershocks area. Unit is km.

b: Period from 1 January 1990 to just before each mainshock, corresponding to orange diamonds in Fig. 3 and Figs. A1a–A6a.

c: Period of 7 days in areas A–C, E, and F and of ~2 days in area D after each mainshock, corresponding to left blue diamonds in Fig. 3 and Figs. A1c–A6c.

d: Period from just after each mainshock to 31 December 2012 in areas A, B, and F and to the 2011 off Tohoku Earthquake in areas C and E, corresponding to right blue diamonds in Fig. 3a–c, e, f and Figs. A1e–A3e, A5e, A6e.

e: Value estimated by using $M_t = 2.95$.

f: Value estimated by the number of events less than 100.

した調査を行った。その結果、宇津 (1988) や Burroughs and Tebbens (2002) のように、本震前の規模別頻度分布は G-R 則から逸脱し、本震後に G-R 則に従う傾向にあることがわかった。さらにこれらの特徴を踏まえ、 η 値に基づいたシンプルでチャレンジングな予測モデルを提案する。

§2. データ

解析には気象庁一元化震源 (1990 年 1 月～2012 年 12 月、深さ 100 km 以浅) を用いた。解析対象とした本震は、データ期間中に東日本の太平洋沖で発生した $M7.0$ 以上の本震 6 個とした (Fig. 1, Table 1)。各本震に関する解析対象領域は、本震後 7 日以内に発生した $M4.0$ 以上の余震の震央を取り囲むシンプルな矩形領域 A–F とした (Fig. 1)。ただし、領域 D については、2011 年 3 月 9 日 $M7.3$ の本震の約 2 日後に $M9.0$ の 2011 年東北地方太平洋沖地震 (以下、東北沖地震) [Hirose *et al.* (2011)] が付近で発生したため、その巨大地震直前までの期間のデータから領域を設定した。パラメータの推定に用いる個数が少ないと誤差は大きくなるため [宇津 (1978, 1988)], 矩形領域内で本震前に 100 個以上の定常的な地震活動が観測されなかった本震は解析対象から除いた (Fig. 2 の黒丸)。また、各矩形領域内で最大規模の地震を本震とし、それ以降に発生した地震は $M7.0$ 以上であつても余震と見做し、本震としての解析対象から除いた (Fig. 2 の青丸)。

§3. 解析手法

マグニチュードが $M \sim M + dM$ である地震の個数を $n(M)dM$ と置くと、G-R 則による規模別頻度分布は次のように表せる。

$$\log n(M) = a - bM \quad (1)$$

ここで、 a 及び b は定数である。下限マグニチュードにおいて観測された累積地震数を近似曲線が通過するという前提を置けば、独立なパラメータは 1 個 (b) である。

G-R 則の他にも規模別頻度分布を表す式は様々提案されている [Utsu (1999)]。本論文では、G-R 則から逸脱した分布を表すモデルの代表として宇津の式 [Utsu (1974)] と 2 区間 G-R 則 [Gutenberg (1956)] を参考として取り上げる。

Utsu (1974) は、規模別頻度分布が上に凸となる様子をモデル化するために、マグニチュードの上限 c_u を導入した式 (宇津の式) を提案した。

$$\log n(M) = a_u - b_u M + \log(c_u - M) \quad (M < c_u) \quad (2)$$

$$n(M) = 0 \quad (M \geq c_u) \quad (3)$$

ここで、 a_u 、 b_u 及び c_u は定数である。このモデルは M が c_u に近づくと、ゼロに漸近する。地球は有限であるため、マグニチュードに上限を持つ宇津の式の方が G-R 則よりも現実的であろう。独立なパラメータは 2 個 (b_u, c_u) である。

一方、あるコーナーマグニチュード M_{cor} で直線の傾きが変わるモデルとして 2 区間 G-R 則 [Gutenberg (1956)] がある。宇津の式と異なり、下に凸の分布もモデル化で

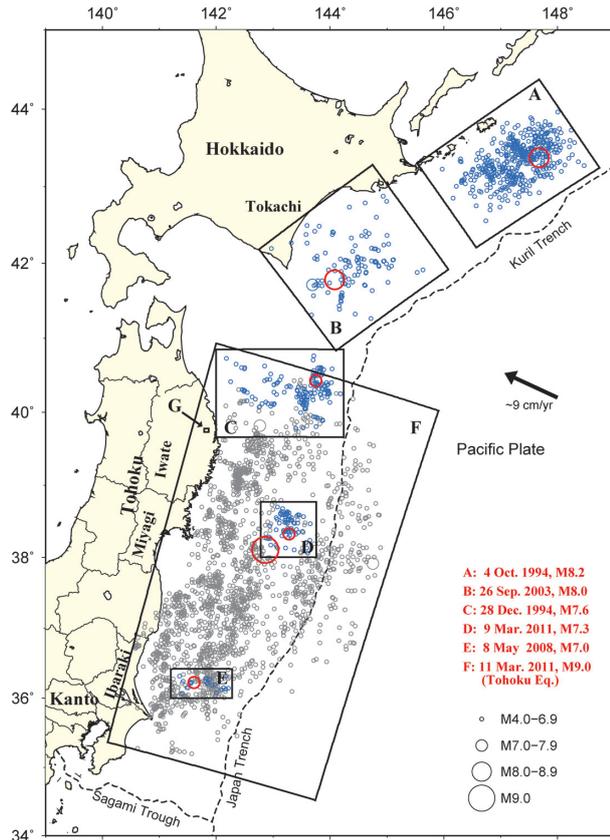


Fig. 1. Epicenter distributions in the investigation area from 1990 through 2012. Red circles denote mainshocks with $M \geq 7.0$. Blue circles denote $M \geq 4.0$ aftershocks of each mainshock in areas A-E. Gray circles denote $M \geq 4.0$ aftershocks of the 2011 mainshock in area F. Seismicity in area G is shown in Fig. 10. The latitude and longitude of the four corners of each area are A (43.297525/145.535840, 44.376068/147.674714, 43.245088/148.737108, 42.204104/146.570209), B (42.180190/142.750254, 43.283992/144.747288, 41.915468/146.080793, 40.833874/144.103236), C (40.85/142.0, 40.85/144.24, 39.66/144.24, 39.66/142.0), D (38.77/142.78, 38.77/143.76, 38.0/143.76, 38.0/142.78), E (36.42/141.2, 36.42/142.28, 36.0/142.28, 36.0/141.2), F (40.932629/141.998709, 40.023771/145.906228, 34.522258/143.742367, 35.366445/140.090640), G (39.78/141.79, 39.78/141.87, 39.73/141.87, 39.73/141.79).

きるという特徴を持つ。

$$\log n(M) = a_1 - b_1 M \quad (M \leq M_{cor}) \quad (4)$$

$$\log n(M) = a_2 - b_2 M \quad (M > M_{cor}) \quad (5)$$

ここで、 a_1 , b_1 , a_2 , b_2 及び M_{cor} は定数である。独立なパラメータは3個 (b_1, b_2, M_{cor}) である。

パラメータの推定には最尤法 [Utsu (1999)] を用いた。

宇津の式は、規模別頻度分布が上に凸の分布からの乖離

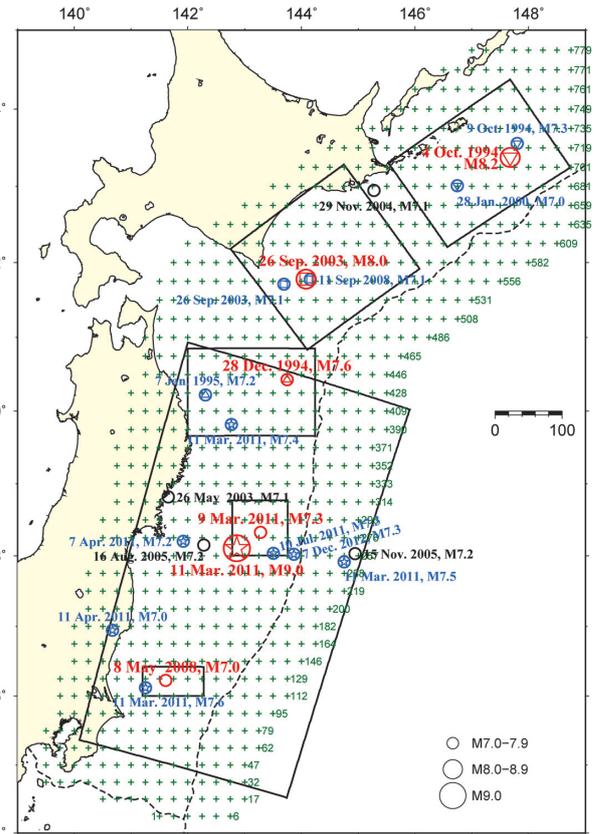


Fig. 2. Calculation grids with spacing of 0.25° for the earthquake forecast model and epicenter distributions. Green numbers denote the grid number. Red circles denote mainshocks. Blue circles denote aftershocks with $M \geq 7.0$. Aftershocks associated with each mainshock are shown by the same symbol inside circles. Black circles denote mainshocks for which η values were not calculated because the event number was less than 100 before mainshocks.

が大きくなると解が収束しない場合がある。

以上、3つのモデル (G-R 則, 宇津の式, 2 区間 G-R 則) について紹介したが、モデル間の優劣の指標として AIC [Akaike (1974)] がよく用いられる。AIC が最も小さいモデルが優れていると判断され、特に2以上の差があればモデル間に有意な差があると見做せる。本論では、G-R 則, 宇津の式, 2 区間 G-R 則の AIC をそれぞれ AIC_{GR} , AIC_U , AIC_2 で示す。

ここまで説明してきたように、各モデルのパラメータを推定し、AIC を用いてモデル間の優劣を決めるというやり方が一般的である。しかしその他に、規模別頻度分布の特徴をひとつのパラメータ η で簡単に表すこともできる [宇津 (1978)]。本論では主に η 値の解析結果について述べ、規模別頻度分布に式 (1)-(5) を当てはめた際のパラメータ値は参考値として示すにとどめる。 $X = M -$

M_t と置いたとき、 η 値は次のように書ける。

$$\eta = E[X^2]/(E[X])^2 \quad (6)$$

ここで、 M_t は下限マグニチュードで、 M が0.1刻みで与えられている場合（今日のカatalogの多くは0.1刻み）は、3.95や4.05などの値をとる。 $E[\]$ は括弧内に示される変数の平均値を示す。規模別頻度分布がG-R則に従う場合の理論値は2で、上に凸の分布だと $\eta < 2$ 、下に凸だと $\eta > 2$ となる。例えば、100(200)個のデータから求めた η が1.70(1.78)以下であれば、それをG-R則に従う母集団からのサンプルと考えるのには5%の有意水準で η 値が小さ過ぎるといえる[宇津(1978, 1988)]。 η 値の推定に用いる個数が少ないと、 $\eta < 2$ となりやすいという指摘がある[宇津(1988)]。宇津(1988)が推定に用いた個数は多くて50個、半数は10個未満である。一方、パラメータの推定に用いる個数が少ないとバラツキは大きくなる[宇津(1978, 1988)]。本研究ではその点を考慮して、100個以上のイベントを用いるようにした（ただし、後述の通り一部例外あり）。

