

令和4—6年度 科学研究費補助金

基盤研究 (B)

気温 0°C 近傍で形成される多様な
融解粒子のモデル化と探知

(課題番号：23K23013)

成果報告書

令和7年(2025年)3月

研究代表者 山田 芳則

広島県公立大学法人
叡啓大学ソーシャルシステムデザイン学部 教授

目次

1. 研究の概要

2. 個別成果

		ページ
2-1 融解している降雪粒子と再凍結粒子のバルク微物理モデル	山田芳則	1 - 32
2-2 融解降雪粒子観測の観測装置の開発及び降雪粒子地上観測	民田晴也	33 - 43
2-3 降水粒子の含水率の計測手法の改良について	本吉弘岐	44 - 54
2-4 二重偏波レーダーによる積乱雲内の粒子推定とその鉛直分布	林 修吾	55

研究の概要

日本の冬季には、様々な降雪・降水粒子（乾雪、湿雪、あられ、凍雨、雨氷など）が形成される。これらの粒子の中でも凍雨や湿雪、雨氷などによって生じる着氷や着雪は、電力や陸上交通、航空機、船舶などへの障害など、社会・経済活動に大きな影響を及ぼす場合がある（たとえば 2016年2月雨氷による長野県松本市での倒木の事例）。これらの多様な粒子の予測や実況監視は雪氷防災の観点から非常に重要な課題である。一方、粒子の相変化は、大気の熱的構造だけでなくジェネレーティング・セルの形成など雲力学にもフィードバックする（Szyrmer and Zawadzki 1999）ため、降水機構にも密接に関与している重要な過程である。

世界で発生する降水のほとんどは氷相が介在する「冷たい雨」で形成される。つまり、地上にもたらされる降水の多くは上空で形成された氷粒子が融解した結果である。したがって、降水形成機構の理解には融解現象の解明が是非とも必要であり、降水量の予測精度向上にも融解過程は非常に重要な過程の一つである。しかし、氷粒子の融解過程には依然として未解明なことが多く残されている。融解時の形状や含水率などの時間変化が複雑であるためにモデル化が難しいことや、融解中の粒子の実態が十分に解明されていないことも一因である。融解している降雪粒子の実態の解明も現時点では十分とはいえない。融解は、固相と液相、気相とが混在する環境で生じる複雑な現象であり、この複雑な系を記述するための気温 0°C 近傍の気象学（本課題では「マルチフェーズ気象学」と称する）は依然としてベールがかかった状態にある。したがって、融解に伴って形成される多様な降雪粒子の定量的な予測や探知は現時点でもきわめて困難なままである。事実、日本において気温 0°C 近傍で生じる様々な粒子を表現可能な気象の数値モデルは日本には存在しない。これまでに高度化された雲のモデル（e.g., Morrison and Grabowski 2008; Morrison and Milbrandt 2015）についても融解過程の高度化は全くといっていいほど考慮されていない。雲を表現する最適なモデルに関する最近の議論（Grabowski et al. 2019）においても融解過程については何も取り上げられていない。ごく最近、一つの雪やあられ粒子の融解過程を詳細に再現できる数値モデル結果（Leinonen and Lerber 2018）が示されているとはいえ、この手法を現在の気象の数値モデルに組み込むことは容易ではなく、また膨大な数の粒子の計算コストの高さも問題である。モデルとは別に、融解に伴う多様な粒子の判別を偏波レーダーのようなリモートセンシングで広く面的に行うことも依然として難しい課題である。湿雪や凍雨などの着氷着雪の原因となる粒子を探知する技術は現時点でも確立していない。

マルチフェーズ気象学のみが大規模湿雪災害の予測と軽減を実現可能にする。そのためには、

- (1) 気温 0°C 近傍で形成される多様な粒子（湿雪、凍雨、雨氷など）を表現できるような新たなバルク微物理パラメタリゼーションを開発して気象の数値モデルに組み込む

- で、これらの粒子を予測できるようにすること
- (2) 融解粒子の実態を地上観測にもとづいて明らかにすること
 - (3) 偏波レーダーなどのリモートセンシングと地上降雪観測とによって粒子判別技術を改良・高度化して、実況監視の高度化と合わせて、数値モデルによる多種の降雪粒子の面的な分布を検証できるようにすること
- が是非とも必要である。

本研究では、気温 0°C 近傍で出現する多様な降雪粒子（湿雪、あられ、凍雨、雨氷など）を表現できるようなバルク法の微物理パラメタリゼーションと、レーダーの速度・偏波情報を利用した融解粒子や乾雪、あられを面的に判別するための手法を開発する。これらの手法の改良と検証は、地上降雪粒子の定点および移動観測を活用して行う。融解粒子の実態は地上観測によって明らかにする。

本研究の成果は、着氷・着雪など気温 0°C 近傍の降雪がもたらす広域大規模災害の予測と軽減に大きく貢献する。さらに本研究は、今後より研究の重要性と必要性が高まるであろう「マルチフェーズ気象学」の嚆矢として、これまでモデル化が困難であった、気相・液相・固相が複雑に共存する対流雲と層雲が複雑に組み合わさった雲システムの降水・維持機構と大気場へのフィードバックなどの解明にも寄与するものである。

2025年3月

研究代表者 山田 芳則（叡啓大学）

1 はじめに

降水過程を表現する数値モデルは、対流雲の降水過程や力学、数値予報による降水予測等に非常に重要である。世界中の降水のほとんどは、降水形成過程に雪やあられなどの氷粒子が関与している「冷たい雨」と考えられている。このため、降水過程を表す数値モデル（バルク微物理モデルやビンモデル）には氷粒子に関するモデルが含まれていることがほとんどである。

地上で降る雨は、温度が低い上空で形成された氷粒子が気温約 0°C の領域で融解した結果である。したがって、冷たい雨を表現する雲微物理モデルでは、氷粒子の融解過程は必須である。しかし、降水過程に含まれている融解過程のモデルは比較的簡単なものが多い。たとえば、Lin et al. (1983) や Murakami (1990) では、気温が 0°C 以上の温度領域において、雪やあられが即座に座にあめに変換されるようになっている。

しかし、一般に融解過程は複雑であり、この物理過程は現時点でも十分に解明されているとはいえない。これまでの研究では、雪の融解に関しては Matsu and Sasyo (1981b) の研究が、あられの融解については Rasmussen and Heymsfield, (1987) の研究がある。Nagumo and Fujiyoshi (2015) は凍雨の形成過程について観測と数値実験を行っている。さらに、固体降雪粒子が融解するかどうかは気温と湿度できまり、大気が乾いている場合には気温が 0°C 以上でも融解しない場合がある。事実、気温が 5°C でも融解しない場合が報告されている (Matsuo and Sasyo 1981a)。Fujiyoshi (2023) は、地上観測から、融解中の降雪粒子が雨滴になるまでに分裂することを示している。一方、Leinonen and Lerber (2018) は一つの雪粒子やあられ粒子が徐々に融解していく過程を詳細に数値実験で示している。ただし、これらの結果は、降水過程を含む数値モデルには不向きである。粒子一つ一つの計算であるために、粒子群を扱うことが難しいこと、また一つ一つの詳細な融解モデルは膨大な計算機資源を必要とするうえ、粒径スペクトル内の粒子群の表現が困難であるために降水・降雪過程の研究には現時点では不向きである。

固体降水粒子が融解する過程の詳細な数値モデルは、これまでにいくつか提案されてきている。Szyrmer and Zawadzski (1999) は融解層の研究において降雪粒子の融解に関する詳細なバルクモデルが提案されている。Thériault and Stewart (2010) (以後、TS2010 と略記する) では、降雪粒子の融解や再凍結過程において生成される多様な降水粒子についての詳細なバルク微物理モデルが示されている。ただし、Szyrmer and Zawadzski や TS2010 のモデルでは、あられ粒子が含まれていない。しかし、あられ粒子は雲内での電荷分離に関与しているだけでなく (Takahashi 1978)、日本では冬季の日本海沿岸部における卓越した降雪粒子であるため (Mizuno 1992)、あられはモデルに含まれる必要がある。

以上のように、観測や実験に基づいて降雪粒子の融解に関する知見の蓄積や微物理モデル開発が徐々に進捗している状況にある。ただし、融解過程に関わる物理は非常に複雑であり、さらなる観測やモデル開発が必要である。本研究では、TS2010 のモデルを参考にして、気象庁非静力学モデ

ルに融解や再凍結過程で生成される多様な粒子を組み込むことである。あられ粒子の融解過程そのものは十分に解明されているとはいえないので、少なくとも他の降水粒子との相互作用はモデルに組み込むことにする。

2 数値モデルの概要

融解粒子を含む微物理モデルの概要を下記に記述する。すでに考慮されている粒子種別（雲水、雨、雲氷、雪、あられ）の他に、融解粒子や再凍結粒子を追加した。これに伴って、考慮すべき粒子間の新規の相互作用を Source/Sink 項に追加した。

2.1 新たに導入した予報変数

気象庁非静力学モデル (Saito et al. (2007)) に既に組み込み済みの高度化した Yamada (2014; 2016) のバルク微物理モデルに、TS2010 を参考にして融解粒子や再凍結粒子のモデルを新たな予報変数として組み込んだ。新規に導入した融解粒子は湿雪 (ws) と slush (ジャム状の雪: sl)、slush が再凍結して粒子の中心部分が液体の粒子 (liquid core pellet: lpc)、lcp が完全に凍結した粒子 (ice pellet A)、湿雪が再凍結した粒子 (rws)、過冷却の雨滴 (supercooled rain: sr) の6種類である。湿雪と湿雪が再凍結下粒子については混合比と数濃度を予報変数とし (two-moment)、他の粒子は混合比のみを予報変数とする (one-moment)。ただし、one-moment の粒子についても two-moment に容易に変更できるようにモデルを設計した。本モデルでの過冷却の雨滴は、TS2010 とは異なり、地表面から 1000 m 以下の高度において湿球温度が 0°C 未満の雨滴と定義した。これは、TS2010 のように過冷却雨滴と雲氷との衝突によって生成する粒子を ice pellet B と分類して新しい粒子に含める場合、現行モデルでのあられ生成過程を大幅に変更することが必要であり、この変更は大きな困難を伴うためである。現行モデルでは、気温が 0°C 未満の領域において、雨滴と雲氷との衝突によってあられ粒子が形成される。

3 あられの融解のモデル

日本海降雪雲からの降雪粒子にはあられ粒子が多いことが地上観測の統計的研究から示されている (Mizuno 1984)。また、雷雲内ではあられ粒子が電荷分離に関与しており (Takahashi xxxx)、あられ粒子の融解はモデル化に重要である。最近では、xxx によって、一個のあられ粒子や切片の融解過程が詳細に数値計算できるようになっている。ただし、このような方法は、冷たい雨の降水形成過程において計算コストが膨大になる可能性があるだけでなく、あられ粒子群に適用することは非常に困難である。

本課題では融解しているあられの含水率や落下速度などの測定を行うだけでなく、融解あられ粒子を丸くも出るで表現する方法を検討した。あられ粒子が融解すると、その結果の水はあられ粒子内部に浸透していく傾向がある。このようなあられ粒子を地上で捕捉して、粒子内の含水率を測定することを検討した。捕捉した融解粒子を 0°C に保つつ潰して、雪片の含水率を測定する場合と同様にウォーターブルーノ濾紙を用いる方法を考えた。しかし、温度を一定に保ちつつ潰すということが非常に難しい作業であることが判明した。潰す過程で、粒子を潰すために使われる仕事によって、あられ粒子の「人工的な融解」が生じてしまうおそれもある。

4 融解している降雪粒子と再凍結した粒子を除く種別の粒子

雨と雲氷、雪、あられの数濃度 (N_x) と混合比 (q_x) は下記のように表現できる。ここで subscript x はこれらの粒子のいずれかを表している。

$$\begin{aligned} N_x &= \int_0^{\infty} N_0 D^\nu \exp(-\lambda D) dD \\ &= \frac{N_0}{\lambda^{\nu+1}} \Gamma(\nu + 1) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} q_x &= \frac{1}{\rho_a} \int_0^{\infty} N_0 \alpha_m D^{\beta_m} D^\nu \exp(-\lambda D) dD \\ &= \frac{\alpha_m N_0}{\rho_a} \left(\frac{1}{\lambda^{\nu+\beta_m+1}} \right) \Gamma(\nu + \beta_m + 1). \end{aligned} \quad (2)$$

5 新たに導入した融解降雪粒子と再凍結粒子の種別

新たに導入した降雪粒子は、TS2010 にならって次のとおりである：湿雪 (Wet snow: ws)、Slush (sl)、Liquid Core Pellet (lcp)、Supercooled rain (sr)、再凍結した湿雪 (refrozen wet snow: rws)、Ice Pellet A (ipA) (表 1 参照)。湿雪は、湿球温度が 0°C より高い温度領域で雪が変換された粒子であり、Slush は融解がさらに進んだ粒子である。一方、lcp と rws、ipA は、それぞれ sl と湿雪が再凍結して形成される粒子、ipA は、lcp が全部凍結した粒子である。sr は、地表面からの高度が 1000 m 以下で形成される過冷却の雨とした。過冷却雨滴による着雪予測を目的としている。これに対して、TS2010 では supercooled rain は地表からの高度に依存せずに過冷却の雨滴であり、この粒子と雲氷とが衝突することで Ice Pellet B (ipB) という粒子が形成されるというモデルになっている。このような二つのモデル間の違いは、気象庁非静力学モデル内では温度領域が 0°C 未満の温度領域では雨はすべて過冷却の雨と考えて、このような雨滴と雲氷との衝突によってあられ粒子が形成されるモデルとなっており、ipB に相当する粒子の種類が含まれていないからである。