η 値の時間変化については以下の手順で計算した。本震を境に期間を2つに分け、本震前の期間については地震が発生する度に1990年からそのイベントまでのデータを用いて η 値を求めた。推定に用いるイベント数が1個ずつ増えることになる。このとき、計算を開始する地震数は100個からとした。本震後の期間については、イベント（余震）が発生する度に本震後からそのイベントまでのデータを用いた。このとき、本震は含めず、計算を開始するのは本震の7日後からとした。ただし、領域Dについては、本震の約2日後に東北沖地震が付近で発生したため、東北沖地震の本震直前までの期間とした。このとき推定に用いた個数は71個である。

M_t は重要なパラメータのひとつであるが、正確な値はわからない。特に小さな M の範囲で上に凸の分布をしている場合、それが真実か、検知能力によるものかの判断は難しい。一般的には、G-R則を分布に当てはめて M_t を決定することが多い[例えば、Wiemer and Wyss(2000)]が、規模別頻度分布がG-R則から外れる例はいくつもみられるし[例えば、Utsu(1999)]、本研究ではこの点に注目しているため、G-R則に基づいて M_t を推定することは本末転倒である。規模別頻度分布曲線の曲率が最大となる M を M_t とする手法(MAXC法)もある[例えば、Wiemer and Katsumata(1999)]。MAXC法で得られる M_t は、一般的に規模別頻度分布で最多のbinを持つ M (M_{maxn})に一致するとされる[Woessner and Wiemer(2005)]。Hirose and Maeda(2011)は、上に凸の特徴を示す宇津の式に着目した予測モデルを提案した際

に、 M_t として M_{maxn} を採用した。今回我々は M_{maxn} より大きな固定値を M_t とした。アウターライズまで含めた広域の領域Fの M_t は4.95、その他の領域は3.95と設定した。ただし、観測点密度が高い（すなわち地震の検知能力が高い）関東[Nanjo *et al.*(2010)]の沖に位置する領域Eにおいては、本震(2008年5月8日)以降については、余震活動が不活発なため($M_t=3.95$ だと7日間で21個)、 $M_t=2.95$ を用いた。結果的に M_{maxn} よりも0.4-3.7大きな値となった。

Nanjo *et al.*(2010)は、1970年以降の気象庁一元化カatalogに対して、EMR法[Woessner and Wiemer(2005)]を適用し、日本全域の M_t の時空間分布を求めた。これによると深さ0-30kmのデータについてはあるが、1990年以降の東日本の太平洋沖の M_t は3-4程度、2002年以降の M_t は2-3程度である。EMR法はG-R則をベースにして小さな M までモデル化するものである。例えば、カリフォルニアの地震活動については、EMR法による M_t は平均的にはMAXC法による M_t に0.2を加えたものとなる[Woessner and Wiemer(2005)]。

§4. 結 果

解析で得られた η 値の時間変化をFig. 3に示す。領域A-Eでは、本震前の η 値は1.70以下と小さく、本震直後に大きくなった。本震前の η 値は111-182個のデータから、本震直後は71-455個から推定された。推定に用いる個数と η 値とに相関はみられなかった(Table 1)。§3で述べたように、~100個のデータから求めた η 値が1.70以下であれば、G-R則から十分逸脱しているといえる[宇津(1978, 1988)]。Fig. 3の結果はすなわち、本震前はG-R則から逸脱し、本震後にG-R則に回復する傾向があることを示している。この傾向は各モデルのAICの比較からも確認できる。本震前後の η 値の変化が顕著な領域C及びEにおける本震前と本震7日後の規模別頻度分布をFig. 4に示す。各領域の詳細な規模別頻度分布はAppendix Aを参照のこと。本震前の期間(Fig. 4a, c)では、G-R則よりも改良G-R則や2区間G-R則のAICの方が有意に小さい。一方、本震直後の余震期間(Fig. 4b, d)では、G-R則の方が他モデルのAICよりも小さい。さらに領域A-C, Eでは、本震から十分時間が経過し、定常的な活動に戻っても η 値は本震前のレベルには戻っていない(Fig. 3)。

一方、東北沖地震の余震域である領域Fにおける本震前後の η 値の時間変化は、領域A-Eの結果と逆の傾向を示す(Fig. 3)。領域Fは広域であるため、本震前は各地域の定常地震活動が平均化され、結果としてG-R則に従ったか、またはM9のサイクルとしてはデータ期間が

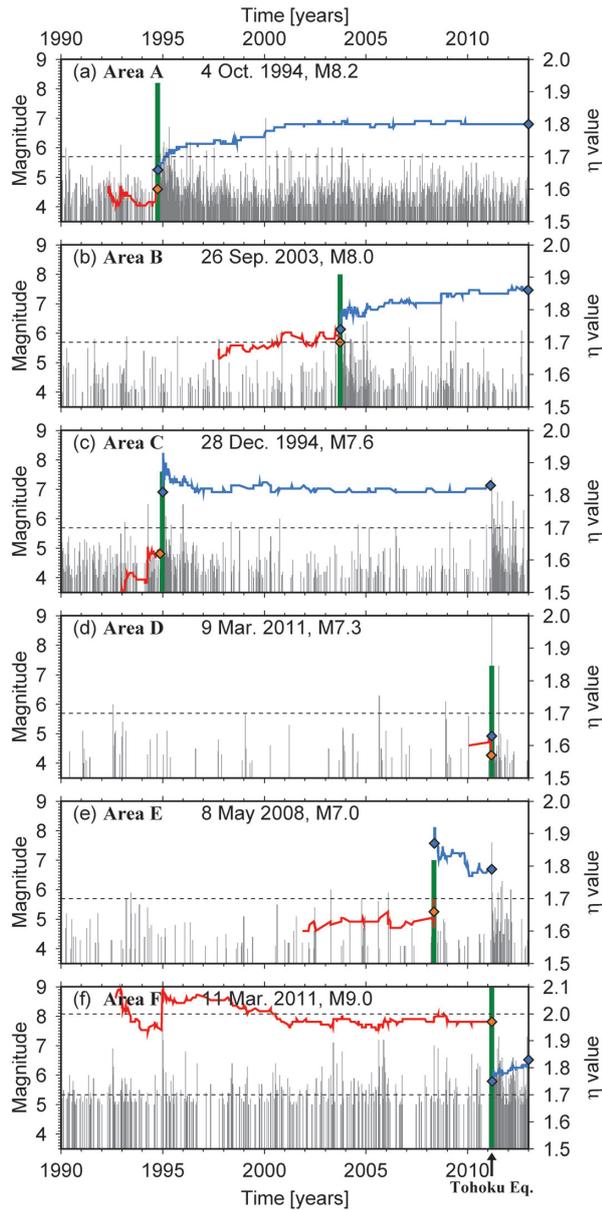


Fig. 3. Magnitude and η value versus time plot. Gray vertical bars denote magnitude. The thick green bar denotes the mainshock. Red and blue lines denote time variations of η values before and after the mainshock, respectively. Orange diamonds denote η values estimated using data from 1 January 1990 to just before each mainshock, corresponding to panels in Figs. A1a-A6a. The left blue diamonds denote η values estimated using data for 7 days in areas A-C, E, and F and for ~ 2 days in area D after each mainshock, corresponding to panels in Figs. A1c-A6c. The right blue diamonds denote η values estimated using data from just after each mainshock to 31 December 2012 in areas A, B, and F and to the 2011 off Tohoku Earthquake in areas C and E, corresponding to panels in Figs. A1e-A3e, A5e, A6e. The values of these diamonds are summarized in Table 1. Broken horizontal lines indicate η values of 1.7 and 2.0. Note that the range of the right vertical axis in (f) is different from others.

短いために上に凸の傾向がみえていないのかもしれない。本震後の η 値は他領域と同程度である。

§5. η 値に基づいた地震発生予測モデル

§4 で述べたように、領域 F を除いて本震前の η 値は本震後よりも小さい (Table 1, Fig. 3)。この特徴に基づいたシンプルな地震予測モデルを本章で提案する。予測対象は M7-8 クラスとし、M9 クラスは外した。なお、Fig. 3 は、Fig. 1 の各領域について解析したものであるが、各領域は本震後 7 日間または ~ 2 日間の余震発生域 (M4.0 以上) から決められたものである。本震を予測する際にまだ起きていない余震の情報は使えない。さらに、本震の震央が余震域 (矩形) の中心とは限らない (Fig. 1)。これらの点を考慮し、予測対象領域は震央という点ではなく、震源域 (余震域) という面的広がりとした。以下に予測モデルの流れを示す。

- 1) 東日本の太平洋沖に緯経度 0.25° 間隔のグリッドを 779 個配置し (Fig. 2)、各グリッドから半径 r 以内の地震 (M4.0 以上) を抽出する。ここで r は 50 または 100 km とする。
- 2) 1990 年 1 月 1 日～あるイベントまでに M4.0 以上の地震が 100 個以上あるグリッドで、 η 値を推定する。
- 3) η 値が 1.70 以下となったグリッドが将来の震源域 (余震域) に含まれるというアラームを出す。

本予測モデルを実際のデータに回顧的に適用した結果、 $r=50$ km を用いた場合は、領域 B を除く領域 A, C-F 内のグリッドでアラームが出される (Fig. 5)。特に M7 前半のイベントが発生した領域 D 及び E とはアラームを出したグリッドとの空間的な対応がよい。一方、 $r=100$ km を用いた場合 (Fig. 6) は、領域 D 及び E 内からアラームはほとんど消え、領域 A-C, F 内のグリッドでアラームが出される。特に M7 後半～M8 前半のイベントが発生した領域 A-C とはアラームを出したグリッドとの空間的な対応が $r=50$ km (Fig. 5) よりもよい。 $r=50$ km 及び 100 km のいずれの場合も領域 F 内に複数のアラームが出されるが、空間的な対応関係は明確ではない (Figs. 5-6)。

Figs. 5-6 からわかるように、 η 値が 1.70 以下となりアラームが出るグリッドは、予測対象の震源域 (余震域) 内のグリッドだけではない。予測が外れたアラームも含めた総合的な評価が必要である。そこで、本予測モデルを 1990 年 1 月 1 日～2012 年 12 月 31 日のデータに対して 0.1 年ごとに回顧的に適用した結果 (Fig. 7) について、確率利得、予知率、適中率で評価を行った。本震とアラームとの空間的な対応関係が不明確な東北沖地震 M

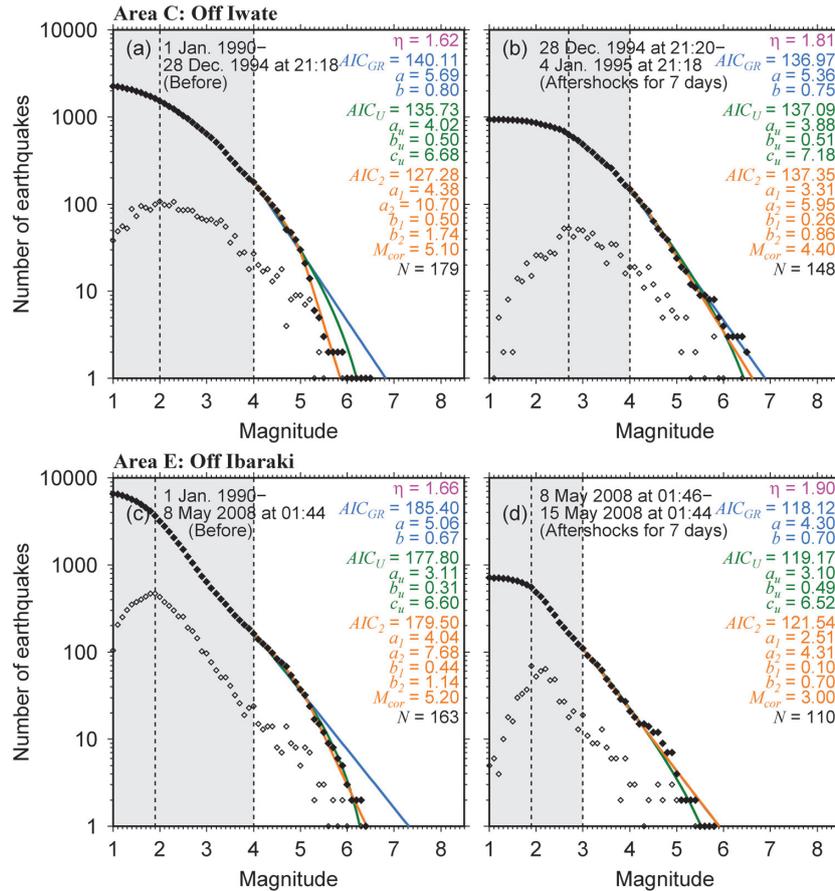


Fig. 4. Frequency-magnitude distribution of earthquakes in areas C and E in Fig. 1. Open diamonds denote the number of events in each magnitude bin and solid diamonds are cumulative number of them. Distributions are approximated by three theoretical models, the original G-R law (blue line), Utsu's formula (green line), and the two-section G-R law (orange line). Estimated parameter values are shown on the right side. The left vertical broken line denotes the magnitude bin with the largest number of events, and the right vertical broken line denotes the threshold magnitude used to estimate parameters. Data periods are (a, c) from 1 January 1990 to just before each mainshock, and (b, d) 7 days after each mainshock.

9.0は予測成績の評価から外した。ここでは便宜上0.1年更新としたため、アラーム期間は暗黙のうちに0.1年が仮定されている。結果、本震の発生まで長期間アラームは出続け、本震後にアラームが消える傾向にある。

$r=50$ kmの場合 (Fig. 7a), η 値が算出された時空間グリッド数 (N_{back}) は41343個で、そのうちアラーム時空間グリッド数は9237個である。予測すべき対象地震5個の余震域が占める (時) 空間グリッド数 (N_{target}) は全199個で、そのうちの18個でアラームが適中した。 $N_{\text{target}}/N_{\text{back}}$ の確率でターゲットが出現する場に対する本予測モデルによる確率利得は $0.40 (= \frac{18 \cdot 9237}{199 \cdot 41343})$ となり、無作為な予測よりも悪い結果となった。領域A-Eの5領域のうち、領域Bを除く4領域で適中しているため、予測対象地震からの視点による予知率は80% ($=4/5$)、アラームからの視点による適中率は0.19% ($=18/9237$)

である。これは、見逃しはほとんどないが、ほとんどのアラームが空振りであることを意味する。ただし、予測対象を半径 $r=50$ kmの広がりに対応する領域D及びE (Table 1) で発生した $M7$ 前半の2個に限定すると、確率利得は $2.24 (= \frac{13 \cdot 9237}{26 \cdot 41343})$ に上昇し、無作為な予測よりも良くなる。このときの予知率は100% ($=2/2$)、適中率は0.14% ($=13/9237$) である。

$r=100$ kmの場合 (Fig. 7b) についても同様に評価すると、確率利得は $2.70 (= \frac{75 \cdot 15477}{199 \cdot 111023})$ 、予知率は60% ($=3/5$)、適中率は0.48% ($=75/15477$) である。ただし、予測対象を $r=100$ kmの広がりに対応する領域A-C (Table 1) で発生した $M7$ 後半~ $M8$ 前半の3個に限定すると、確率利得は $3.03 (= \frac{73 \cdot 15477}{173 \cdot 111023})$ 、予知率は100% ($=3/3$)、適中率は0.47% ($=73/15477$) である。

これらの結果から、予測対象の規模をあらかじめ設定

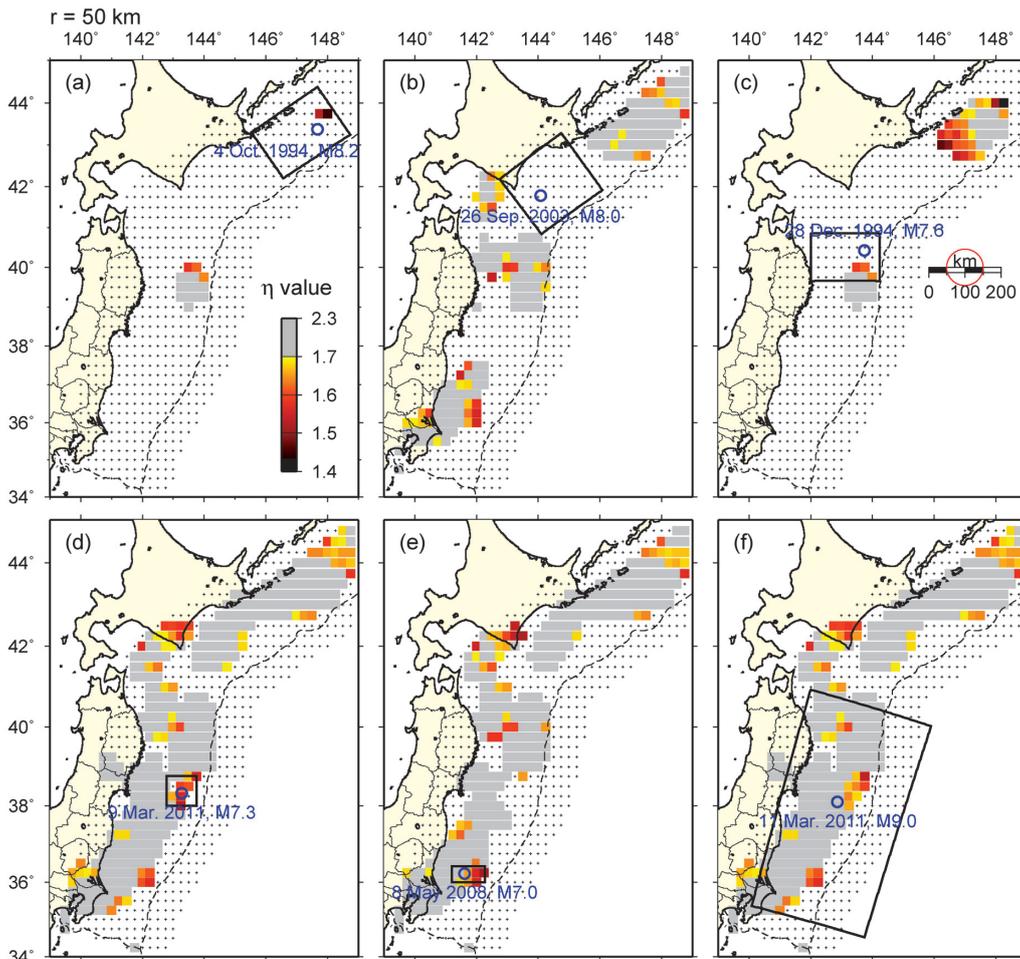


Fig. 5. Earthquake forecast map based on η values. The η value was estimated using data within a 50-km radius of each grid from 1 January 1990 to the mainshock. Blue circles denote mainshocks. The red circle in (c) denotes a circle with a radius of 50 km.

し、それに応じた半径を用いて本予測モデルを適用すれば、規模も含めた予測が出来るため効果的であると考えられる。なお、適中率がとても低いのは、アラームの更新を便宜的に0.1年としたことにより、たとえ本震の発生まで連続して小さい η 値を示した場合でも、 η 値の小さい期間長に応じてアラームの回数が増えたためである。仮に時間的に連続なアラームを1回と数えれば適中率は上がる。このように本モデルの適中率はアラーム期間の定義次第で大きく変化することに注意する必要がある。

ここまでは本予測モデルの回顧的な予測の結果についてみてきた。続いて本予測モデルで未来を予測するとどうなるであろう。2012年12月31日時点に本予測モデルによって出されるアラームは、M7前半(M7.0-7.5)の地震を予測対象とした場合($r=50$ km)、内陸では北海道十勝及び茨城付近、海域では北海道東方沖、宮城沖のアウトターライズ、及び関東東方沖に顕著なアラームの塊

がある(Fig. 8a)。M7後半～M8前半(M7.6-8.5)の地震を予測対象とした場合($r=100$ km)、北海道東方沖及び関東東方沖～南東沖に顕著なアラームの塊がある(Fig. 8b)。ここでのアラーム期間は無期限を仮定している。2013年1月1日～2016年6月30日の期間にM7以上の地震は2個(2013年10月26日M7.1, 2014年7月12日M7.0)発生している。本予測モデルではこれらのイベントを予測できていない。しかし、いずれも東北沖地震の余震[Utsu (1970)]であるため予測対象外である。東北沖地震の余震活動が定常活動に戻るまで(例えば、Utsu (1970)の関係式では、余震活動期間は少なくとも約7年間であるため2018年頃まで)は、領域F内に出されるアラームは誤報として取り扱う必要がある。

Fig. 8bでアラームが出ている関東南東沖のプレート境界(フィリピン海プレートと太平洋プレート)面上には、20mm/yを超えるすべり欠損の存在が指摘されている[Noda *et al.* (2013)]. 2011年東北沖地震及びその余効