あられは、日本海降雪雲や発雷に関わる重要な粒子であるとはいえ、すでに述べたように融解したあられ粒子の融け具合（つまり、含水率）を実際に測定することは現時点でも非常に困難であるだけでなく、融解しているあられ粒子の構造自体も明確ではないため、モデル化はきわめて困難である。しかし、あられ粒子と融解している粒子との相互作用は決して無視できないと考えて、ws や sl とあられ粒子との相互作用はモデル内で考慮している。また、再凍結粒子 (rws と lcp、ipA) とあられ粒子との相互作用については、あられ粒子がこれらの粒子と衝突しても衝突後に併合や分裂はほとんど生じないと考えて、モデル内では取り扱わない。

雪が湿雪から雨に変換される模式図と再凍結の模式図をそれぞれ図 1 と 2 に示す。

5.1 粒子の質量と落下速度

既存の粒子種別（雲水、雨、雲氷、雪、あられ）と新規の導入した粒子種別の質量と落下速度は下記のように表されるものと仮定する。TS2010 や Ferrier (1994) などのパラメタリゼーションと同様である。

表 1: 新規に組み込んだ粒子の種別

粒子	粒子の記号	混合比	数濃度
湿雪	ws	q_{ws}	N_{ws}
slush	sl	q_{sl}	None
過冷却の雨滴	fr	q_{fr}	None
再凍結した湿雪	rws	q_{rws}	N_{rws}
liquid core pellet	lcp	q_{lcp}	None
ice pellet A	ipA	q_{lcp}	None

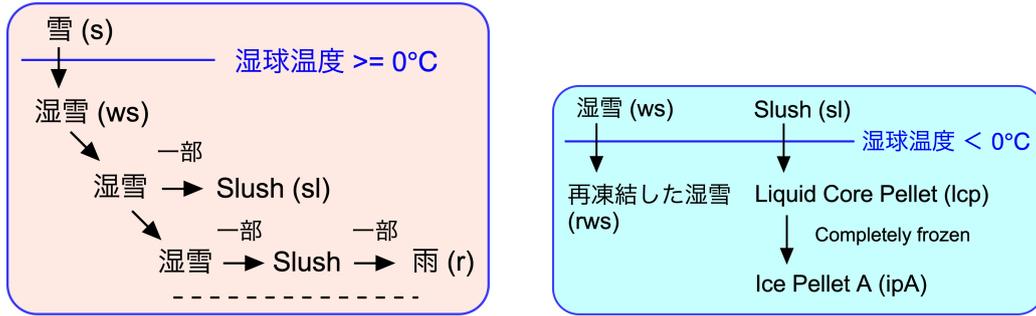


図 1: 雪が湿雪から雨に変換される模式図。 図 2: 湿雪と liquid core pellet の再凍結の模式図。

粒子の大きさ D と質量 m との関係は下記のように表される。

$$m = \alpha_m D^{\beta_m}. \quad (3)$$

ここで、 α_m と β_m はいずれも定数である。同様に、粒子の大きさと落下速度 v_t との関係は下記のように表す。

$$v_t = \alpha_t D^{\beta_t}. \quad (4)$$

ここで、 α_t と β_t はいずれも定数である。また、空気密度の補正項を $\gamma = (\rho_a/\rho_0)^{0.5}$ を用いて

$$v_t = \alpha_t D^{\beta_t} \gamma \quad (5)$$

とかける。 ρ_a と ρ_0 は、それぞれ空気の密度、基準となる空気の密度である。

5.2 粒径分布関数

粒径分布関数 $N(D)$ は、slush と liquid core pellet, ice pellet A を除くと Gamma 関数 $N(D) = N_0 D^\nu \exp(-\lambda D)$ で表現する。この式で、 N_0 と ν は定数である。これに対して、slush と liquid core pellet, ice pellet A の粒径分布は mono-disperse と仮定する。

粒径が $[D_1, D_2]$ の範囲にあれば、この区間に含まれる単位体積中の粒子数 N と質量 M はそれぞれ次のようにかくことができる。

$$N = \int_{D_1}^{D_2} N(D) dD. \quad (6)$$

$$M = \int_{D_1}^{D_2} \alpha_m D^{\beta_m} N(D) dD. \quad (7)$$

一般的には、 $D_1 = 0, D_2 = \infty$ である。

混合比 q は下記のように表すことができる。

$$q = \frac{1}{\rho_a} \int_{D_1}^{D_2} N(D) \alpha_m D^{\beta_m} dD. \quad (8)$$

ρ_a は、空気の密度である。

5.3 融解粒子と再凍結粒子の粒径分布

融解粒子と再凍結粒子の粒径分布の粒径分布は、基本的に TS2010 と同様である (図?? と 図?? 参照)。slush と ipA, lcp の粒子は mono-disperse 分布である。これに対して、湿雪や再凍結した湿雪の粒径分布は Gamma 関数で表現される。ただし、粒子は特定の粒径範囲に存在するため、混合比や数濃度には不完全ガンマ関数が現れる (図 3 と 4 を参照)。なお、不完全ガンマ関数は計算負荷が大きいため、本モデルでは Lau (1980) のアルゴリズムを採用している。

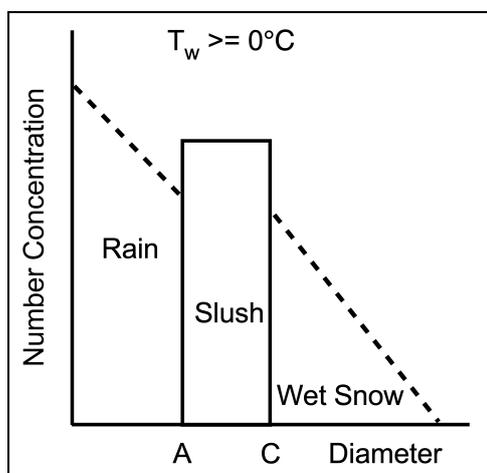


図 3: 融解粒子の粒径分布の模式図。 D_{0sl} と D_{0ws} は、それぞれ、雨と slush との、slush と湿雪との境界の粒径である。

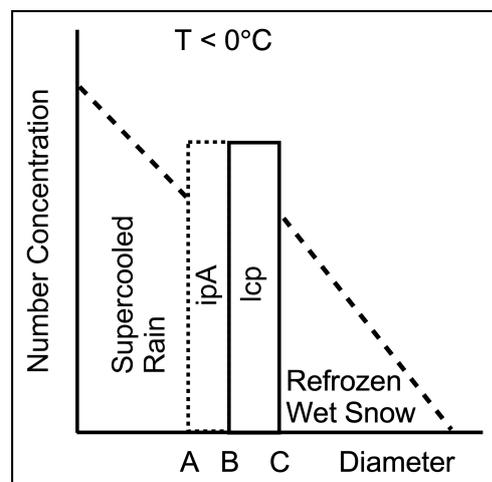


図 4: 再凍結粒子の粒径分布の模式図。

不完全ガンマ関数 $\gamma(\nu, x)$ と $\Gamma(\nu, x)$ は下記のように定義される。

$$\gamma(a, x) = \int_0^x t^{a-1} e^{-t} dt \quad (9)$$

$$\gamma(a, x) = \int_x^\infty t^{a-1} e^{-t} dt. \quad (10)$$

もちろん、 $\gamma(a, x) + \Gamma(a, x) = \Gamma(a)$ である。

6 湿雪

雪の湿球温度 T_w が 0°C よりも高くなった時に、雪粒子はすべて湿雪に変換されると考える。湿雪の融解が進んで slush が形成されるようになると、湿雪の最小粒径は D_{0ws} とする。雪の湿球恩温度の判定には、質量で重みを付けた湿雪の平均粒径 $\overline{D_m}$ の雪で判定する。この粒径は不完全ガンマ関数を用いて以下のようにかける。

$$\begin{aligned} \overline{D_m} &= \frac{\int_{D_{0ws}}^\infty \alpha_m D_m^{\beta_m} D_m N_0 D^\nu \exp(-\lambda D) dD}{\int_{D_{0ws}}^\infty \alpha_m D_m^{\beta_m} N_0 D^\nu \exp(-\lambda D) dD} \\ &= \frac{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\beta_m + \nu + 2} \Gamma(\beta_m + \nu + 2, \lambda \cdot D_{0ws})}{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\beta_m + \nu + 1} \Gamma(\beta_m + \nu + 1, D_{0ws})} \\ &= \left(\frac{1}{\lambda}\right) \frac{\Gamma(\beta_m + \nu + 2, D_{0ws})}{\Gamma(\beta_m + \nu + 1, \lambda \cdot D_{0ws})} \end{aligned} \quad (11)$$

6.0.1 数濃度と混合比

湿雪は two-moment であるので、混合比と数濃度を予報変数とする。数濃度（単位体積当たりの湿雪の数） N_{ws} は次のように表される。

$$\begin{aligned} N_{ws} &= \int_{D_{0ws}}^\infty N_0 D^\nu \exp(-\lambda D) dD \\ &= N_0 \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\nu+1} \Gamma(\nu + 1, \lambda D_{min}) \\ &= N_0 \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\nu+1} \Gamma(\nu + 1, \lambda D_{0ws}) \end{aligned} \quad (12)$$

この式で $D_{min} = D_{0ws}$ とした。

同様に湿雪の混合比 q_{ws} は、

$$\begin{aligned} q_{ws} &= \frac{1}{\rho_a} \int_{D_{0ws}}^\infty \alpha_m D^{\beta_m} N_0 D^\nu \exp(-\lambda D) dD \\ &= \frac{1}{\rho_a} \alpha_m N_0 \int_{D_{0ws}}^\infty D^{\nu + \beta_m} N_0 D^\nu \exp(-\lambda D) dD \\ &= \frac{1}{\rho_a} \alpha_m N_0 \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\nu + \beta_m + 1} \Gamma(\nu + \beta_m + 1, \lambda D_{0ws}), \end{aligned} \quad (13)$$

ρ_a は空気の密度である。

6.0.2 Slope parameter λ と Intercept parameter N_0 の決定

数濃度 N_{0ws} と 混合比 q から N_0 と λ を決定する。

$$\lambda = \left[\frac{1}{\rho_a q_{ws}} \alpha_m N_{ws} \frac{\Gamma(\nu + \beta_m + 1, \lambda D_{0ws})}{\Gamma(\nu + 1, \lambda D_{0ws})} \right] \quad (14)$$

$$N_0 = \frac{N_{ws}}{\Gamma(\nu + 1, \lambda D_{0ws})} \lambda^{\nu+1} \quad (15)$$

6.0.3 落下速度

6.0.4 Mass-weighted fall velocity

質量重み付き平均の落下速度 V_{tm} は下記のとおりである。

$$\begin{aligned} V_{tm} &= \int \alpha_m D^{\beta_m} \alpha_t D^{\beta_t} \gamma N(D) dD / \int \alpha_m D^{\beta_m} N(D) dD \\ &= \int \alpha_m D^{\beta_m} \alpha_t D^{\beta_t} \gamma N_0 D^\nu \exp(-\lambda D) dD / \int \alpha_m D^{\beta_m} N_0 D^\nu \exp(-\lambda D) dD \\ &= \alpha_t \gamma \left(\frac{1}{\lambda} \right)^{\beta_t} \gamma \frac{\Gamma(\beta_m + \beta_t + \nu + 1, \lambda D_{0ws})}{\Gamma(\beta_m + \nu + 1, \lambda D_{0ws})} \end{aligned} \quad (16)$$

6.0.5 Number-weighted fall velocity

質量重み付き平均の落下速度 V_{tn} は下記のとおりである。

$$\begin{aligned} V_{tn} &= \int \alpha_t D^{\beta_t} \gamma N(D) dD / \int N(D) dD \\ &= \int \alpha_t D^{\beta_t} \gamma N_0 D^\nu \exp(-\lambda D) dD / \int N_0 D^\nu \exp(-\lambda D) dD \\ &= \alpha_t \gamma \left(\frac{1}{\lambda} \right)^{\beta_t} \gamma \frac{\Gamma(\beta_t + \nu + 1, \lambda D_{0ws})}{\Gamma(\nu + 1, \lambda D_{0ws})} \end{aligned} \quad (17)$$