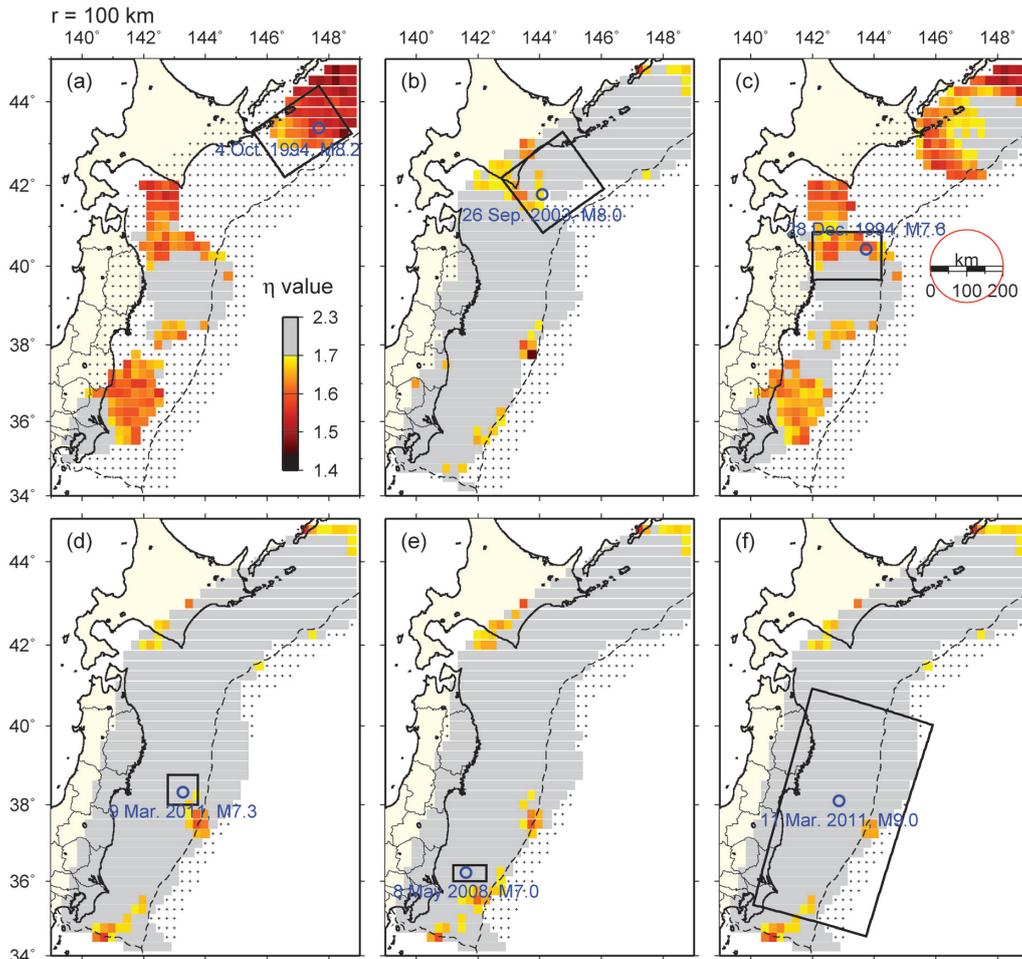


Fig. 6. Same as Fig. 5, but within a 100-km radius corresponding to the red circle in (c).

変動によるすべりは関東南東沖までは浸食していない [Ozawa *et al.* (2012)] ため、現在も固着は強い状態であろう。この付近では、1677年11月4日に $M8.0$ の延宝房総沖地震が発生している [宇佐美 (2003)] が、その後現在 (2016年6月30日) まで $M8$ クラスの地震は発生していない [地震調査研究推進本部地震調査委員会 (2011)]。延宝房総沖地震の約66年前 (1611年12月2日) には三陸沖が震源域の候補と考えられる慶長三陸地震 ($M8.1$) が発生している [宇佐美 (2003)]。慶長三陸地震の発生域や規模については諸説あり、2011年東北沖地震の1サイクル前の巨大地震との指摘もある [瀧瀬・横田 (2011)]。過去との類似性を考慮すると、東北沖地震の余震域 F に隣接し、本予測モデルによるアラームが出された関東南東沖において今後 $M8$ クラスの地震が発生する可能性が高くなっているかもしれない。関東南東沖の今後の地震活動には注目しておく必要がある。

§6. 議 論

G-R 則の b 値は様々な物理量や指標との間で依存性を持つことが指摘されている。例えば、差応力 [Scholz (1968)], メカニズム解 [Schorlemmer *et al.* (2005)], 深さ (物性) [Spada *et al.* (2013)], プレート年代 [Nishikawa and Ide (2014)], 歪レート [Sasajima and Ito (2016)] などである。ただし、それらは差応力依存性を異なる物差しでみているだけかもしれない。 b 値と差応力は反比例の関係にあることが指摘されている [Scholz (2015)]。弘瀬・他 (2002) は、約20年間 (1981年1月1日~2001年10月31日) の東北大学の地震カタログを用いて、地震活動が G-R 則に従うという仮定の下で東北地方の b 値の時空間変化を推定し、時間的には本震前に b 値が小さく本震後に大きくなること、空間的にはアスペリティが高 b 値を避けるように分布することを示した。彼らの結果は、 b 値の時空間変化が地震サイクル中のアスペリティ近傍の応力蓄積・解放過程を反映している可能性を示唆している。なお、本研究の本震前の b 値 (Figs. A1a-

A6a) は、余震の b 値 (Figs. A1c-A6c, A1e-A6e) よりも大きい傾向を示す。弘瀬・他 (2002) の b 値変化の傾向と一致しないのは、用いたカタログや下限マグニチュード

の違い (弘瀬・他 (2002) の M_L は 2.1-2.5) の他に、解析領域や期間の違いによる影響が大きいと考えられる。すなわち、弘瀬・他 (2002) はアスペリティの極近傍に注目したが、本研究では余震域という比較的広い領域に注目しており、また、本研究は長期的なデータに対する解析であるため、本震直前に局所的領域で b 値の低下があったとしても抽出されなかったであろう。

一方、本研究では、地震活動が常に G-R 則に従うのではなく、本震前に G-R 則から逸脱し、本震後に G-R 則に回復する傾向があることを示した。相対的に大規模地震が極端に減少すると、規模別頻度分布は上に凸 (低 η 値) となる。この時間変化の理由について、本震発生の地震サイクルを 3 つの期間に分けて考える。①前回の本震から暫く時間が経過し、余震活動がほぼ収まった頃以降の期間 (サイクル初～中期) では、その一帯の歪エネルギーの多くが解放された後であり、各アスペリティにかかる応力はまだ小さい。そのため、大・中規模地震が相対的に少なく、規模別頻度分布の折れ曲がりにはあまりはっきりしない。②サイクル中～後期では、各アスペリティにかかる応力が大きくなるため中規模地震も発生するようになるが、大規模地震は発生しないため、規模別頻度分布が上に凸となる傾向が徐々に顕著になる。③本震発生及び余震活動期では、G-R 則に従うように大きめの余震も発生しつつ歪エネルギーの多くを解放する。このような地震サイクルを繰り返していると考えられる。顕著な例として、南アメリカ大陸の深部地震活動 [Burroughs and Tebbens (2002)] が挙げられる。

Nanjo *et al.* (2012) は、2011 年東北沖地震の大すべり域 (アスペリティ) における b 値が本震前に時間とともに

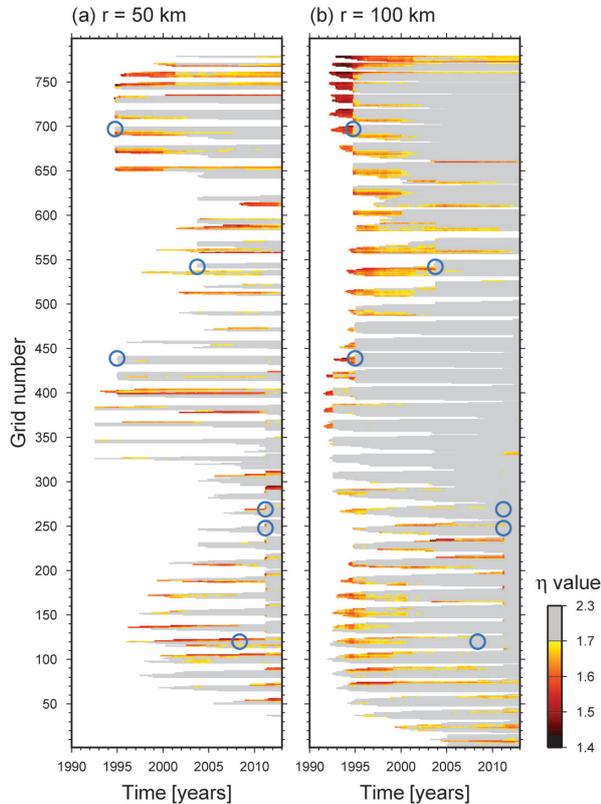


Fig. 7. Time variations of η values for grid numbers. Time output is every 0.1 years. Radius is (a) 50 km, (b) 100 km. Blue circles denote the mainshocks. See Fig. 2 for grid numbers.

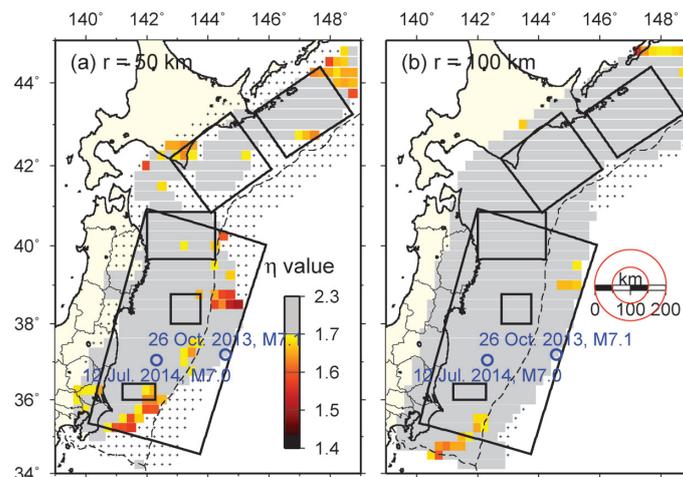


Fig. 8. Earthquake forecast map based on η values using data from 1 January 1990 to 31 December 2012. Radius is (a) 50 km, (b) 100 km. Blue circles denote earthquakes with $M \geq 7.0$ from 1 January 2013 to 30 June 2016. Red circles in (b) denote circles with a radius of 50 km or 100 km.

徐々に小さくなることを見出した。この大すべり域は領域 D より一回り大きい。領域 D における 2011 年東北沖地震の前震系列の b 値は 0.49 (Fig. A4d) で、一般的な値 (0.8-1.0) に比べてかなり小さく、依然として高応力状態であったことが示唆される。ただし、同時に η 値は 1.69 であり、G-R 則からの逸脱を示している。すなわち、これらのことはさらに大きな地震が後に控えている状態にあったことを示唆している。 b 値と η 値がともに小さくなることは両立し、必ずしも相反する現象ではないことがわかる。

以上のことから、 η 値は地震サイクルのどのステージにあるかを知る手がかりとなる可能性を秘めていると考えられる。

G-R 則から大きく逸脱していても η 値が 2 に近い値をとる場合もある。この例として、Fig. 9 に人工データによる規模別頻度分布を示す。これは $M_{3.6}$, $M_{3.0}$, $M_{1.8}$ 及び $M_{1.1}$ の個数が卓越しており、これらが重ね合わさると結果的に規模別頻度分布は蛇行する。Fig. 9 は明らかに G-R 則に従わないが、 η 値は 2.02 となり、数値からは G-R 則によく従うと判定される。すなわち、 η 値は便利な指標ではあるが、万能ではないことに注意が必要である。Fig. 9 で示したものと類似の分布は自然界にも存在し、Fig. 1 の領域 G で示される岩手内陸深部 (深さ 51-61 km) の地震クラスターは、 $M_{3.6}$, $M_{3.0}$ 及び $M_{1.8}$ の個数が卓越する小繰り返し地震から成る (Fig. 10)。2011 年東北沖地震の影響で活動度が変化しているため、パラメータの推定に用いたデータ期間は 1998 年 1 月 1 日 ~ 2010 年 12 月 31 日とした。この場合の η 値は 1.58 と小さく、G-R 則からの逸脱は大きいと判定される。ただし、宇津の式では解が求まらず、2 区間 G-R の AIC の方が G-R 則よりも小さい。しかし、2 区間 G-R でもこの蛇行する分布を再現できていない。