6.1 拡散成長の式 : Diffusional growth

湿雪粒子の拡散成長の式は下記のとおりである。粒子の形状は球と仮定している。

$$\frac{dm}{dt} = 2\pi D(s-1)G(T, p)f_v \quad (18)$$

f_v は通風係数であり、

$$f_v = 0.78 + 0.308 Sc^{1/3} Re^{1/2}. \quad (19)$$

この式で、 $Sc = 0.71$ は Schmidt 数、 Re は Reynolds 数である。Reynolds 数は

$$Re = DV(D)/\nu_a. \quad (20)$$

D は粒子の大きさ、 $V(D)$ は落下速度、 ν_a は空気の動粘性係数である。

湿雪の形状を球形と仮定すると、拡散成長による湿雪粒子全体の質量増加率は、下記のように表される。

$$\begin{aligned}
\int_{D_{0ws}}^{\infty} \frac{dm}{dt} N(D) dD &= \int_{D_{0ws}}^{\infty} \frac{dm}{dt} N_0 D^\nu \exp(\lambda D) dD \\
&= \int_{D_{0ws}}^{\infty} \left(0.78 + 0.308 Sc^{1/3} \left[\frac{DV(D)}{\nu_a} \right]^{1/2} \right) 2\pi D(s-1) \times G(T, P) N_0 D^\nu \exp(-\lambda D) dD \\
&= 2\pi D(s-1) \times G(T, P) N_0 \left(0.78 \left(\frac{1}{\lambda} \right)^{\nu+2} \Gamma(\nu+2, \lambda D_{0ws}) + 0.308 Sc^{1/3} \left(\frac{\alpha_t \gamma}{\nu_a} \right)^{(2\nu+\beta_t+5)/2} \right) \\
&\quad \times \Gamma((2\nu+\beta_t+5)/2, \lambda D_{0ws}). \quad (21)
\end{aligned}$$

ただし、 $V(D) = \alpha_t D^{\beta_t} \gamma$ で、 $\gamma = (\rho_0/\rho_a)^{1/2}$ である。

7 Slush

7.1 粒径分布

Slush の粒径分布 $N(D)$ は TS2010 にならって mono disperse と仮定する。つまり、

$$N(D) = N_0. \quad (22)$$

Slush が存在する粒径の範囲を $[D_{0sl}, D_{0ws}]$ と仮定する。ここで、 D_{0sl} と D_{0ws} は、それぞれ slush の最小と最大の粒径であり、後者は湿雪の最小粒径でもある。

7.2 数濃度と混合比

slush の全粒子数 N_T は

$$\begin{aligned}
N_T &= \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} N(D) dD \\
&= \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} N_0 dD \\
&= N_0 (D_{0ws} - D_{0sl}).
\end{aligned} \quad (23)$$

混合比 q は、

$$\begin{aligned}
q &= \frac{1}{\rho_a} \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} N(D) \alpha_m D^{\beta_m} dD \\
&= \frac{1}{\rho_a} \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} N_0 \alpha_m D^{\beta_m} dD \\
&= \frac{\alpha_m N_0}{\rho_a} \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} D^{\beta_m} dD \\
&= \frac{\alpha_m N_0}{\rho_a (1 + \beta_m)} \left[D_{0ws}^{1+\beta_m} - D_{0sl}^{1+\beta_m} \right].
\end{aligned} \quad (24)$$

7.3 落下速度

slush の質量重み付き平均落下速度 V_{tm} は下記のように計算できる。

$$\begin{aligned}
V_{tm} &= \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} N(D)m(D)V_t(D)dD / \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} N(D)m(D)dD \\
&= \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} N_0\alpha_m D^{\beta_m} \alpha_t D^{\beta_t} \gamma dD / \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} N_0\alpha_m D^{\beta_m} dD \\
&= \alpha_t \gamma \int_{D_{sl}}^{D_{0ws}} D^{\beta_m+\beta_t} dD / \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} D^{\beta_m} dD \\
&= \alpha_t \gamma \frac{1}{\beta_m + \beta_t + 1} \left(D_{0ws}^{\beta_m+\beta_t+1} - D_{0sl}^{\beta_m+\beta_t+1} \right) / \frac{1}{\beta_m + 1} \left(D_{0ws}^{\beta_m+1} - D_{0sl}^{\beta_m+1} \right).
\end{aligned} \tag{25}$$

7.4 水蒸気の拡散成長: Depositional growth

通風係数 f_v は下記のようにかける (Prupakker and Klett 1989)。

$$f_v = 0.78 + 0.308Sc^{1/3}Re^{1/2}, \tag{26}$$

ここで、 Sc は Schmidt 数、 Re は Reynolds 数である。

$$Re = \frac{UD}{\nu_a} \tag{27}$$

noindent と定義される。 U と D は、それぞれ落下速度と粒子の大きさ、 ν_a は空気の動粘性係数である。slush の形状は球形と仮定すると、水蒸気拡散による成長 (蒸発) P_{sl_v} は次のようになる。

$$\begin{aligned}
P_{sl_v} &= \frac{1}{\rho_a} \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} N(D) \frac{2\pi(s-1)D}{A'' + B''} \times \left(0.78 + 0.308Sc^{1/3} \left[\frac{\alpha_t D^{\beta_t} (\rho_0/\rho_a)^{1/2}}{\nu_a} \right]^{1/2} \right) dD \\
&= \frac{1}{\rho_a} \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} N_0 \frac{2\pi(s-1)D}{A'' + B''} \times \left(0.78 + 0.308Sc^{1/3} \left[\frac{\alpha_t D^{\beta_t} (\rho_0/\rho_a)^{1/2}}{\nu_a} \right]^{1/2} \right) dD \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{2\pi(s-1)D}{A'' + B''} \left(\frac{0.78}{2} D^2 \Big|_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} + 0.308Sc^{1/3} \left(\frac{\alpha_t \gamma}{\nu_a} \right) \int D^{\beta_t+1} dD \right) \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{2\pi(s-1)D}{A'' + B''} \left(\frac{0.78}{2} D^2 \Big|_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} + 0.308Sc^{1/3} \left(\frac{\alpha_t \gamma}{\nu_a} \right)^{1/2} \left[\frac{1}{\beta_t + 2} \left(D_{0ws}^{\beta_t+2} - D_{0sl}^{\beta_t+2} \right) \right] \right).
\end{aligned} \tag{28}$$

8 Conversion among categories

8.1 湿雪から slush への変換

TS2010 にならって、時間間隔 δt 間における slush から湿雪への変換は、湿雪の最小粒径 D_{0ws} から粒径幅 δd_{70} に含まれる湿雪が slush に変換されるものと仮定する。 δd_{70} は、TS2010 の式

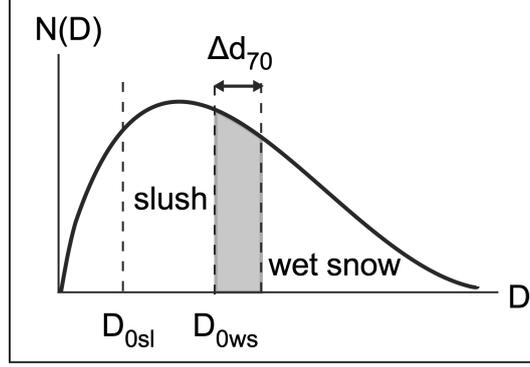


図 5: 湿雪から slush への変換の模式図。図中の灰色に影をつけた湿雪が slush に変換される。

(16) から 湿雪の含水率 $f_{lws}(D)$ が 70% と仮定して下記のように求められる。 D は湿雪の粒径である。

$$f_{lws}(D) = \frac{12C_{ws}B_M(k_aT - L_v\psi\rho_a\delta q_s)\delta t}{L_m\rho_r D^{3-A_M}} \quad (29)$$

この式から

$$D^{3-A_M} = \frac{12C_{ws}B_M(k_aT - L_v\psi\rho_a\delta q_s)\delta t}{L_m\rho_r f_{lws}(D)}$$

$f_{lws}(D) = 0.7$, $D^{3-A_M} = \Delta d_{70}$ とおいて

$$\Delta d_{70}^{3-A_M} = \frac{12C_{ws}B_M(k_aT - L_v\psi\rho_a\delta q_s)\delta t}{L_m\rho_r \times 0.7}. \quad (30)$$

また、 $d_{ws_{sl}} = \Delta D_{70}$ とおく。

粒子の大きさ と 質量 と の 関係 から

$$\alpha_{m_{ws}} d_{ws_{sl}}^{\beta_{m_{ws}}(3-A_M)} = \alpha_{m_{sl}} \left(D_{0ws} + \alpha_{m_{sl}} \Delta d_{70}^{3-A_M} \right)^{\beta_{m_{sl}}} \quad (31)$$

この関係から

$$d_{ws_{sl}} = \frac{\alpha_{m_{sl}}}{\alpha_{m_{ws}}} \left(D_{0ws}^{3-A_M} + \Delta d_{70}^{3-A_M} \right)^{\beta_{m_{sl}}/(3-A_M)\beta_{m_{ws}}}. \quad (32)$$

$d_{ws_{sl}}$ を用いると、湿雪から slush に変換される混合比 $\Delta q_{sl_{ws}}$ は次のように計算できる。

$$\begin{aligned} \Delta q_{sl_{ws}} &= \frac{1}{\rho_a} \left[\int_{D_{0ws}}^{\infty} \alpha_{m_{ws}} D^{\beta_{m_{ws}}} N(D) dD - \int_{d_{ws_{sl}}}^{\infty} \alpha_{m_{ws}} D^{\beta_{m_{ws}}} N(D) dD \right] \\ &= \frac{1}{\rho_a} \alpha_{m_{ws}} N_{0_{ws}} \left(\frac{1}{\lambda} \right)^{\beta_{m_{ws}} + \nu_{ws} + 1} \left(\Gamma(\beta_{m_{ws}} + \nu_{ws} + 1, \lambda D_{ws_{sl}}) - \Gamma(\beta_{m_{ws}} + \nu_{ws} + 1, \lambda D_{0_{ws}}) \right) \end{aligned} \quad (33)$$

slush に変換される湿雪の数濃度の時間変化率 $\Delta N_{ws_{sl}}$ は次のようになる。

$$\Delta N_{ws_{sl}} = N_{0_{ws}} \left(\frac{1}{\lambda} \right)^{\nu_{ws} + 1} \left[\Gamma(\nu_{ws} + 1, \lambda D_{ws_{sl}}) - \Gamma(\nu_{ws} + 1, \lambda D_{0_{ws}}) \right]. \quad (34)$$

湿雪から変換された slush の含水率 f_{sl} は、slush に変換された平均の湿雪の粒径 $\bar{D} = 0.5(D_{0sl} + D_{0ws})$ を用いて、次のようにして計算する。

$$f_{sl} = \left(\frac{\bar{D}}{D}\right)^{1.3}, \quad (35)$$

ここで、 $D = D_{0ws}$ である。

9 異なる粒子間の相互作用

9.1 湿雪：wet snow

9.1.1 雲水との相互作用

湿雪と雲水との相互作用は、雨滴と雲水との相互作用に準じる。つまり、湿雪と雲水との衝突によって雲水が湿雪に捕捉されて、その結果として湿雪の混合比が増加する。衝突捕捉係数は 1 と仮定する。

9.1.2 slush との相互作用

湿雪と slush との衝突によって slush が湿雪に併合されて、湿雪の混合比が増加すると考える。この衝突併合による湿雪の混合比の時間変化率 $P_{ws_ws_ac_sl}$ は次のように書くことができる。ただし、衝突捕捉係数は 1 と仮定する。

$$\begin{aligned}
P_{ws_ws_ac_sl} &= \frac{1}{\rho_a} \int_{D_{0ws}}^{\infty} \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \frac{\pi}{4} (D_{ws} + D_{sl})^2 N(D_{sl}) \alpha_{m_sl} D_{sl}^{\beta_{m_sl}} N(D_{ws}) dD_{sl} dD_{ws} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \int_{D_{0ws}}^{\infty} \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \frac{\pi}{4} (D_{ws} + D_{sl})^2 N(D_{sl}) \alpha_{m_sl} D_{sl}^{\beta_{m_sl}} N_{0ws} D_{ws}^{\nu} \exp(-\lambda_{ws} D_{ws}) dD_{sl} dD_{ws} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \int_{D_{0ws}}^{\infty} \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \frac{\pi}{4} (D_{ws} + D_{sl})^2 N_{0sl} \alpha_{m_sl} D_{sl}^{\beta_{m_sl}} N_{0ws} D_{ws}^{\nu} \exp(-\lambda_{ws} D_{ws}) dD_{sl} dD_{ws} \\
&= \frac{1}{\rho_a} N_{0sl} N_{0ws} \alpha_{m_sl} \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \int_{D_{0ws}}^{\infty} (D_{ws} + D_{sl})^2 D_{sl}^{\beta_{m_sl}} D_{ws}^{\nu} \exp(-\lambda_{ws} D_{ws}) dD_{sl} dD_{ws} \\
&= \frac{1}{\rho_a} N_{0sl} N_{0ws} \alpha_{m_sl} \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \int_{D_{0ws}}^{\infty} \left[\frac{1}{\beta_{m_sl} + 1} D_{ws}^2 D_{sl}^{\beta_{m_sl} + 1} \Big|_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{2}{\beta_{m_sl} + 2} D_{ws} D_{sl}^{\beta_{m_sl} + 2} \Big|_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} + \frac{1}{\beta_{m_sl} + 3} D_{sl}^{\beta_{m_sl} + 3} \Big|_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \right] D_{ws}^{\nu} \exp(-\lambda_{ws} D_{ws}) dD_{ws} \\
&= \frac{1}{\rho_a} N_{0sl} N_{0ws} \alpha_{m_sl} \times \left[\frac{1}{\beta_{m_sl} + 1} \left(D_{0sl}^{\beta_{m_sl} + 1} - D_{0ws}^{\beta_{m_sl} + 1} \right) \int D_{ws}^2 D_{ws}^{\nu} \exp(-\lambda_{ws} dD_{ws}) \right. \\
&\quad + \frac{2}{\beta_{m_sl} + 2} \left(D_{0sl}^{\beta_{m_sl} + 2} - D_{0ws}^{\beta_{m_sl} + 2} \right) \int D_{ws} D_{ws}^{\nu} \exp(-\lambda_{ws} dD_{ws}) \\
&\quad \left. + \frac{1}{\beta_{m_sl} + 3} \left(D_{0sl}^{\beta_{m_sl} + 3} - D_{0ws}^{\beta_{m_sl} + 3} \right) \int D_{ws}^{\nu} \exp(-\lambda_{ws} dD_{ws}) \right] \\
&= \frac{1}{\rho_a} N_{0sl} N_{0ws} \alpha_{m_sl} \times \left[\frac{1}{\beta_{m_sl} + 1} \left(D_{0sl}^{\beta_{m_sl} + 1} - D_{0ws}^{\beta_{m_sl} + 1} \right) \frac{1}{\nu + 3} \Gamma(\nu + 3, \lambda_{ws} D_{0ws}) \right. \\
&\quad + \frac{2}{\beta_{m_sl} + 2} \left(D_{0sl}^{\beta_{m_sl} + 2} - D_{0ws}^{\beta_{m_sl} + 2} \right) \frac{1}{\nu + 2} \Gamma(\nu + 2, \lambda_{ws} D_{0ws}) \\
&\quad \left. + \frac{1}{\beta_{m_sl} + 3} \left(D_{0sl}^{\beta_{m_sl} + 3} - D_{0ws}^{\beta_{m_sl} + 3} \right) \frac{1}{\nu + 1} \Gamma(\nu + 1, \lambda_{ws} D_{0ws}) \right].
\end{aligned} \tag{36}$$