G-R 則から逸脱するケースは他にもある。ある震源域 (余震域) の一部の余震だけを抽出した場合に現れやすい。Fig. 5c では、アラームが北海道東方沖にも出ているが、これは 1994 年 10 月 4 日 $M_{8.2}$ の地震の余震域 A の端に分布している。本予測モデルは機械的にデータを選別するため、余震域の端で相対的に大きめの余震が排除された結果、規模別頻度分布は上に凸の形状となった。本予測モデルを利用する際は、この点に注意する必要がある。

領域 C-E では、東北沖地震後に地震活動の活発化がみられる (Fig. 3c-e の M-T 図)。特に領域 E は東北沖地震の最大余震 ($M_{7.6}$) が発生した領域である (Fig. 2)。茨城沖は東日本の太平洋沖のなかでも M_5 クラスの地震が多発しやすく、さらにその後に M_7 クラスの本震が

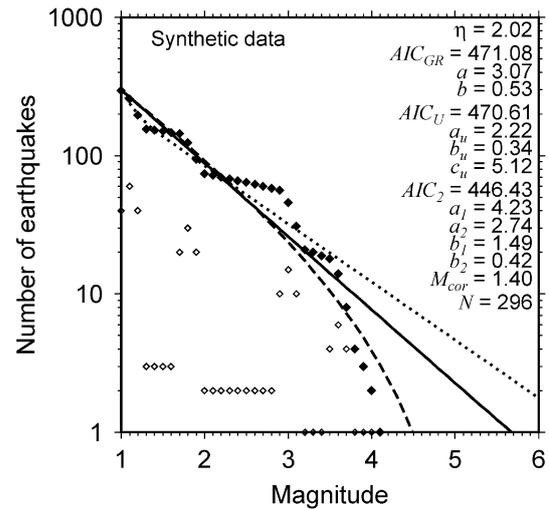


Fig. 9. Frequency-magnitude distribution of synthetic data. Distributions are approximated by three theoretical models, the original G-R law (solid line), Utsu's formula (broken line), and the two-section G-R law (dotted line). Other symbols are the same as in Fig. 4.

発生しやすい領域である [Maeda and Hirose (2012)]. 相対的に中規模の地震が頻発すると、規模別頻度分布が上に凸となりやすく、 η 値は小さくなりやすい。領域 E の η 値が小さくなる理由は、このような地域的な地震の特性を表しているだけである可能性も否定できない。またほかには、余効変動やスロースリップのように地震として観測されないものの、すべりによって歪エネルギーを消費する現象も考えられる。2008 年の茨城沖の本震後の余効変動による M_w は 6.8 と推定され [Suito *et al.* (2011)], 本震の規模 ($M_{7.0}$) に匹敵する。速度-状態依存摩擦構成則に基づいた地震発生シミュレーションでは、周囲のすべり (応力) 分布の影響次第で、あるアスペリティが地震性すべりとなったりスロースリップとなったりするケースがある [例えば、Hirose and Maeda (2013)]. それら地震として捉えられない現象のために、大きめの M の個数が相対的に減り、その結果として規模別頻度分布が上に凸の分布となっただけかもしれない。例えば、ある限られた領域内に M_{3-7} クラスのアスペリティを無数に配置したシミュレーション上で、本震前の規模別頻度分布が上に凸となるか検証することは興味深い。今後の課題である。

宇津の式は、上限 c_u 以上の地震は発生しないというモデルである。例えば、Fig. A1a で示す本震前の期間における c_u は 6.48 であり、それ以上の規模の地震は発生しないことを意味する。これは一種の予測と見做すこともできるが、その後に $M_{8.2}$ の本震が発生している。こ

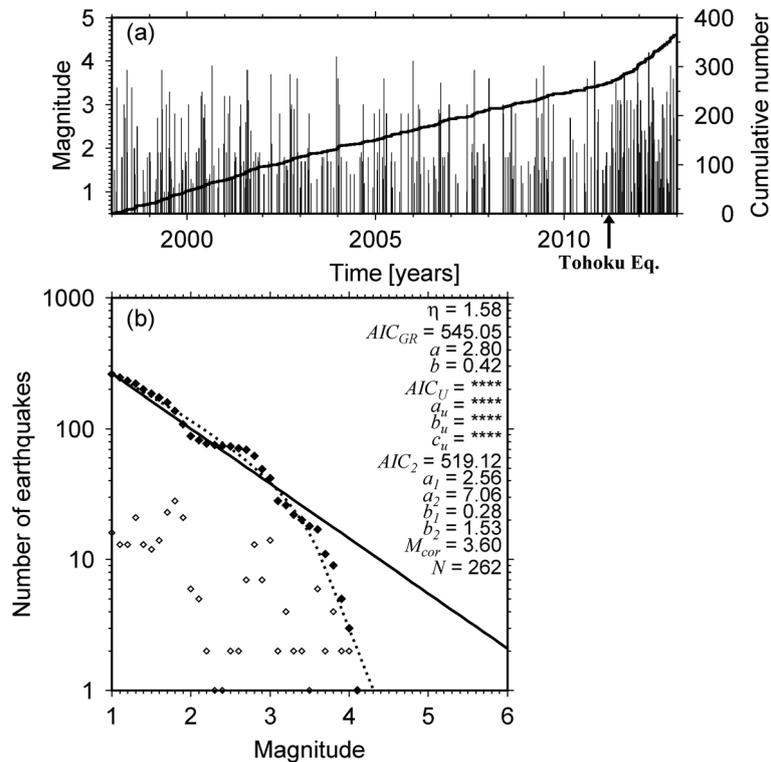


Fig. 10. (a) Magnitude and cumulative numbers of events versus time plot in area G in Fig. 1. (b) Frequency-magnitude distribution of earthquakes from 1998 through 2010. Symbols are the same as in Figs. 4 and 9.

のため、ひとつ前のサイクルの本震がデータに含まれていなければ、 c_u による上限（本震）の予測は難しいのであろう。ただし、地球は有限であるため、データの蓄積とともに、全期間でみた場合は上に凸となる分布へ漸近すると考えられる。

本研究では、 η 値の時間変化を求める際、イベントが発生する度に推定に用いるデータを追加していった (Fig. 3)。一方、個数窓をある値に固定してイベントの発生毎に個数窓を1個ずつずらして時間変化を求めるやり方もある。Fig. 11は、個数窓を100個に固定して得られた時間変化である。本震直前・直後で比較した場合、 η 値は本震前の方が本震後に比べて小さい傾向にある（領域B及びF以外）。これはFig. 3と同様の傾向を示すが、本震直前の η 値が1.70以下となるのは領域A及びDだけとなった。さらに、Fig. 3と比較して η 値の変動周期は短く、振幅は大きい。そして、本震後でも η 値が1.70以下となるケースも現れる。すなわち個数窓を固定して短いデータ期間で求めた場合 (Fig. 11)、本震との対応関係が不明確になり、 η 値に基づいた予測モデルの作成は容易ではない。本論はわずかに6地震からの結果である。 η 値が地震予測に有効な指標と成り得るのか否かをより明確にするためには、より多くの事例について

今後調査していく必要がある。

§7. まとめ

東日本の太平洋沖で発生した $M7.0$ 以上の地震前後の規模別頻度分布に対して η 値の時間変化を求めた。本震6個中5個について、本震前の η 値は小さく本震後は大きくなる傾向を示した。このことは、本震前はG-R則から逸脱し、本震後にG-R則に回復する傾向があることを示している。これらの特徴を考慮して η 値に基づいたシンプルな予測モデルを提案した。回顧的な予測では、対象地震の規模に応じた余震域に対応する半径を用いれば確率利得や予知率は高まる。 $M7$ 後半～ $M8$ 前半の地震の予測アラームが関東南東沖に出ており、今後、この付近の地震活動に注視しておくべきであろう。

謝 辞

震源データは、気象庁・文部科学省の協力によって得られた結果を使用しました。匿名の査読者2名及び編集担当委員の木村尚紀氏からは論文の改訂にあたって有益なコメントをいただきました。また、図の作成にはGMT [Wessel and Smith (1991)] を使用しました。ここに記して感謝します。

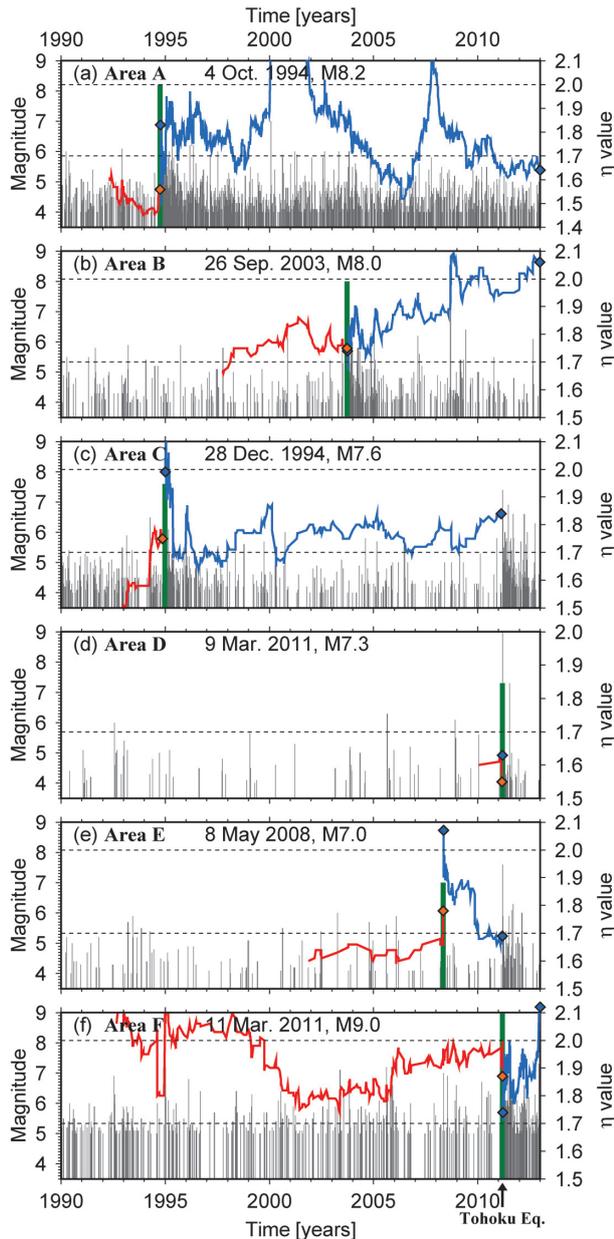


Fig. 11. Same as Fig. 3, but we set 100 events as the calculation unit in order to estimate the temporal variation of η values and shifted them at every event. Orange diamonds denote η values just before each mainshock. The left blue diamonds denote η values just after each mainshock. The right blue diamonds denote η values just before 31 December 2012 in (a, b, f) or the 2011 off Tohoku Eq. in (c, e). Note that the η value just after the mainshock was estimated by 71 not 100 events in (d) and the ranges of the right vertical axes are different from each other.