次に、湿雪と slush の単位時間あたりの衝突回数 N_{ws_sl} は次の式から計算する。 ΔV_t は、落下速度の項である。衝突捕捉係数は 1 と仮定する。

$$\begin{aligned}
N_{ws_sl} &= \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \int_{D_{0ws}}^{\infty} \frac{\pi}{4} (D_{ws} + D_{sl})^2 |V(D_{ws}) - V(D_{sl})| N(D_{ws}) N(D_{sl}) dD_{ws} dD_{sl} \\
&= \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \int_{D_{0ws}}^{\infty} \frac{\pi}{4} (D_{ws}^2 + 2D_{ws}D_{sl} + D_{sl}^2) |V(D_{ws}) - V(D_{sl})| N_{0ws} D_{ws}^{\nu_{ws}} \exp(-\lambda_{ws} D_{ws}) N_{0sl} dD_{ws} dD_{sl} \\
&= \frac{\pi}{4} N_{0ws} N_{0sl} \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \int_{D_{0ws}}^{\infty} (D_{ws}^2 + 2D_{ws}D_{sl} + D_{sl}^2) \times D_{ws} \exp(-\lambda_{ws} D_{ws}) |V(D_{ws}) - V(D_{sl})| dD_{ws} dD_{sl} \\
&= \frac{\pi}{4} N_{0ws} N_{0sl} \Delta V_t \\
&\int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \int_{D_{0ws}}^{\infty} (D_{ws}^{\nu_{ws}+2} \exp(-\lambda_{ws} D_{ws}) + 2D_{ws}^{\nu_{ws}+1} D_{sl} \exp(-\lambda_{ws} D_{ws}) + D_{ws}^{\nu_{ws}} D_{sl}^2 \exp(-\lambda_{ws} D_{ws})) dD_{ws} dD_{sl} \\
&= \frac{\pi}{4} N_{0ws} N_{0sl} \Delta V_t \\
&\int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \left[\left(\frac{1}{\lambda_{ws}} \right)^{\nu_{ws}+3} \Gamma(\nu_{ws} + 3, \lambda_{ws} D_{0ws}) + 2 \left(\frac{1}{\lambda_{ws}} \right)^{\nu_{ws}+2} \Gamma(\nu_{ws} + 2, \lambda_{ws} D_{0ws}) D_{sl} \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{1}{\lambda_{ws}} \right)^{\nu_{ws}+1} \Gamma(\nu_{ws} + 1, \lambda_{ws} D_{0ws}) D_{sl}^2 \right] dD_{sl} \\
&= \frac{\pi}{4} N_{0ws} N_{0sl} \Delta V_t \left[\left(\frac{1}{\lambda_{ws}} \right)^{\nu_{ws}+3} \Gamma(\nu_{ws} + 3, \lambda_{ws} D_{0ws}) (D_{0ws} - D_{0sl}) \right. \\
&\quad + 2 \left(\frac{1}{\lambda_{ws}} \right)^{\nu_{ws}+2} \Gamma(\nu_{ws} + 2, \lambda_{ws} D_{0ws}) \frac{1}{2} (D_{0ws}^2 - D_{0sl}^2) \\
&\quad \left. + \left(\frac{1}{\lambda_{ws}} \right)^{\nu_{ws}+1} \Gamma(\nu_{ws} + 1, \lambda_{ws} D_{0ws}) \frac{1}{3} (D_{0ws}^3 - D_{0sl}^3) \right].
\end{aligned} \tag{37}$$

9.1.3 雨との衝突併合： $P_{ws_ws_ac_r}$

雨滴は湿雪と衝突後に湿雪に取り込まれると考える。衝突捕捉係数は 1 と仮定する。この併合過程による湿雪の混合比の時間増加率は次のようになる。 ΔV_t は落下速度に関する項であり、Murakami (1990) の定式化を採用する。

$$\begin{aligned}
P_{ws_ws_ac_r} &= \frac{1}{\rho_a} \int_{D_{0ws}}^{\infty} \int_0^{\infty} (D_{ws} + D_r)^2 \alpha_{m,r} D_r^{\beta_{m,r}} N_r(D_r) N_{ws}(D_{ws}) dD_r dR_{ws} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \int_{D_{0ws}}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\pi}{4} (D_{ws} + D_r)^2 \alpha_{m,r} D_r^{\beta_{m,r}} N_{0r} D_r^{\nu_r} \\
&\quad \times \exp(-\lambda_r D_r) N_{0ws} D_{ws}^{\nu_{ws}} \exp(-\lambda_{ws} D_{ws}) dD_r dR_{ws} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{\pi}{4} \alpha_{m,r} N_{0r} N_{0ws} \\
&\quad \times \int_{D_{0ws}}^{\infty} \int_0^{\infty} (D_{ws} + D_r)^2 D_r^{\beta_{m,r}} D_r^{\nu_r} \exp(-\lambda_r D_r) D_{ws}^{\nu_{ws}} \exp(-\lambda_{ws} D_{ws}) dD_r dR_{ws} \Delta V_t
\end{aligned} \tag{38}$$

ここで、積分 I を計算すると下記のようになる。

$$\begin{aligned}
I &\equiv \int_{D_{0ws}}^{\infty} \int_0^{\infty} (D_{ws} + D_r)^2 D_r^{\beta_{m-r}} D_r^{\nu_r} \exp(-\lambda_r D_r) D_{ws}^{\nu_{ws}} \exp(-\lambda_{ws} D_{ws}) dD_r dR_{ws} \\
&= \int_{D_{0ws}}^{\infty} \int_0^{\infty} [D_{ws}^2 + 2D_{ws}D_r + D_r^2] D_r^{\beta_{m-r}+\nu_r} \exp(-\lambda_r D_r) D_{ws}^{\nu_{ws}} \exp(-\lambda_{ws} D_{ws}) dD_r dR_{ws} \\
&= \int_{D_{0ws}}^{\infty} \int_0^{\infty} [D_{ws}^2 D_r^{\beta_{m-r}+\nu_r} + 2D_{ws}D_r^{\beta_{m-r}+\nu_r+1} + D_r^{\beta_{m-r}+\nu_r+2}] \exp(-\lambda_r D_r) dD_r \times D_{ws}^{\nu_{ws}} \exp(-\lambda_{ws} D_{ws}) dD_{ws} \\
&= \int_{D_{0ws}}^{\infty} \left[D_{ws}^2 \left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\beta_{m-r}+\nu_r+1} \Gamma(\beta_{m-r} + \nu_r + 1) \right. \\
&\quad \left. + 2D_{ws} \left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\beta_{m-r}+\nu_r+2} \Gamma(\beta_{m-r} + \nu_r + 2) + \left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\beta_{m-r}+\nu_r+3} \Gamma(\beta_{m-r} + \nu_r + 3) \right] D_{ws}^{\nu_{ws}} \exp(-\lambda_{ws} D_{ws}) dD_{ws} \\
&= \left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\beta_{m-r}+\nu_r+1} \Gamma(\beta_{m-r} + \nu_r + 1) \left(\frac{1}{\lambda_{ws}} \right)^{\nu_{ws}+3} \Gamma(nu_{ws} + 3, \lambda_{ws} D_{0ws}) \\
&\quad + 2 \left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\beta_{m-r}+\nu_r+2} \Gamma(\beta_{m-r} + \nu_r + 2) \left(\frac{1}{\lambda_{ws}} \right)^{\nu_{ws}+2} \Gamma(nu_{ws} + 2, \lambda_{ws} D_{0ws}) \\
&\quad + \left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\beta_{m-r}+\nu_r+3} \Gamma(\beta_{m-r} + \nu_r + 3) \left(\frac{1}{\lambda_{ws}} \right)^{\nu_{ws}+1} \Gamma(nu_{ws} + 1, \lambda_{ws} D_{0ws})
\end{aligned} \tag{39}$$

したがって、

$$\begin{aligned}
P_{ws_ws_ac_r} &= \frac{1}{\rho_a} \frac{\pi}{4} \alpha_{m-r} N_{0r} N_{0ws} \times I \times \Delta V_t \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{\pi}{4} \alpha_{m-r} N_{0r} N_{0ws} \left[\left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\beta_{m-r}+\nu_r+1} \Gamma(\beta_{m-r} + \nu_r + 1) \left(\frac{1}{\lambda_{ws}} \right)^{\nu_{ws}+3} \Gamma(nu_{ws} + 3, \lambda_{ws} D_{0ws}) \right. \\
&\quad \left. + 2 \left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\beta_{m-r}+\nu_r+2} \Gamma(\beta_{m-r} + \nu_r + 2) \left(\frac{1}{\lambda_{ws}} \right)^{\nu_{ws}+2} \Gamma(nu_{ws} + 2, \lambda_{ws} D_{0ws}) \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\beta_{m-r}+\nu_r+3} \Gamma(\beta_{m-r} + \nu_r + 3) \left(\frac{1}{\lambda_{ws}} \right)^{\nu_{ws}+1} \Gamma(nu_{ws} + 1, \lambda_{ws} D_{0ws}) \right] \Delta V_t
\end{aligned} \tag{40}$$

9.2 Slush

9.2.1 雲水との相互作用

slush と雲水との衝突併合によって、雲水が slush に併合されて slush の混合比が増加すると考える。slush の混合比の単位時間あたりの増加率 ($P_{sl_sl_ac_c}$) は連続成長を仮定して次のように計算できる。なお、slush と雲水との衝突捕捉係数は 1 と仮定する。 γ は空気密度の差の補正項である。

$$\begin{aligned}
P_{sl_sl_ac_c} &= \frac{1}{\rho_a} \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \frac{\pi}{4} (D_{sl} + D_c)^2 |V(D_{sl}) - V(D_c)| \times \rho_a q_c N(D_{sl}) dD_{sl} \\
&\approx \frac{1}{\rho_a} \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \frac{\pi}{4} D_{sl}^2 |V(D_{sl})| \times \rho_a q_c N(D_{sl}) dD_{sl} \\
&= \frac{\pi}{4} \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} D_{sl}^2 V(D_{sl}) q_c N_{0sl} dD_{sl} \\
&= \frac{\pi}{4} q_c N_{0sl} \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} D_{sl}^2 \alpha_{t_sl} D_{sl}^{\beta_{t_sl}} \gamma dD_{sl} = \frac{\pi}{4} q_c N_{0sl} \alpha_{t_sl} \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} D_{sl}^{2+\beta_{t_sl}} dD_{sl} \quad (41) \\
&= \frac{\pi}{4} q_c N_{0sl} \alpha_{t_sl} \left[\frac{1}{3 + \beta_{t_sl}} D_{sl} \Big|_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \right] \\
&= \frac{\pi}{4} q_c N_{0sl} \alpha_{t_sl} \left(\frac{1}{3 + \beta_{t_sl}} D_{0ws}^{3+\beta_{t_sl}} - D_{0sl}^{3+\beta_{t_sl}} \right).
\end{aligned}$$

9.2.2 雨滴との相互作用: $P_{sl_sl_ac_r}$

slush と雨滴とが衝突した場合、slush の混合比が増加すると仮定する。衝突捕捉係数は 1 と仮定する。 ΔV_t は、併合過程での速度差に関わる項であり、Murakami (1990) に準じるものを用いる。