文 献

- Akaike, H., 1974, A new look at the statistical model identification, *IEEE Trans. Auto. Cont.*, **19** (6), 716-723.
- Burroughs, S. M. and S. F. Tebbens, 2002, The upper-truncated power law applied to earthquake cumulative frequency-magnitude distributions: evidence for a time-independent scaling parameter, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **92**, 2983-2993.
- Gutenberg, B., 1956, The energy of earthquakes, *Quarterly J. Geological Soc.*, **112**, 1-14, doi: 10.1144/GSL.JGS.1956.112.01-04.02.
- Gutenberg, B. and C. F. Richter, 1944, Frequency of earthquakes in California, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **34**, 185-188.
- Hirose, F. and K. Maeda, 2011, Earthquake forecast models for inland Japan based on the G-R law and the modified G-R law, *Earth Planets Space*, **63**, 239-260.
- Hirose, F. and K. Maeda, 2013, Simulation of recurring earthquakes along the Nankai trough and their relationship to the Tokai long-term slow slip events taking into account the effect of locally elevated pore pressure and subducting ridges, *J. Geophys. Res., Solid Earth*, **118**, 4127-4144, doi:10.1002/jgrb.50287.
- 弘瀬冬樹・中村綾子・長谷川 昭, 2002, アスペリテイの破壊に伴う b 値の変化—東北日本太平洋下の b 値の時空間分布—, *地震*, **55**, 249-260.
- Hirose, F., K. Miyaoka, N. Hayashimoto, T. Yamazaki, and M. Nakamura, 2011, Outline of the 2011 off the Pacific Coast of Tohoku Earthquake (Mw9.0)—Seismicity: Foreshocks, Mainshock, Aftershocks, and Induced Activity—, *Earth Planets Space*, **63**, 513-518.
- 地震調査研究推進本部地震調査委員会, 2011, 三陸沖から房総沖にかけての地震活動の長期評価 (第二版) について, 173 pp.
- 瀬戸一樹・横田裕輔, 2011, 日本海溝沿いのスーパーサイクルと 2011 年東北地震の予見可能性, *日本地震学会予稿集 2011 年度秋季大会*, A21-05.
- Maeda, K. and F. Hirose, 2012, Prediction performance of empirically defined foreshocks and its application to the 2011 Off Tohoku Earthquake, *Abstracts of international symposium on statistical modeling and real-time probability forecasting for earthquakes*, 14.
- Nanjo, K. Z., T. Ishibe, H. Tsuruoka, D. Schorlemmer, Y. Ishigaki, and N. Hirata, 2010, Analysis of the completeness magnitude and seismic network coverage of Japan, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **100**, 3261-3268, doi: 10.1785/0120100077.
- Nanjo, K. Z., H. Hirata, K. Obara, and K. Kasahara, 2012, Decade-scale decrease in b value prior to the M9-class 2011 Tohoku and 2004 Sumatra quakes, *Geophys. Res. Lett.*, **39**, L20304, doi: 10.1029/2012GL052997.
- Nishikawa, T. and S. Ide, 2014, Earthquake size distribution in subduction zones linked to slab buoyancy, *Nature Geo.*, **7**, 904-908, doi: 10.1038/NNGEO2279.

- Noda, A., C. Hashimoto, Y. Fukahata, and M. Matsu'ura, 2013, Interseismic GPS strain data inversion to estimate slip-deficit rates at plate interfaces: application to the Kanto region, central Japan, *Geophys. J. Int.*, **193**, 61-77, doi: 10.1093/gji/ggs129.
- Ozawa, S., T. Nishimura, H. Munekane, H. Suito, T. Kobayashi, M. Tobita, and T. Imakiire, 2012, Preceding, coseismic, and postseismic slips of the 2011 Tohoku earthquake, Japan, *J. Geophys. Res.*, **117**, B07404, doi: 10.1029/2011JB009120.
- Sasajima, R. and T. Ito, 2016, Strain rate dependency of oceanic intraplate earthquake b-values at extremely low strain rates, *J. Geophys. Res.*, **121**, 4523-4537, doi: 10.1002/2016JB013221.
- Scholz, C. H., 1968, The frequency-magnitude relation of microfracturing in rock and its relation to earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **58**, 399-415.
- Scholz, C. H., 2015, On the stress dependence of the earthquake b value, *Geophys. Res. Lett.*, **42**, 1399-1402, doi: 10.1002/2014GL062863.
- Schorlemmer, D., S. Wiemer, and M. Wyss, 2005, Variations in earthquake-size distribution across different stress regimes, *Nature*, **437**, 539-542, doi: 10.1038/nature04094.
- Spada, M., T. Tormann, S. Wiemer, and B. Enescu, 2013, Generic dependence of the frequency-size distribution of earthquakes on depth and its relation to the strength profile of the crust, *Geophys. Res. Lett.*, **40**, 709-714, doi: 10.1029/2012GL054198.
- Suito, H., T. Nishimura, M. Tobita, T. Imakiire, and S. Ozawa, 2011, Interplate fault slip along the Japan Trench before the occurrence of the 2011 off the Pacific coast of Tohoku Earthquake as inferred from GPS data, *Earth Planets Space*, **63**, 615-619.
- Utsu, T., 1970, Aftershocks and earthquake statistics (2) further investigation of aftershocks and other earthquake sequences based on a new classification of earthquake sequences, *J. Fac. Sci. Hokkaido Univ.*, Ser. 7, 3, 197-266.
- Utsu, T., 1974, A three-parameter formula for magnitude distribution of earthquakes, *J. Phys. Earth*, **22**, 71-85.
- 宇津徳治, 1978, 地震のマグニチュード分布式のパラメータの推定—最大地震のマグニチュードcを含む場合—, *地震*, **31**, 367-382.
- 宇津徳治, 1988, マグニチュードの分布の η 値と地震予知, *予知連会報*, **39**, 380-386.
- Utsu, T., 1999, Representation and analysis of the earthquake size distribution: A historical review and some new approaches, *Pure Appl. Geophys.*, **155**, 509-535.
- 宇佐美龍夫, 2003, 最新版日本被害地震総覧 [416]-2001, 東京大学出版会, 605 pp.
- Wessel, P. and W. H. F. Smith, 1991, Free software helps map and display data, *EOS Trans. AGU*, **72**, 441.
- Wiemer, S. and K. Katsumata, 1999, Spatial variability of seismicity parameters in aftershock zones, *J. Geophys. Res.*, **104**, 13135-13151.
- Wiemer, S. and M. Wyss, 2000, Minimum magnitude of completeness in earthquake catalogs: Examples from Alaska, the western United States, and Japan, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **90**, 859-869.
- Woessner, J. and S. Wiemer, 2005, Assessing the quality of earthquake catalogues: Estimating the magnitude of completeness and its uncertainty, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **95**, 684-698.

Appendix A 規模別頻度分布

各領域における詳細な規模別頻度分布を Figs. A1-A6 に示す。各図の (a) は本震直前, (b) は (a) に本震を加えたもの, (c) は本震7日後 (領域Dは~2日後), (d) は (c) に本震を加えたもの, (e) は解析期間の最後 (領域C, Eは東北沖地震直前まで), (f) は (e) に本震を加えたものである。本震前はG-R則から逸脱し, 本震後にG-R則に回復する傾向があることを示している。また, Burroughs and Tebbens (2002) のように本震を含めて考えると, η 値は増加し, 領域A-Eの規模別頻度分布はよりG-R則に従う傾向を示すことがわかる。

Appendix B プレート三重会合点付近の地震活動

(2016年12月7日追記) 論文投稿 (2016年8月31日) 直後からプレート三重会合点付近で地震活動が活発化した。同年9月23日には最大地震 $M6.7$ が発生し, 活動域は北西方向へ拡大した。現在は以前の活動に概ね戻っている。活動域の北西端は, 本予測モデルが示すアラーム域 (Fig. 8b) に重なっている。本アラームの予測対象規模は $M7$ 後半~ $M8$ 前半 ($M7.6-8.5$) であるため, $M6.7$ の地震は予測対象外である。この活動に伴い, η 値が変化した可能性もある。そこで, 1990~2016年10月31日のデータを用いて再計算した予測マップを Fig. B1 に示す。その結果, アラーム域は相模トラフ側にさらに広がった。引き続きこの付近の地震活動に注視すべきであろう。

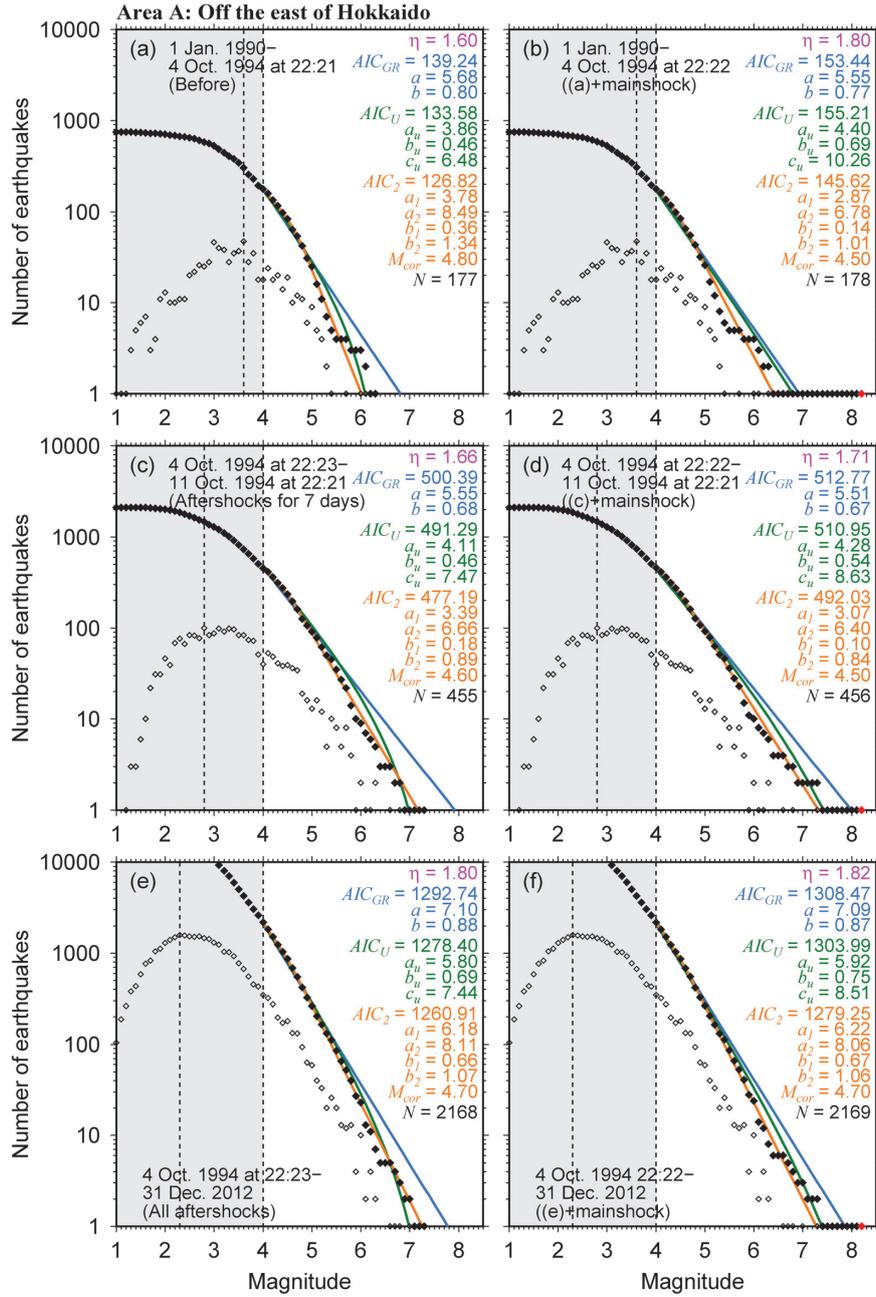


Fig. A1. Frequency-magnitude distribution of earthquakes in area A in Fig. 1. Red diamonds in (b, d, f) are the mainshock. Other symbols are the same as in Fig. 4. Data periods are (a) from 1 January 1990 to just before the mainshock, (b) the same as (a) including the mainshock, (c) 7 days after the mainshock, (d) the same as (c) including the mainshock, (e) from just after the mainshock to 31 December 2012, and (f) the same as (e) including the mainshock.

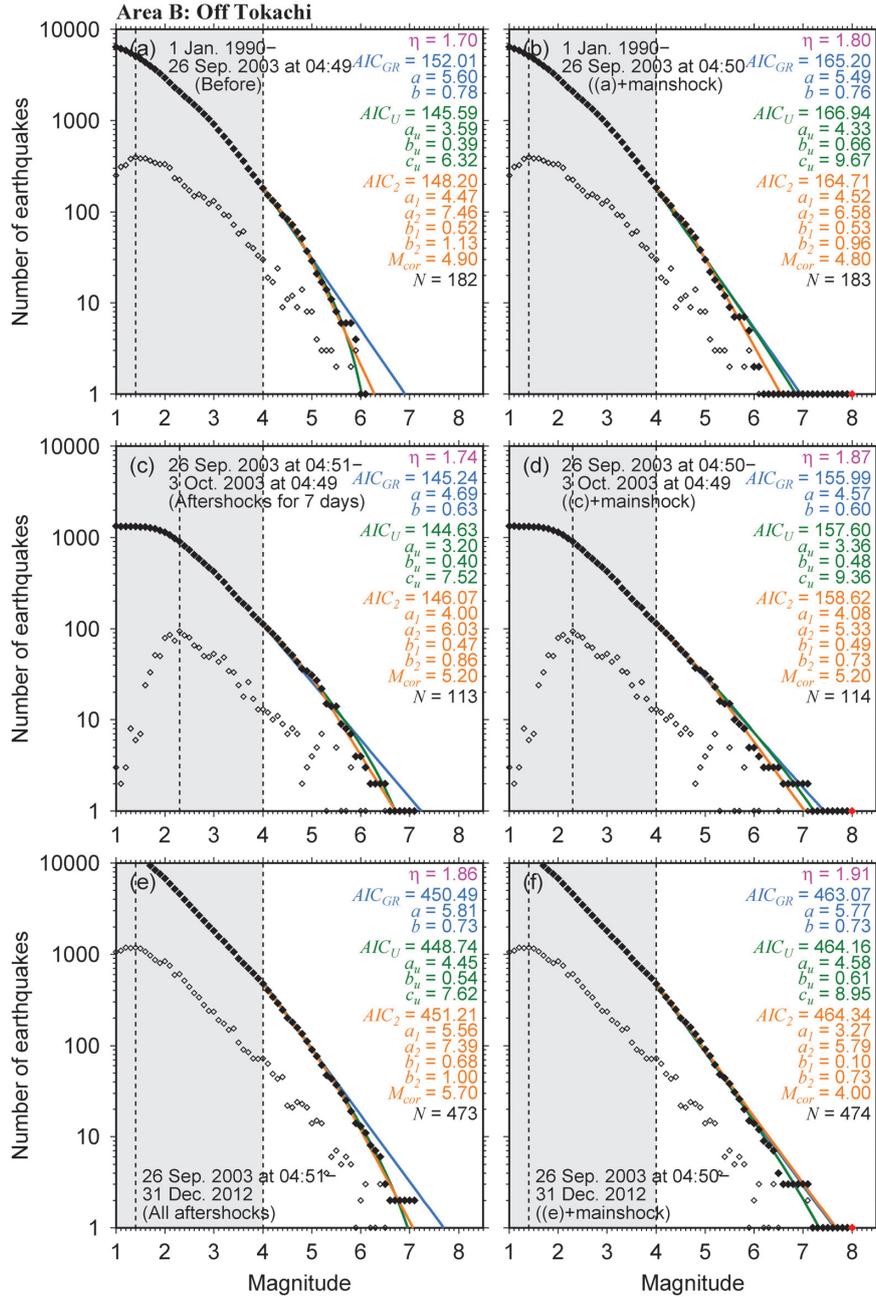


Fig. A2. Frequency-magnitude distribution of earthquakes in area B in Fig. 1. Symbols are the same as in Fig. A1. Data periods are (a) from 1 January 1990 to just before the mainshock, (b) the same as (a) including the mainshock, (c) 7 days after the mainshock, (d) the same as (c) including the mainshock, (e) from just after the mainshock to 31 December 2012, and (f) the same as (e) including the mainshock.

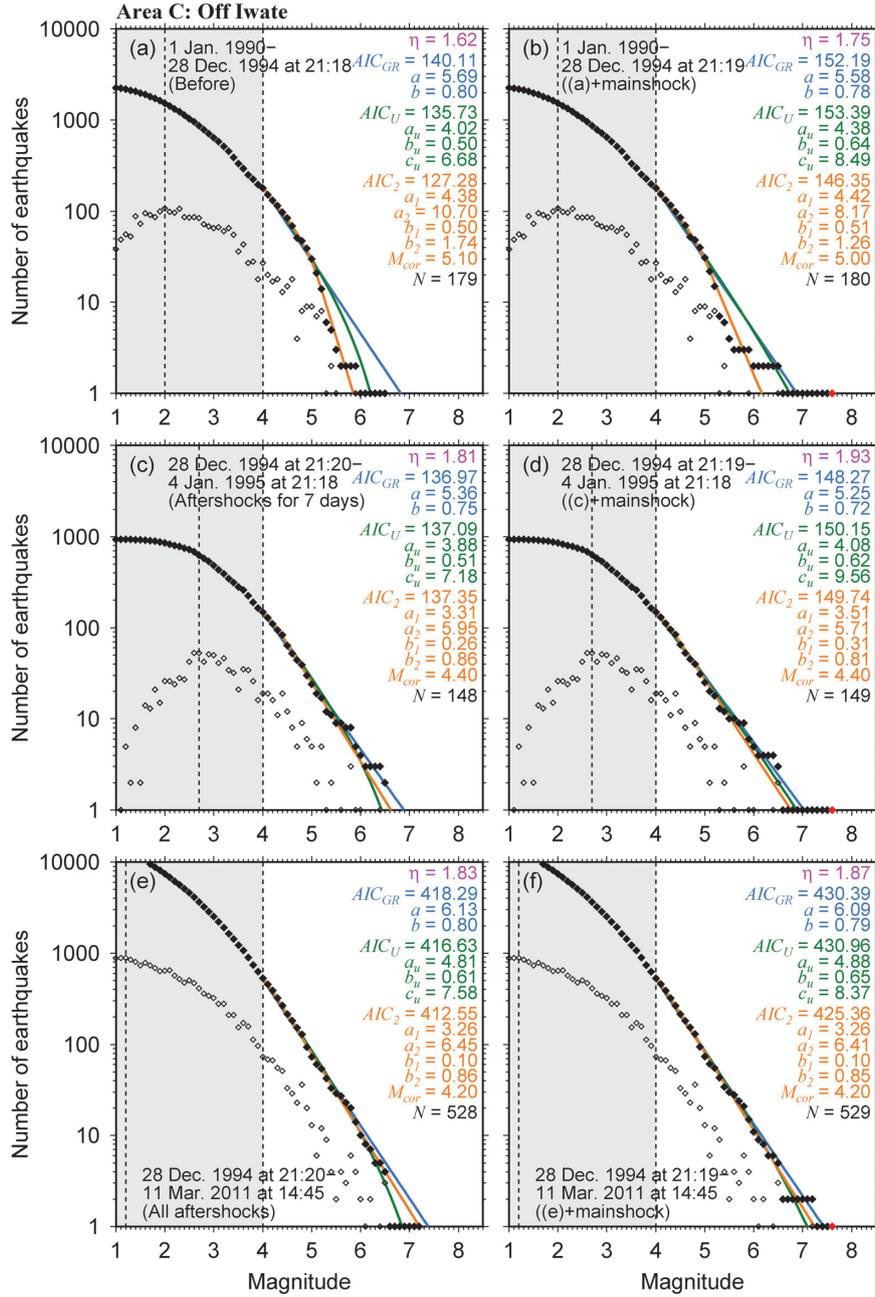


Fig. A3. Frequency-magnitude distribution of earthquakes in area C in Fig. 1. Symbols are the same as in Fig. A1. Data periods are (a) from 1 January 1990 to just before the mainshock, (b) the same as (a) including the mainshock, (c) 7 days after the mainshock, (d) the same as (c) including the mainshock, (e) from just after the mainshock to the 2011 off Tohoku Eq., and (f) the same as (e) including the mainshock.

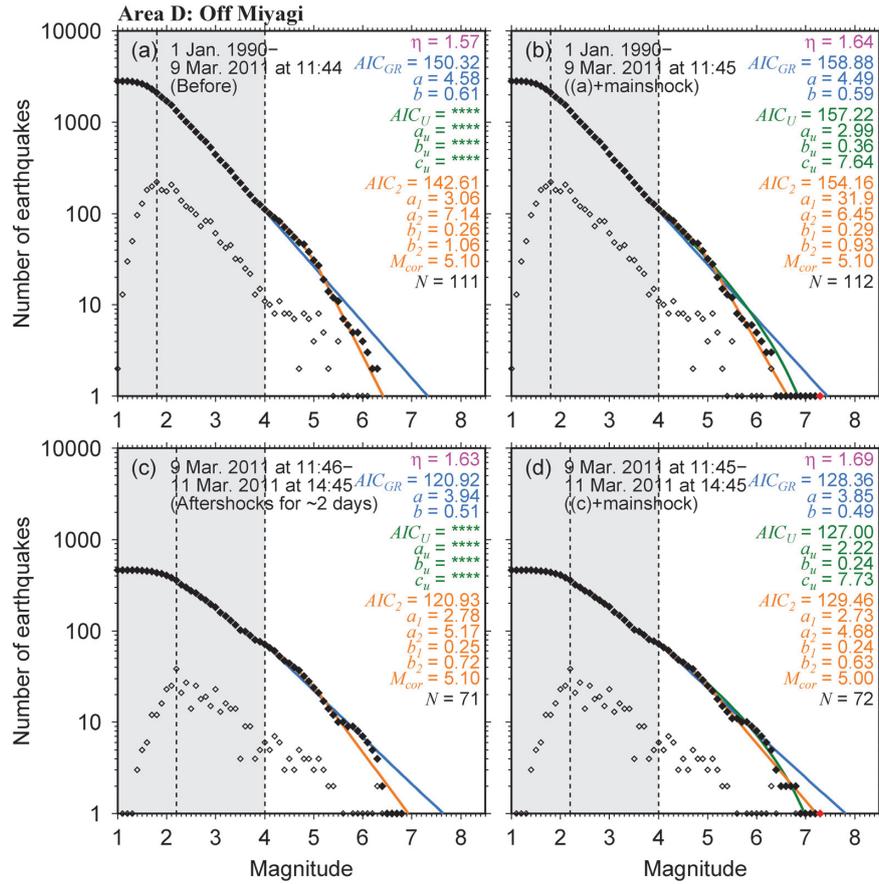


Fig. A4. Frequency-magnitude distribution of earthquakes in area D in Fig. 1. Symbols are the same as in Fig. A1. Data periods are (a) from 1 January 1990 to just before the mainshock, (b) the same as (a) including the mainshock, (c) from just after the mainshock to the 2011 off Tohoku Eq., and (d) the same as (c) including the mainshock. Utsu's formula in (a) and (c) are not shown because the solution did not converge.