$P_{sl_sl_ac_r}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\rho_a} \int_0^\infty \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \frac{\pi}{4} (D_{sl} + D_r)^2 \left| V(D_{sl} - V(D_r)) \right| \alpha_{m_r} D_r^{\beta_{m_r}} N(D_{sl}) N(D_r) dD_{sl} dD_r \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{\pi}{4} \alpha_{m_r} N_{0sl} N_{0r} \\
&\times \int_0^\infty \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} (D_{sl} + D_r)^2 \left| V(D_{sl}) - V(D_r) \right| D_r^{\beta_{m_r}} D_r^{\beta_{m_r}} dD_{sl} D_r^{\nu_r} \exp(-\lambda_r D_r) dD_{sl} dD_r \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{\pi}{4} \alpha_{m_r} N_{0sl} N_{0r} \\
&\times \int_0^\infty \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} (D_{sl}^2 + 2D_{sl}D_r + D_r^2) \left| V(D_{sl}) - V(D_r) \right| D_r^{\beta_{m_r}} D_r^{\nu_r} \exp(-\lambda_r D_r) dD_{sl} dD_r \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{\pi}{4} \alpha_{m_r} N_{0sl} N_{0r} \\
&\times \int_0^\infty \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} (D_{sl}^2 + 2D_{sl}D_r + D_r^2) D_r^{\beta_{m_r} + \nu_r} \exp(-\lambda_r D_r) dD_{sl} dD_r \Delta V_t \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{\pi}{4} \alpha_{m_r} N_{0sl} N_{0r} \int_0^\infty \\
&\times \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} (D_{sl}^2 D_r^{\beta_{m_r} + \nu_r} + 2D_{sl} D_r^{\beta_{m_r} + \nu_r + 1} + D_r^{\beta_{m_r} + \nu_r + 2}) \exp(-\lambda_r D_r) dD_{sl} dD_r \Delta V_t \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{\pi}{4} \alpha_{m_r} N_{0sl} N_{0r} \\
&\times \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \left[\left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\beta_{m_r} + \nu_r + 1} \Gamma(\beta_{m_r} + \nu_r + 1) D_{sl}^2 \right. \\
&+ 2 \left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\beta_{m_r} + \nu_r + 2} \Gamma(\beta_{m_r} + \nu_r + 2) D_{sl} \\
&+ \left. \left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\beta_{m_r} + \nu_r + 3} \Gamma(\beta_{m_r} + \nu_r + 3) \right] dD_{sl} dD_r \Delta V_t \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{\pi}{4} \alpha_{m_r} N_{0sl} N_{0r} \left[\left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\beta_{m_r} + \nu_r + 1} \Gamma(\beta_{m_r} + \nu_r + 1) \frac{1}{3} (D_{0ws})^3 - D_{0sl}^3 \right. \\
&+ 2 \left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\beta_{m_r} + \nu_r + 2} \Gamma(\beta_{m_r} + \nu_r + 2) \frac{1}{2} (D_{0ws})^2 - D_{0sl}^2 \\
&+ \left. \left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\beta_{m_r} + \nu_r + 3} \Gamma(\beta_{m_r} + \nu_r + 3) (D_{0ws} - D_{0sl}) \right].
\end{aligned}$$

slush と雨滴の単位時間あたりの衝突回数 N は下記のようになる。

$$\begin{aligned}
N &= \int_0^\infty \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \frac{\pi}{4} E(D_r + D_{sl})^2 N(D_r) N_{sl}(D_{sl}) \left| (V_t(D_r) - V_t(D_{sl})) \right| dD_r dD_{sl} \\
&= \int_0^\infty \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \frac{\pi}{4} E(D_r^2 + 2D_r D_{sl} + D_{sl}^2) N_{0r} D_r^{\nu_r} \exp(-\lambda_r) N_{0sl} \left| (V_t(D_r) - V_t(D_{sl})) \right| dD_r dD_{sl} \\
&= \frac{\pi}{4} E N_{0r} N_{0sl} \Delta V_t \int_0^\infty \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} (D_r^2 + 2D_r D_{sl} + D_{sl}^2) D_r^{\nu_r} \exp(-\lambda_r) dD_r dD_{sl} \\
&= \frac{\pi}{4} E N_{0r} N_{0sl} \Delta V_t \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \left[\left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\nu_r+3} \Gamma(\nu_r + 3) \right. \\
&\quad \left. + 2 \left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\nu_r+2} \Gamma(\nu_r + 2) D_{sl} + \left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\nu_r+1} \Gamma(\nu_r + 1) D_{sl}^2 \right] dD_{sl} \\
&= \frac{\pi}{4} E N_{0r} N_{0sl} \Delta V_t \left[\left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\nu_r+3} \Gamma(\nu_r + 3) (D_{0ws} - D_{0sl}) \right. \\
&\quad \left. + 2 \left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\nu_r+2} \Gamma(\nu_r + 2) \frac{1}{2} (D_{0ws}^2 - D_{0sl}^2) + \left(\frac{1}{\lambda_r} \right)^{\nu_r+1} \Gamma(\nu_r + 1) \frac{1}{3} (D_{0ws}^3 - D_{0sl}^3) \right]
\end{aligned}$$

9.2.3 あられとの相互作用

slush とあられが衝突した場合、slush があられに併合される結果、あられの混合比が増加すると考える。衝突捕捉係数は 1 と仮定する。単位時間あたりのあられの混合比の変化 (Δq_g) は下記のように定式化できる。衝突捕捉係数は 1 と仮定する。

$$\begin{aligned}
\Delta q_g &= \int_0^\infty \int_{D_{0ws}}^\infty \frac{\pi}{4} E(D_g + D_{sl})^2 \left| V_t(D_g) - V_t(D_{sl}) \right| N_g(D_g) N_{sl}(D_{sl}) \alpha_{m-sl} D_{sl}^{\beta_{m-sl}} dD_g dD_{sl} \\
&= \int_0^\infty \int_{D_{0ws}}^\infty \frac{\pi}{4} E(D_g + D_{sl})^2 \left| V_t(D_g) - V_t(D_{sl}) \right| N_{0g} D_g^{\nu_g} \exp(-\lambda_g) D_g N_{0sl} \alpha_{m-sl} D_{sl}^{\beta_{m-sl}} dD_g dD_{sl} \\
&= \frac{\pi}{4} E \alpha_{m-sl} N_{0g} N_{0sl} \Delta V_t \int_0^\infty \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} (D_g + D_{sl})^2 D_{sl}^{\beta_{m-sl}} dD_g dD_{sl} \\
&= \frac{\pi}{4} E \alpha_{m-sl} N_{0g} N_{0sl} \Delta V_t \int_0^\infty \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} (D_g^2 D_{sl}^{\beta_{m-sl}} + 2D_g D_{sl}^{\beta_{m-sl}+1} + D_{sl}^{\beta_{m-sl}+2}) dD_g dD_{sl} \\
&= \frac{\pi}{4} E \alpha_{m-sl} N_{0g} N_{0sl} \Delta V_t \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \left[\left(\frac{1}{\lambda_g} \right)^{\nu_g+3} \Gamma(\nu_g + 3) D_{sl}^{\beta_{m-sl}} \right. \\
&\quad \left. + 2 \left(\frac{1}{\lambda_g} \right)^{\nu_g+2} \Gamma(\nu_g + 2) D_{sl}^{\beta_{m-sl}+1} + \left(\frac{1}{\lambda_g} \right)^{\nu_g+1} \Gamma(\nu_g + 1) D_{sl}^{\beta_{m-sl}+2} \right] dD_{sl} \\
&= \frac{\pi}{4} E \alpha_{m-sl} N_{0g} N_{0sl} \Delta V_t \int_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \left[\left(\frac{1}{\lambda_g} \right)^{\nu_g+3} \Gamma(\nu_g + 3) D_{sl}^{\beta_{m-sl}} \right. \\
&\quad \left. + 2 \left(\frac{1}{\lambda_g} \right)^{\nu_g+2} \Gamma(\nu_g + 2) D_{sl}^{\beta_{m-sl}+1} + \left(\frac{1}{\lambda_g} \right)^{\nu_g+1} \Gamma(\nu_g + 1) D_{sl}^{\beta_{m-sl}+2} \right] dD_{sl} \\
&= \frac{\pi}{4} E \alpha_{m-sl} N_{0g} N_{0sl} \Delta V_t \left[\left(\frac{1}{\lambda_g} \right)^{\nu_g+3} \Gamma(\nu_g + 3) \frac{1}{\beta_{m-sl} + 1} \left(D_{0ws}^{\beta_{m-sl}+1} - D_{0sl}^{\beta_{m-sl}+1} \right) \right. \\
&\quad \left. + 2 \left(\frac{1}{\lambda_g} \right)^{\nu_g+2} \Gamma(\nu_g + 2) \frac{1}{\beta_{m-sl} + 2} \left(D_{0ws}^{\beta_{m-sl}+2} - D_{0sl}^{\beta_{m-sl}+2} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{1}{\lambda_g} \right)^{\nu_g+1} \Gamma(\nu_g + 1) \frac{1}{\beta_{m-sl} + 3} \left(D_{0ws}^{\beta_{m-sl}+3} - D_{0sl}^{\beta_{m-sl}+3} \right) \right].
\end{aligned}$$

10 Refreezing process: 再凍結過程

再凍結過程も TS2010 のモデルと同様である。再凍結過程で生成される粒子の種別は下記のとおりである。

- Liquid core pellet (lcp): slush の再凍結によって生成される種別。粒子の外側は水で、内部には水が含まれる。
- ice pellet A: liquid core pellet が完全に凍結して形成される粒子。
- refrozen wet snow: 湿雪が凍結して生成される粒子。

TS2010 では、ice pellet B（氷粒子と過冷却水滴との凍結によって生成される粒子）をモデルに含めているものの、本モデルではこの粒子を含まない。これは、気象庁非静力学モデルの微物理モデルでは、氷粒子と過冷却の水滴との衝突によってあられ粒子が生成されるようになっている点で TS2010 とは異なっている。この点を変更して ice pellet B を導入すると、モデルの構造を大きく変更することが必要になってしまうためである。ただし、ice pellet B を新規に導入しなくても、大きな不具合は生じないと考える。

あられとの相互作用も生じる可能性があるとはいえ、再凍結した湿雪とあられとの衝突によって、これらの粒子が併合する可能性は非常に小さいと仮定して、この相互作用はモデル内では無視する。

10.1 湿雪の再凍結

湿雪の再凍結過程は次の式で表される。ただし、湿雪の形状は球形と仮定する。

$$L_m f_{fzws} \frac{dm_{ws}}{dt} = 2\pi C_{ws} D_{ws} F_{ws} (K_a T + L_s \psi \rho_a \delta q_s). \quad (42)$$

この式で、 m_{ws} は湿雪の質量、 L_m は融解に伴う潜熱、 f_{fzws} は湿雪の含水率、 C_{ws} は規格化された容量（球形の場合は $C_{ws} = 1$ ）、 D_{ws} は湿雪の粒径、 F_{ws} は湿雪の通風係数である。通風係数は

$$F_{ws} = B_M \frac{D^{AM}}{D_{ws}}, \quad (43)$$

D は湿雪の融解直径である。融解直径は下記のように求められる。

$$\alpha_{m-r} D^{\beta_{m-r}} = \alpha_{m-ws} D_{ws}^{\beta_{m-ws}} \quad (44)$$

$$D^{\beta_{m-r}} = \frac{\alpha_{m-ws}}{\alpha_{m-r}} D_{ws}^{\beta_{m-ws}} \quad (45)$$

$$D = \left(\frac{\alpha_{m-ws}}{\alpha_{m-r}} \right)^{1/\beta_{m-r}} D_{ws}^{\beta_{m-ws}/\beta_{m-r}} \quad (46)$$

上記の二つの式を組み合わせて、

$$\frac{dm_{ws}}{dt} = \frac{1}{L_m f_{fzws}} 2\pi C_{ws} B_M \times \left(\frac{\alpha_{m-ws}}{\alpha_{m-r}} \right)^{AM/\beta_{m-r}} D_{ws}^{AM\beta_{m-ws}/\beta_{m-r}}. \quad (47)$$

湿雪粒子全体について再凍結する混合比の時間変化率は次のようになる。

$$\begin{aligned} \delta q_{ws} &= \frac{1}{\rho_a} \int_{D_{0ws}}^{\infty} \frac{dm_{ws}}{dt} N_{ws}(D_{ws}) dD_{ws} \\ &= \int_{D_{0ws}}^{\infty} \frac{1}{L_m f_{fzws}} 2\pi C_{ws} B_M \times \left(\frac{\alpha_{m-ws}}{\alpha_{m-r}} \right)^{AM/\beta_{m-r}} D_{ws}^{AM\beta_{m-ws}/\beta_{m-r}} N_{0ws} D_{ws}^{\nu_{ws}} \exp(-\lambda_{ws}) dD_{ws} \\ &= \frac{1}{\rho_a} \frac{1}{L_m f_{fzws}} 2\pi C_{ws} B_M \times \left(\frac{\alpha_{m-ws}}{\alpha_{m-r}} \right)^{AM/\beta_{m-r}} N_{0ws} \\ &\quad \times \int_{D_{0ws}}^{\infty} D_{ws}^{\nu_{ws} + AM\beta_{m-ws}/\beta_{m-r}} \exp(-\lambda_{ws}) dD_{ws} \\ &= \frac{1}{\rho_a} \frac{1}{L_m f_{fzws}} 2\pi C_{ws} B_M \times \left(\frac{\alpha_{m-ws}}{\alpha_{m-r}} \right)^{AM/\beta_{m-r}} N_{0ws} \left(\frac{1}{\lambda_{ws}} \right)^{1+\nu_{ws} + AM\beta_{m-ws}/\beta_{m-r}} \\ &\quad \times \Gamma(1 + \nu_{ws} + AM\beta_{m-ws}/\beta_{m-r}, \lambda_{ws} D_{0ws}). \end{aligned} \quad (48)$$