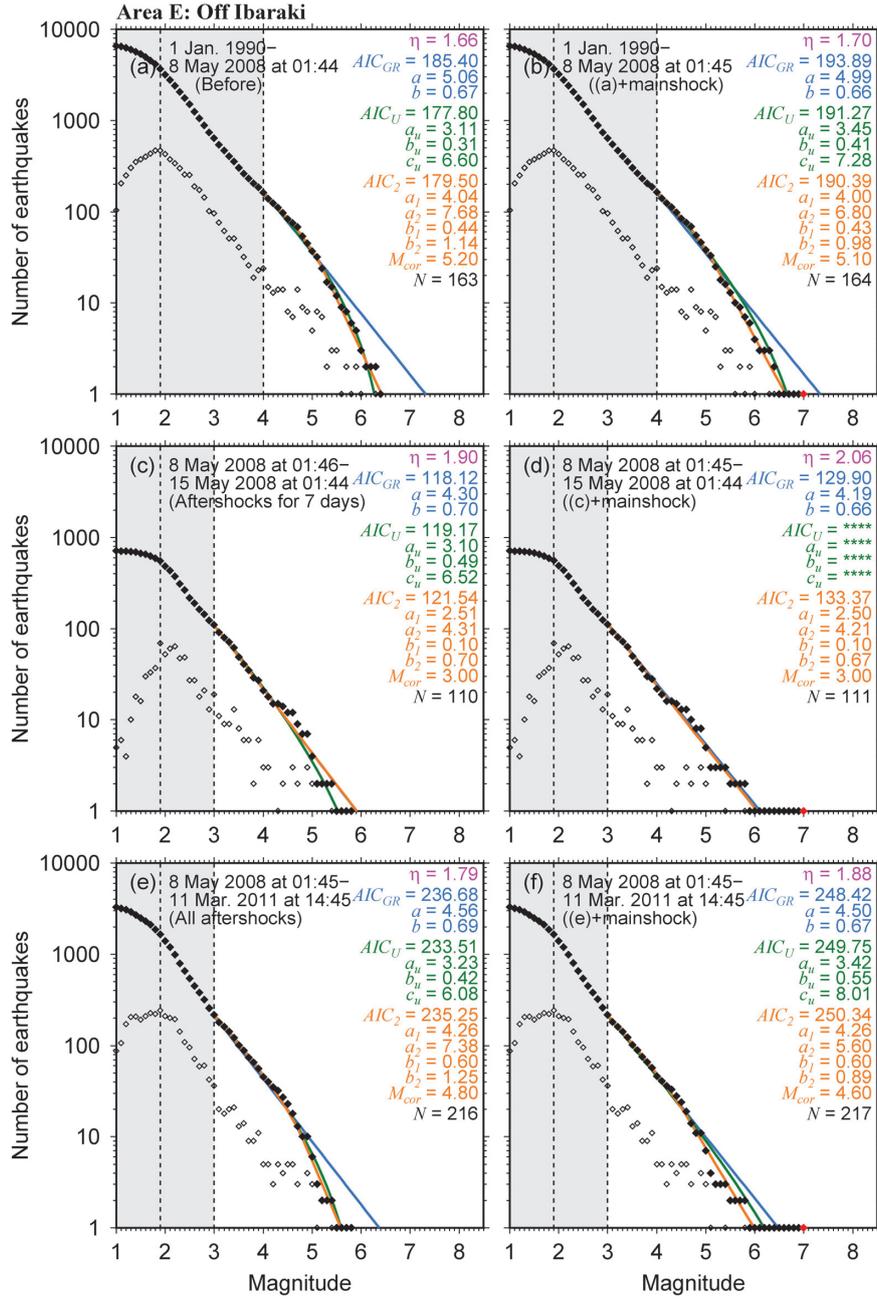


Fig. A5. Frequency-magnitude distribution of earthquakes in area E in Fig. 1. Symbols are the same as in Fig. A1. Data periods are (a) from 1 January 1990 to just before the mainshock, (b) the same as (a) including the mainshock, (c) 7 days after the mainshock, (d) the same as (c) including the mainshock, (e) from just after the mainshock to the 2011 off Tohoku Eq., and (f) the same as (e) including the mainshock. Utsu's formula in (d) is not shown because the solution did not converge.

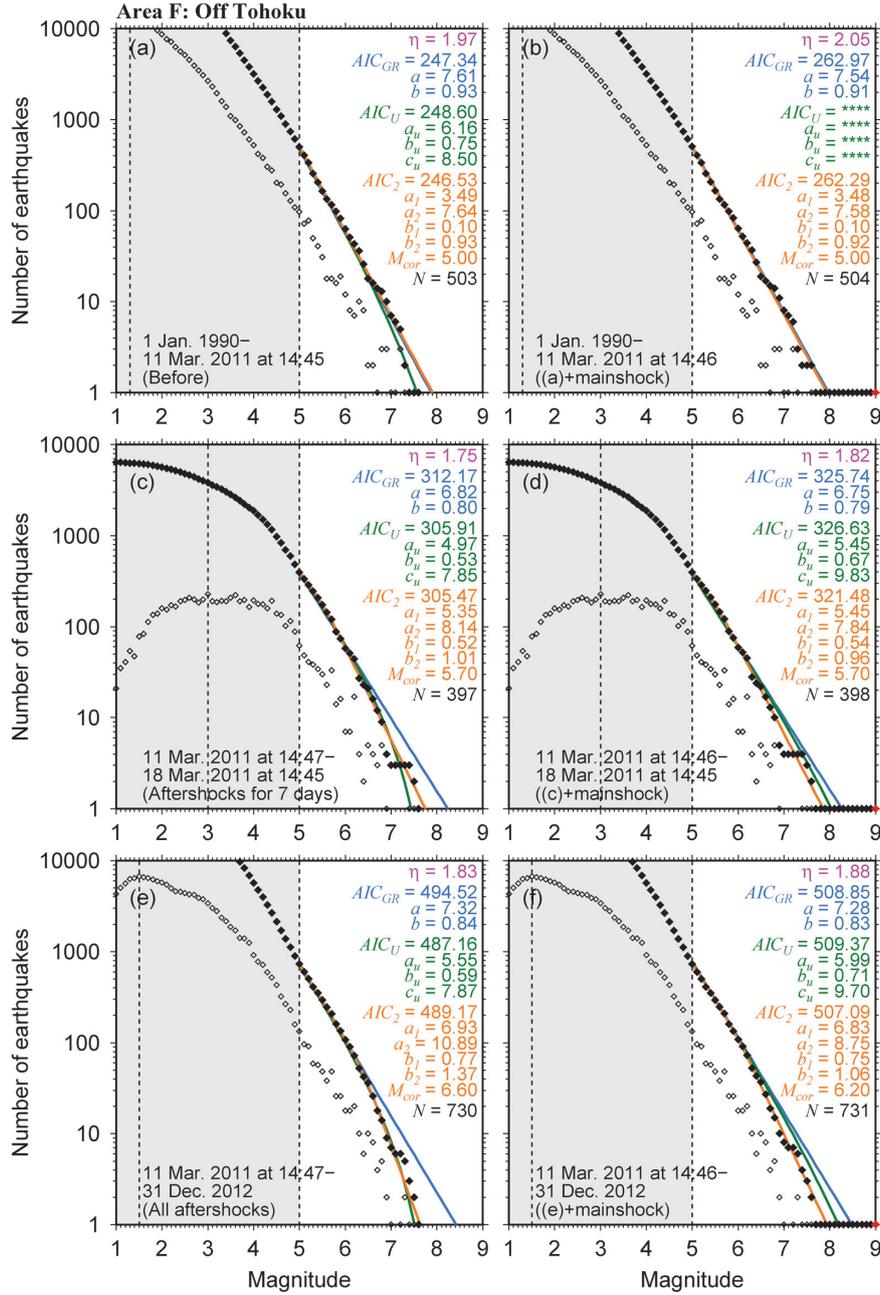


Fig. A6. Frequency-magnitude distribution of earthquakes in area F in Fig. 1. Symbols are the same as in Fig. A1. Data periods are (a) from 1 January 1990 to just before the mainshock, (b) the same as (a) including the mainshock, (c) 7 days after the mainshock, (d) the same as (c) including the mainshock, (e) from just after the mainshock to 31 December 2012, and (f) the same as (e) including the mainshock. Utsu's formula in (b) is not shown because the solution did not converge. Please note that horizontal axis range is different in Figs. A1–A5.

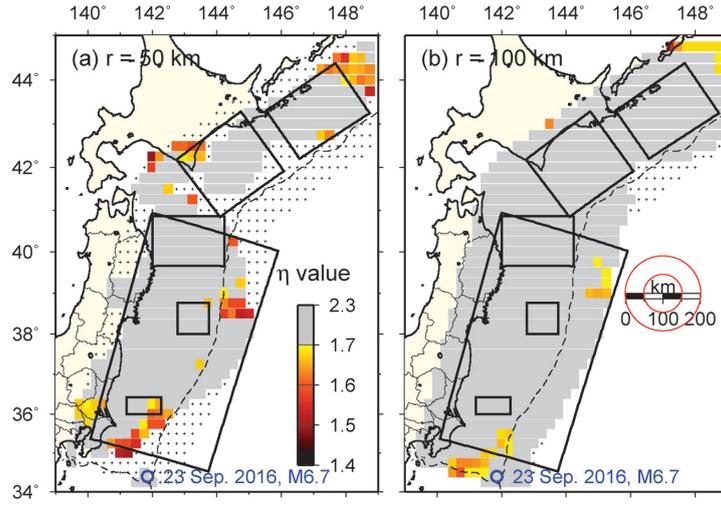


Fig. B1. Same as Fig. 8, but from 1 January 1990 to 31 October 2016. Blue circles denote the earthquake (23 September 2016, $M6.7$).