再凍結に伴う数濃度の変化 ΔN_{rws} は

$$\Delta N_{rws} = N_{ws} \delta q_{rws} / q_{ws} \quad (49)$$

と計算する。

10.1.1 雲水との相互作用

再凍結した湿雪と雲水との相互作用は連続成長で近似する。つまり、 rws が雲水と衝突併合することによる混合比の増加率 ($P_{rws_ac_rws_w}$) は下記のようにかける。なお、衝突捕捉係数 E は 1 と仮定する。

$$\begin{aligned}
P_{rws_ac_rws_w} &= \frac{1}{\rho_a} \int_{D_{0ws}}^{\infty} \frac{\pi}{4} D_{rws}^2 V_{t_rws} \rho_a q_c N_{rws}(D_{rws}) dD_{rws} \\
&= \int_{D_{0ws}}^{\infty} \frac{\pi}{4} D_{rws}^2 \alpha_{t_rws} D_{rws}^{\beta_{t_rws}} \gamma q_c N_{0rws} D_{rws}^{\nu_{rws}} \exp(-\lambda_{rws}) dD_{rws} \\
&= \frac{\pi}{4} \alpha_{t_rws} \gamma N_{0rws} q_c \int_{D_{0ws}}^{\infty} D_{rws}^{\nu_{rws} + \beta_{t_rws} + 2} \exp(-\lambda_{rws}) dD_{rws} \\
&= \frac{\pi}{4} \alpha_{t_rws} \gamma N_{0rws} q_c \left(\frac{1}{\lambda_{rws}} \right)^{\nu_{rws} + \beta_{t_rws} + 3} \Gamma(\nu_{rws} + \beta_{t_rws} + 3, \lambda_{rws} D_{0ws}).
\end{aligned} \tag{50}$$

γ は落下速度に関する空気密度の補正項である。

10.1.2 雲氷との相互作用

rws と雲氷との相互作用も、雲水との相互作用と同様である。ただし、 rws と雲氷との衝突捕捉係数 $E_{rws_i} = 0.1$ と仮定する。

$$P_{rws_ac_rws_i} = \frac{\pi}{4} E_{rws_i} \alpha_{t_rws} \gamma N_{0rws} q_i \left(\frac{1}{\lambda_{rws}} \right)^{\nu_{rws} + \beta_{t_rws} + 3} \Gamma(\nu_{rws} + \beta_{t_rws} + 3, \lambda_{rws} D_{0ws}). \tag{51}$$

捕捉に伴う雲氷の数濃度の時間変化率 ($P_{ni_ac_rws_i}$) は下記で計算する。

$$P_{ni_ac_rws_i} = qn_i \frac{P_{rws_ac_rws_w}}{q_i}. \tag{52}$$

10.1.3 凝結成長 / 蒸発: $P_{rws_dep_v}$

通風係数は雪の場合と同じものを用いる。 C は容量で規格化された容量 $C_{rws} = 1$ (rws は球形と仮定) を用いると $4\pi C = 2\pi D_{rws}$ である。

$$\begin{aligned}
P_{rws_dep_v} &= \frac{1}{\rho_a} \int_{D_{0ws}}^{\infty} \frac{4\pi C(s-1)}{A'' + B''} F N_{0rws} dD_{rws} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \int_{D_{0ws}}^{\infty} \frac{2\pi D_{rws}(s-1)}{A'' + B''} F N_{rws} dD_{rws} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{2\pi(s-1)}{A'' + B''} \int_{D_{0ws}}^{\infty} D_{rws} \left[0.78 + 0.308 S C^{1/3} \left(\frac{\alpha_{t_rws} D_{rws}^{\beta_{t_rws}} \gamma}{\nu_a} \right)^{1/2} \right] \\
&\quad \times N_{0rws} D_{rws}^{\nu_{rws}} \exp(-\lambda_{rws}) dD_{rws} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{2\pi(s-1)}{A'' + B''} N_{0rws} \int_{D_{0ws}}^{\infty} \left[0.78 D_{rws} + 0.308 S C^{1/3} \left(\frac{\alpha_{t_rws} \gamma}{\nu_a} \right)^{1/2} D_{rws}^{\beta_{t_rws}/2+1/2} \right] \\
&\quad \times D_{rws}^{\nu_{rws}} \exp(-\lambda_{rws}) dD_{rws} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{2\pi(s-1)}{A'' + B''} N_{0rws} \left[0.78 \left(\frac{1}{\lambda_{rws}} \right)^{\nu_{rws}+2} \Gamma(\nu_{rws} + 2, \lambda_{rws}) \right. \\
&\quad \left. + 0.308 S C^{1/3} \left(\frac{\alpha_{t_rws} \gamma}{\nu_a} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\lambda_{rws}} \right)^{\nu_{rws} + \beta_{t_rws} + 5/2} \Gamma(\nu_{rws} + \beta_{t_rws} + 5/2, \lambda_{rws} D_{0ws}) \right]. \tag{53}
\end{aligned}$$

10.2 Liquid bore pellet: lcp

slush が再凍結層の上端に達すると lcp へ変換される。

lcp から ice pellet A への変換は、TS2010 のように次のようにモデル化される。モデル内のある高度面 k で完全に再凍結する lcp の大きさの最大値 d_{fz} は次の式で計算できる (see TS2010)。

$$d_{fz}^{2-A_F + \beta_{lcp}} = \sum_{i=k_{bm}}^k \left[\frac{12 B_F (-K_a T L_s \Psi \rho_a \delta q_s) \Delta z}{L_m f_{fzsl} \rho_r} \right], \tag{54}$$

この式で、 A_F と B_F は通風係数 F_{lcp} に現れる定数で lcp の大きさ D_{lcp} を用いて $F_{lcp} = B_F D_{lcp}^{A_F}$ である。 K_a は空気の熱伝導係数、 T は温度 ($^{\circ}\text{C}$)、 L_s は昇華の潜熱、 ρ_a と ρ_r はそれぞれ空気と水の密度、 f_{fzsl} は lcp の含水率である。また、 $d_{fz}^{2-A_F + \beta_{lcp}}$ とべきに 2 が現れる理由は次のとおりである。大きさが D_w で、表面温度と周囲との温度差が δT である水滴が Δt の時間に凍結する場合に、凍結する質量 m と時間 Δt との関係は下記の式で表される。 $m = (\pi i/6) \rho_r D_w^3$ であることを考えると、

$$-L_f (\pi i/6) \rho_r D_w^3 = 2\pi \Delta t D_w [B_m K_a \delta T D_w^{A_M} + B_m \psi_v \delta \rho_v D_w^{A_M}]. \tag{55}$$

完全に凍結した liquid ore pellet の最小の大きさ ($d_{0fz} = d_{0lcp}$) は式 (24) から計算できる。この大きさが liquid core pellet の粒径分布の最小値に等しくなったときに liquid core pellet は ice pellet A へ変換されるものとする。

時間間隔 δt の間に ice pellet A に変換される liquid core pellet の混合比 $\delta q_{lcp-ipa}$ は

$$\delta q_{lcp-ipa} = \frac{\alpha_{m,lcp}}{\rho_a} N_{0lcp} \frac{d_{lcp-ip}^4 - d_{0,lcp}^4}{4}, \quad (56)$$

この式で、 $d_{lcp-ip} = (d_{3-A_{lcp}}^3 + \Delta d_{ipa}^{3-A_{lcp}})^{1/(3-A_{lcp})}$ である。liquid core pellet に含まれる氷の割合は、湿雪に含まれる水の割合 f_l から計算する。

$$f_l = \left(\frac{D_{min}}{D} \right)^{1.3}, \quad (57)$$

この式において、 D_{min} の値には、完全に凍結した lcp の 最大値を、 $D = (1/2)(D_{0sl} + d_{max,sl})$ である。

10.2.1 lcp と雲水との相互作用

lcp と雲水との相互作用は連続成長で近似する。つまり、rws が雲水と衝突併合することによる混合比の増加率 ($P_{lcp-ac,lcp-w}$) は下記のようにかける。なお、衝突捕捉係数 E は 1 と仮定する。

$$\begin{aligned} P_{lcp-ac,lcp-w} &= \frac{1}{\rho_a} \int_{D_{0lcp}}^{D_{max,lcp}} \frac{\pi}{4} E D_{lcp}^2 V_{t,lcp} \rho_a q_c N_{lcp}(D_{lcp}) dD_{lcp} \\ &= \int_{D_{0ws}}^{D_{0lcp}} \frac{\pi}{4} E D_{lcp}^2 \alpha_{t,lcp} D_{lcp}^{\beta_{t,lcp}} \gamma q_i N_{0lcp} dD_{lcp} \\ &= \frac{\pi}{4} E \alpha_{t,lcp} \gamma q_c N_{0lcp} \int_{D_{0lcp}}^{D_{max,lcp}} D_{lcp}^{\beta_{t,lcp}+2} dD_{lcp} \\ &= \frac{\pi}{4} E \alpha_{t,lcp} \gamma q_c N_{0lcp} \frac{1}{\beta_{t,lcp}+3} D_{lcp}^{\beta_{t,lcp}+3} \Big|_{D_{0lcp}}^{D_{max,lcp}} \\ &= \frac{\pi}{4} E \alpha_{t,lcp} \gamma q_c N_{0lcp} \frac{1}{\beta_{t,lcp}+3} \left(D_{max,lcp}^{\beta_{t,lcp}+3} - D_{0lcp}^{\beta_{t,lcp}+3} \right). \end{aligned} \quad (58)$$

ここで、 $D_{0lcp} = D_{0sl}$, $D_{max,lcp} = D_{0ws}$ とする。 γ は落下速度に関する空気密度の補正項である。

10.2.2 lcp と雲氷との相互作用

lcp と雲水との相互作用と同様である。

$$P_{lcp-ac,lcp-i} = \frac{\pi}{4} \alpha_{t,lcp} \gamma q_i N_{0lcp} \frac{1}{\beta_{t,lcp}+3} \left(D_{max,lcp}^{\beta_{t,lcp}+3} - D_{0lcp}^{\beta_{t,lcp}+3} \right). \quad (59)$$

ここで、衝突捕捉係数 $E_{lcp,i} = 0.1$ と仮定し、 $D_{0lcp} = D_{0sl}$, $D_{max,lcp} = D_{0ws}$ とする。 γ は落下速度に関する空気密度の補正項である。

これに付随する雲氷の数濃度の変化 ΔN_{lcp} は下記のように計算する。

$$\Delta N_{lcp} = N_{lcp} \cdot P_{lcp-ac,lcp-i} / q_{lcp}. \quad (60)$$

10.2.3 凝結成長 / 蒸発: $P_{lcp_dep_v}$

通風係数 F は雪と同じ式を用いる。lcp の形状は球形と仮定すると規格化された容量は $C_{lcp} = 1$ である。つまり、 $C = D_{lcp}$ である。

$$\begin{aligned}
P_{lcp_dep_v} &= \frac{1}{\rho_a} \int_{[D_{0sl}]^{D_{0ws}}} \frac{2\pi C(s-1)}{A'' + B''} FN(D) dD_{lcp} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \int_{[D_{0sl}]^{D_{0ws}}} \frac{2\pi C(s-1)}{A'' + B''} FN_{0lcp} dD_{lcp} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{2\pi(s-1)}{A'' + B''} \int_{[D_{0sl}]^{D_{0ws}}} D_{lcp} \left[0.78 + 0.308Sc^{1/3} \left(\frac{\alpha_{t,lcp} D_{lcp}^{\beta_{t,lcp}} \gamma}{\nu_a} \right)^{1/2} \right] dD_{lcp} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{2\pi(s-1)}{A'' + B''} \int_{[D_{0sl}]^{D_{0ws}}} \left[0.78 D_{lcp} + 0.308Sc^{1/3} \left(\frac{\alpha_{t,lcp} D_{lcp}^{\beta_{t,lcp}} \gamma}{\nu_a} \right)^{1/2} D_{lcp} \right] dD_{lcp} \tag{61} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{2\pi(s-1)}{A'' + B''} \left[0.78 \left[\frac{1}{2} D_{lcp}^2 \right]_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} + 0.308Sc^{1/3} \left(\frac{\alpha_{t,lcp} \gamma}{\nu_a} \right)^{1/2} D_{lcp}^{\beta_{t,lcp}/2+1} \right] \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{2\pi(s-1)}{A'' + B''} \left[0.78 \left[\frac{1}{2} D_{lcp}^2 \right]_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} + 0.308Sc^{1/3} \left(\frac{\alpha_{t,lcp} \gamma}{\nu_a} \right)^{1/2} \frac{1}{\beta_{t,lcp}/2+2} D_{lcp}^{\beta_{t,lcp}/2+2} \right]_{D_{0sl}}^{D_{0ws}} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{2\pi(s-1)}{A'' + B''} \left[0.78 \left[\frac{1}{2} (D_{0ws}^2 - D_{0sl}^2) \right] \right. \\
&\quad \left. + 0.308Sc^{1/3} \left(\frac{\alpha_{t,lcp} \gamma}{\nu_a} \right)^{1/2} \frac{1}{\beta_{t,lcp}/2+2} (D_{0ws}^{\beta_{t,lcp}/2+2} - D_{0sl}^{\beta_{t,lcp}/2+2}) \right].
\end{aligned}$$

10.3 ice pellet A: ipa

雲水や雲氷と ipa との相互作用は、lcp との相互作用と同様に計算する。 $E = 1$ とする。

$$P_{ipa_ac_ipa_w} = \frac{\pi}{4} E \alpha_{t,ipa} \gamma q_c N_{0ipa} \frac{1}{\beta_{t,ipa} + 3} (D_{max,ipa}^{\beta_{t,ipa}+3} - D_{0ipa}^{\beta_{t,ipa}+3}). \tag{62}$$

$$P_{ipa_ac_ipa_i} = \frac{\pi}{4} E \alpha_{t,ipa} \gamma q_i N_{0ipa} \frac{1}{\beta_{t,ipa} + 3} (D_{max,ipa}^{\beta_{t,ipa}+3} - D_{0ipa}^{\beta_{t,ipa}+3}). \tag{63}$$

この混合比の変化に伴う雲氷の数濃度の時間変化率 ΔN_{ipa} は

$$\Delta N_{ipa} = qn_i \times \frac{P_{ipa_ac_ipa_i}}{q_i}. \tag{64}$$

10.3.1 lcp と雲氷との相互作用

lcp と雲水との相互作用と同様である。

$$P_{lcp_ac_lcp_i} = \frac{\pi}{4} \alpha_{t,lcp} \gamma q_i N_{0lcp} \frac{1}{\beta_{t,lcp} + 3} (D_{max,lcp}^{\beta_{t,lcp}+3} - D_{0lcp}^{\beta_{t,lcp}+3}). \tag{65}$$

ここで、衝突捕捉係数 $E_{lcp,i} = 0.1$ と仮定し、 $D_{0lcp} = D_{0sl}$, $D_{max,lcp} = D_{0ws}$ とする。 γ は落下速度に関する空気密度の補正項である。

これに付随する雲氷の数濃度の変化 ΔN_{ipa} は下記のように計算する。

$$\Delta N_{ipa} = N_{ipa} \cdot P_{ipa-ac,ipa,i}/q_{ipa}. \quad (66)$$

10.3.2 凝結成長 / 蒸発: $P_{lcp-dep_v}$

通風係数 F は雪と同じ式を用いる。 lcp の形状は球形と仮定すると規格化された容量は $C_{lcp} = 1$ である。つまり、 $C = D_{lcp}$ である。

$$\begin{aligned} P_{ipa-dep_v} &= \frac{1}{\rho_a} \int_{[D_{0sl}]^{D_{0ws}}} \frac{2\pi C(s-1)}{A^n + B^n} FN(D) dD_{ipa} \\ &= \frac{1}{\rho_a} \frac{2\pi(s-1)}{A^n + B^n} \left[0.78 \left[\frac{1}{2} (D_{0ws}^2 - D_{0sl}^2) \right] \right. \\ &\quad \left. + 0.308 S c^{1/3} \left(\frac{\alpha_{t,ipa} \gamma}{\nu_a} \right)^{1/2} \frac{1}{\beta_{t,ipa}/2 + 2} \left(D_{0ws}^{\beta_{t,ipa}/2+2} - D_{0sl}^{\beta_{t,ipa}/2+2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (67)$$

10.3.3 凝結成長 / 蒸発: $P_{ipa-dep_v}$

モデル化は lcp と同様である。 ipa の形状は球形と仮定すると規格化された容量は $C_{ipa} = 1$ である。つまり、 $C = D_{ipa}$ である。

$$\begin{aligned} P_{lcp-dep_v} &= \frac{1}{\rho_a} \int_{[D_{0sl}]^{D_{0ws}}} \frac{2\pi C(s-1)}{A^n + B^n} FN(D) dD_{ipa} \\ &= \frac{1}{\rho_a} \frac{2\pi(s-1)}{A^n + B^n} \left[0.78 \left[\frac{1}{2} (D_{0ws}^2 - D_{0sl}^2) \right] \right. \\ &\quad \left. + 0.308 S c^{1/3} \left(\frac{\alpha_{t,ipa} \gamma}{\nu_a} \right)^{1/2} \frac{1}{\beta_{t,ipa}/2 + 2} \left(D_{0ws}^{\beta_{t,ipa}/2+2} - D_{0sl}^{\beta_{t,ipa}/2+2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (68)$$

11 再凍結過程：過冷却雨滴との相互作用

本モデルでは、過冷却の雨滴は地表面から一定の高度に存在する過冷却の雨滴とする。着氷災害を考慮しての設定である。過冷却の雨滴と再凍結過程で生成された3つの粒子（再凍結した湿雪、 lcp , ipa ）との相互作用を定式化する。この相互作用は、あられと雪、あるいは雨滴との相互作用と同様である。もちろん、温度が 0°C 未満の領域にも過冷却の雨滴は存在するものの、モデルでは地表面付近での相互作用に限定する。過冷却の雨滴と3つのタイプの粒子との相互作用の結果、あられが生成されるものとする。また、衝突捕捉係数 E はすべて1と仮定する。

11.1 過冷却雨滴と再凍結した湿雪との相互作用: $P_{g_ac_fr_rws}$

$$\begin{aligned}
P_{g_ac_fr_rws} &= \frac{1}{\rho_a} \int \int \frac{\pi}{4} E(D_{fr} + D_{rws})^2 \left| V_t(D_{fr}) - V_t(D_{rws}) \right| \\
&\quad \times \alpha_{m_rws} D_{rws}^{\beta_{m_rws}} N(D_{fr}) N(D_{rws}) dD_{fr} dD_{rws} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \int \int \frac{\pi}{4} E(D_{fr} + D_{rws})^2 \left| V_t(D_{fr}) - V_t(D_{rws}) \right| \\
&\quad \times \alpha_{m_rws} D_{rws}^{\beta_{m_rws}} N_{0fr} D_{fr}^{\nu_{fr}} \exp(-\lambda_{fr}) N_{0rws} D_{rws}^{\nu_{rws}} \exp(-\lambda_{rws}) dD_{fr} dD_{rws} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{\pi}{4} E \alpha_{m_rws} N_{0fr} N_{0rws} \Delta V_t \tag{69} \\
&\quad \times \left[\left(\frac{1}{\lambda_{fr}} \right)^{3+\nu_{fr}} \Gamma(3+\nu_{fr}) \left(\frac{1}{\lambda_{rws}} \right)^{1+\nu_{rws}+\beta_{m_rws}} \Gamma(1+\nu_{rws}+\beta_{m_rws}, \lambda_{rws} D_{0ws}) \right. \\
&\quad + 2 \left(\frac{1}{\lambda_{fr}} \right)^{2+\nu_{fr}} \Gamma(2+\nu_{fr}) \left(\frac{1}{\lambda_{rws}} \right)^{2+\nu_{rws}+\beta_{m_rws}} \Gamma(2+\nu_{rws}+\beta_{m_rws}, \lambda_{rws} D_{0ws}) \\
&\quad \left. + \left(\frac{1}{\lambda_{fr}} \right)^{1+\nu_{fr}} \Gamma(1+\nu_{fr}) \left(\frac{1}{\lambda_{rws}} \right)^{3+\nu_{rws}+\beta_{m_rws}} \Gamma(3+\nu_{rws}+\beta_{m_rws}, \lambda_{rws} D_{0ws}) \right].
\end{aligned}$$

ΔV_t は落下速度に関する項である。

過冷却雨滴による再凍結した湿雪の衝突捕捉に伴う rws の数濃度の時間変化率 ΔN_{rws} (または、 $P_{ng_ac_fr_rws}$) は次のように求める。

$$P_{ng_ac_fr_rws} = P_{g_ac_fr_rws} \frac{P_{g_ac_fr_rws}}{q_{rws}}. \tag{70}$$

11.2 過冷却雨滴と liquid core pellet との相互作用: $P_g_ac_fr_lcp$

$$\begin{aligned}
P_g_ac_fr_lcp &= \frac{1}{\rho_a} \int \int \frac{\pi}{4} E (D_{fr} + D_{lcp})^2 \left| V_t(D_{fr}) - V_t(D_{lcp}) \right| \alpha_{m_lcp} D_{lcp}^{\beta_{m_lcp}} N(D_{fr}) N(D_{lcp}) dD_{fr} dD_{lcp} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \int \int \frac{\pi}{4} E (D_{fr} + D_{lcp})^2 \left| V_t(D_{fr}) - V_t(D_{lcp}) \right| \\
&\quad \times \alpha_{m_lcp} D_{lcp}^{\beta_{m_lcp}} N_{0lcp} N_{0fr} D_{fr}^{\nu_{fr}} \exp(-\lambda_{fr} D_{fr}) dD_{lcp} dD_{fr} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{\pi}{4} E \Delta V_t \alpha_{m_lcp} N_{0lcp} N_{0fr} \\
&\quad \times \int \int (D_{fr} + D_{lcp})^2 D_{lcp}^{\beta_{m_lcp}} N_{0lcp} N_{0fr} D_{fr}^{\nu_{fr}} \exp(-\lambda_{fr} D_{fr}) dD_{lcp} dD_{fr} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{\pi}{4} E \Delta V_t \alpha_{m_lcp} N_{0lcp} N_{0fr} \\
&\quad \times \left[\left(\frac{1}{\lambda_{fr}} \right)^{3+\nu_{fr}} \Gamma(3 + \nu_{fr}) \frac{1}{\beta_{m_lcp} + 1} D_{lcp}^{\beta_{m_lcp} + 1} \right]_{D_{0lcp}}^{D_{max}} \\
&\quad + 2 \left(\frac{1}{\lambda_{fr}} \right)^{2+\nu_{fr}} \Gamma(2 + \nu_{fr}) \frac{1}{\beta_{m_lcp} + 2} D_{lcp}^{\beta_{m_lcp} + 2} \right]_{D_{0lcp}}^{D_{max}} \\
&\quad + \left(\frac{1}{\lambda_{fr}} \right)^{1+\nu_{fr}} \Gamma(1 + \nu_{fr}) \frac{1}{\beta_{m_lcp} + 3} D_{lcp}^{\beta_{m_lcp} + 3} \right]_{D_{0lcp}}^{D_{max}} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{\pi}{4} E \Delta V_t \alpha_{m_lcp} N_{0lcp} N_{0fr} \\
&\quad \times \left[\left(\frac{1}{\lambda_{fr}} \right)^{3+\nu_{fr}} \Gamma(3 + \nu_{fr}) \frac{1}{\beta_{m_lcp} + 1} (D_{max}^{\beta_{m_lcp} + 1} - D_{0lcp}^{\beta_{m_lcp} + 1}) \right. \\
&\quad + 2 \left(\frac{1}{\lambda_{fr}} \right)^{2+\nu_{fr}} \Gamma(2 + \nu_{fr}) \frac{1}{\beta_{m_lcp} + 2} (D_{max}^{\beta_{m_lcp} + 2} - D_{0lcp}^{\beta_{m_lcp} + 2}) \\
&\quad \left. + \left(\frac{1}{\lambda_{fr}} \right)^{1+\nu_{fr}} \Gamma(1 + \nu_{fr}) \frac{1}{\beta_{m_lcp} + 3} (D_{max}^{\beta_{m_lcp} + 3} - D_{0lcp}^{\beta_{m_lcp} + 3}) \right].
\end{aligned} \tag{71}$$

11.3 過冷却雨滴と ice pellet A (ipa) との相互作用: $P_g_ac_fr_ipa$

過冷却雨滴と liquid core pellet との相互作用 ($P_g_ac_fr_lcp$) と同様にして計算する。

$$\begin{aligned}
P_{g_ac_fr_ipa} &= \frac{1}{\rho_a} \int \int \frac{\pi}{4} E (D_{fr} + D_{ipa})^2 \left| V_t(D_{fr}) - V_t(D_{ipa}) \right| \alpha_{m_ipa} D_{ipa}^{\beta_{m_ipa}} N(D_{fr}) N(D_{ipa}) dD_{fr} dD_{ipa} \\
&= \frac{1}{\rho_a} \frac{\pi}{4} E \Delta V_t \alpha_{m_ipa} N_{0ipa} N_{0fr} \\
&\quad \times \left[\left(\frac{1}{\lambda_{fr}} \right)^{3+\nu_{fr}} \Gamma(3 + \nu_{fr}) \frac{1}{\beta_{m_ipa} + 1} (D_{max}^{\beta_{m_ipa}+1} - D_{0ipa}^{\beta_{m_ipa}+1}) \right. \\
&\quad + 2 \left(\frac{1}{\lambda_{fr}} \right)^{2+\nu_{fr}} \Gamma(2 + \nu_{fr}) \frac{1}{\beta_{m_ipa} + 2} (D_{max}^{\beta_{m_ipa}+2} - D_{0ipa}^{\beta_{m_ipa}+2}) \\
&\quad \left. + \left(\frac{1}{\lambda_{fr}} \right)^{1+\nu_{fr}} \Gamma(1 + \nu_{fr}) \frac{1}{\beta_{m_ipa} + 3} (D_{max}^{\beta_{m_ipa}+3} - D_{0lcp}^{\beta_{m_ipa}+3}) \right]. \tag{72}
\end{aligned}$$

この式で、 D_{max} は次の式で与えられる。

$$D_{max} = (D_{0lcp}^{3-A_M} + \Delta D_{ip}^{3-A_M})^{1/(3-A_M)} \tag{73}$$

である。

11.4 混合比と数濃度の時間変化を表す基本方程式系

この節では、融解や再凍結によって生成される新規粒子の混合比と数濃度についての時間変化率を表す方程式系を記述する。 ADV と $Diff$ は、それぞれ移流項と拡散項である。TS2010 と異なる点は、新規種別である湿雪や slush とあられとの相互作用である。これらの相互作用によって、時間変化率に現れる Source/Sink 項が複雑になる。なお、再凍結した粒子とあられとが衝突しても併合することは非常に少ないと仮定し、混合比や数濃度の時間変化率には影響を及ぼさないものと仮定した。

11.4.1 湿雪

混合比

$$\begin{aligned}
\frac{\partial q_{ws}}{\partial t} &= -ADV(q_{ws}) + Diff(q_{ws}) \\
&\quad + p_{ws_cnv_s} + p_{ws_ac_ws_w} \\
&\quad - p_{sl_ac_r_ws} + p_{ws_ac_ws_r} \\
&\quad + p_{ws_ac_ws_sl} - p_{g_ac_g_ws} \\
&\quad + p_{ws_dep_v} - p_{r_mlt_ws} \tag{74}
\end{aligned}$$

数濃度

$$\begin{aligned}\frac{\partial N_{ws}}{\partial t} = & -ADV(N_{ws}) + Diff(N_{ws}) \\ & + p_nws_ac_ws_sl - p_sl_ac_r_ws * qn_ws/q_ws \\ & - p_ng_ac_g_ws - p_nws_agg \\ & + qn_ws/q_ws * p_ws_dep_v - p_nsl_mlt_ws \\ & + p_nws_cnv_s + p_nws_mlt_r_ws\end{aligned}\tag{75}$$

11.4.2 Slush

混合比

$$\begin{aligned}\frac{\partial q_{sl}}{\partial t} = & -ADV(q_{sl}) + Diff(q_{sl}) \\ & + p_sl_mlt_ws - p_r_mlt_sl \\ & - p_r_ac_r_sl - p_ws_ac_ws_sl \\ & - p_g_ac_g_sl + p_sl_ac_r_ws \\ & + p_sl_dep_v\end{aligned}\tag{76}$$

11.4.3 過冷却の雨滴

混合比

$$\begin{aligned}\frac{\partial q_{fr}}{\partial t} = & -ADV(q_{fr}) + Diff(q_{fr}) \\ & + p_fr_cnv_r - p_v_evp_fr\end{aligned}\tag{77}$$

11.4.4 再凍結した湿雪

混合比

$$\begin{aligned}\frac{\partial q_{rws}}{\partial t} = & -ADV(q_{rws}) + Diff(q_{rws}) \\ & + p_rws_ws_cnv_rws + p_rws_dep_v \\ & + p_rws_ac_rws_w + p_rws_ac_rws_i\end{aligned}\tag{78}$$

数濃度

$$\begin{aligned}\frac{\partial N_{rws}}{\partial t} = & -ADV(N_{rws}) + Diff(N_{rws}) \\ & + p_nrws_ws_cnv_rws + p_nrws_dep_v\end{aligned}\tag{79}$$

11.4.5 liquid core pellet: lcp

混合比

$$\begin{aligned}\frac{\partial q_{lcp}}{\partial t} = & -ADV(q_{lcp}) + Diff(q_{lcp}) \\ & + p_{lcp_dep_v} + p_{lcp_sl_cnv_lcp} \\ & + p_{lcp_ac_lcp_w} + p_{lcp_ac_lcp_i}\end{aligned}\quad (80)$$

11.4.6 ice pellet A: ipA

混合比

$$\begin{aligned}\frac{\partial q_{ipA}}{\partial t} = & -ADV(q_{ipA}) + Diff(q_{ipA}) \\ & + p_{ipA_dep_v} + p_{ipA_lcp_cnv_ipA} \\ & + p_{ipA_ac_ipA_w} + p_{ipA_ac_ipA_i}\end{aligned}\quad (81)$$

12 予備的なモデル実験と今後の課題

防災科学技術研究所 雪氷防災研究センターでみぞれが観測された事例について、予備的な実験を実施した。モデル領域は雪氷防災研究センターを中心とする水平解像度 1 km とした。融解粒子や再凍結粒子を含む新しいモデルは安定して 3 時間積分を行うことができ、さらに、雪氷防災研究センターに相当する地点およびその周辺の領域で地上において融解粒子が計算できた。融解粒子や再凍結粒子を新規に多数導入してもモデル計算が不安定にならないことを確認できた。今後は、融解粒子や再凍結粒子の定量的な検証やモデル全般の見直しや高速化を継続して行う予定である。特に、計算負荷の大きい不完全ガンマ関数を用いるパラメタリゼーションが多く含まれているため、モデルの高速化は必須である。本研究で新規に開発したバルク微物理モデルは、着雪や着水の予測や雨雪判別予測、降雪予測の精度向上だけでなく、地球温暖化が進む中での将来の降雪量の予測研究にも大きく貢献することが期待できる。

13 融解粒子を新規に加えるために変更したモジュール

融解粒子を新規にモデルに加えるために、気象庁非静力学モデル内の下記のモジュールを修正・変更した。

- cld_kind.f90
- cld_y2.f90
- cldvar_y2.f90
- cldprm.f90

- cpt.f90
- cqs.f90
- ctrv.f90
- dfi.f90
- diagnose.f90
- extval.f90
- hevi.f90
- ini_bnd_parm.f90
- ios.f90
- lbc.f90
- load_ini_bnd.f90
- main.f90
- nhmvar.f90
- parm.f90
- pgf.f90
- pre.f90
- trb.f90

References

- Ferrier, B. S., 1994: A double-moment multiple-phase four-class bulk ice scheme. Part I: Description. *J. Atmos. Sci.*, **51**, 249 - 280.
- Fujiyoshi, Y., 2023: Underlying microphysical processes in the melting layer during moderate precipitation: Evidence from Ground-Based Data. *J. Atmos. Sci.*, **80**, 381 - 1400. DOI: <https://doi.org/10.1175/JAS-D-22-0183.1>.
- Leinonen, J. and A. von Lerber, 2018: Snowflake melting simulation using smoothed particle hydrodynamics. *J. Geophys. Res.*, **123**, 811-1825. DOI: <https://doi.org/10.1002/2017JD027909>
- Lin, Y.-L., R. D. Farley, and H. D. Orville, 1983: Bulk parameterization of the snow field in a cloud model. *J. Climate Appl. Meteor.*, **22**, 1065-1092.
- Matsuo, T and Y. Sasyo, 1981a: Non-Melting Phenomena of Snowflakes Observed in Subsaturated Air below Freezing Level. *J. Meteor. Soc. Japan*, **59**, 26 - 32. DOI <https://doi.org/10.2151/jmsj1965.59.1.26>.
- Matsuo, T and Y. Sasyo, 1981b: Melting of Snowflakes below Freezing Level in the Atmosphere, *J. Meteor. Soc. Japan*, **59**, 10 - 25. DOI: <https://doi.org/10.2151/jmsj1965.59.10>
- Milbrandt, J. A. and M. K. Yau, 2005: A multimoment bulk microphysics parameterization. Part I: Analysis of the role of the spectral shape parameter. *J. Atmos. Sci.*, **62**, 3051 - 3064.
- Mizuno, H., 1990: Parameterization of the accretion process between different precipitation elements. *J. Meteor. Soc. Japan*, **68**, 395-398.
- Mizuno, H., 1992: Statistical Characteristics of Graupel Precipitation over the Japan Islands. *J. Meteor. Soc. Japan*, **70**, 115 -121. DOI: <https://doi.org/10.2151/jmsj1965.70.1.115>
- Morrison, H., and W. W. Grabowski, 2008: A novel approach for representing ice microphysics in models: Description and tests using a kinematic framework. *J. Atmos. Sci.*, **65**, 1528-1548, <https://doi.org/10.1175/2007JAS2491.1>.
- Murakami, M., 1990: Numerical modeling of dynamical and microphysical evolution of an isolated convective cloud—the 19 July 1981 COOPE cloud. *J. Meteor. Soc. Japan*, **68**, 107 - 128.
- Nagumo, N. and Y. Fujiyoshi, 2015: Microphysical Properties of Slow-Falling and Fast-Falling Ice Pellets Formed by Freezing Associated with Evaporative Cooling. *Mon. Wea. Rev.*, **143**, 4376 - 4392. DOI: <https://doi.org/10.1175/MWR-D-15-0054.1>.
- Rasmussen, M. and A. J. Heymsfield, 1987: Melting and shedding of graupel and hail. Part I: Model Physics. *J. Atmos. Sci.*, **44**, 2754 - 2763.
- Saito, K., T. Fujita, Y. Yamada, J. Ishida, Y. Kumagai, K. Aranami, S. Ohmori, R. Nagasawa, S. Kumagai, C. Muroi, T. Kato, H. Eito, and Y. Yamazaki, 2006: The operational JMA nonhydrostatic mesoscale model. *Mon. Wea. Rev.*, **134**, 1266-1298.
- Stewart, R. E., J. M. Thériault, and W. Henson, 2015: On the Characteristics of and Processes Producing Winter Precipitation Types near 0°C. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **96**, 623 - 639.

- Szyrmer, W. and I. Zawadzki, 1999: Modeling of the melting layer. Part I: Dynamics and microphysics. *J. Atmos. Sci.*, **56**, 3573- 3592.
- Takahashi, T., 1978: Riming electrification as a charge generation mechanism in thunderstorms. *J. Atmos. Sci.*, **35**, 536 -1548. OI:
[https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1978\)035<1536:REAACG>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1978)035<1536:REAACG>2.0.CO;2).
- Thériault, J. M. and R. E. Stewart, 2010: A parameterization of the microphysical processes forming many types of winter precipitation. *J. Atmos. Sci.*, **67**, 1492 - 1508.
- Yamada, Y., 2014: New parameterizations of ice-phase processes in 3-ice bulk microphysical model. in WGNE Blue Book., 4-09.
- Yamada, Y., 2016: Development of a two-moment three-ice bulk microphysical model for ice. *WGNE Blue Book*, 4-11.

科研費 基盤研究 (B)

”気温 0°C近傍で形成される多様な融解粒子のモデル化と探知” (分担：民田 晴也)

1. 年度毎の概要

■2022 年度

乾雪観測用に開発した自由落下降雪粒子の立体形状、落下速度、粒径分布を観測する Multi-angle Snowflake Imager (MSI)を、気温 0°C近傍の湿雪観測に対応する機能改良を施し、初年度から冬季観測実験に投入する計画であったが、MSI で利用していた製造終了半導体の代替品選定と入手に時間を要し、新型開発に遅れが生じた。2022 年度は複数台あった既存 MSI から部品を集め、補修・再調整したものを観測に投入、旧性能であるが観測データは欠落なく取得できた。この観測で新潟長岡に降る降雪現象の特徴理解につなげ、新型 MSI 開発に有益な情報を取得できた。

(補足説明：機器開発詳細 2022-2023 年度の 2 年間)

旧 MSI は需要の少ない半導体 (レーザダイオードおよびフォトダイオードアレイ) を利用していたため、製品が絶版となり後継品も生産されなかった。レーザダイオードは近赤外域で広角ビーム幅が特徴の製品で、普及品に水平拡散レンズ追加で容易に対応できたが、フォトダイオードアレイ (AMS TSL210; 640 素子=128×5 ブロック;解像度 127 μm)の入手不可が問題となった。MSI は受光部でレンズ集光しない設計で振動や積雪荷重変形による計測光軸ズレへの耐性を向上、光軸ズレノイズを抑制する設計思想であり、幅広受光素子は必須であった。受光感度の面からも、感光面積の大きな低解像度 (127 μm) の幅広受光素子は使い勝手が良い。受光素子は高速駆動 (感光時間が短い) するほど感度低下するため、必要な感度確保のためには光源光量を強くする必要がある。光量を強くすると降雪粒子は消失傾向にあり、光量とスキャン速度のバランスが重要となる。この条件を満たす受光素子を探すことに時間を要した。Hamamatsu Photonics S14417 linear image sensor (384 素子=シリアル 192 素子×2 ブロック; 解像度 127 μm)を年度末にサンプル入手、開発実験を始めた。S14417 は 1 スライス(384-pixel)取得するために、素子切替 192 クロックに加え、駆動設定 21 クロックが必要で最速 213 クロックが必要である。絶版 TSL210 はトリガ 1 クロックを加え 129 (=128+1) クロックでスライス取得できたため、同じスライスレートでも 2 倍近い速度でのデバイス駆動が必要である (e.g. TSL210 は 3 MHz、S14417 は 5 MHz 駆動)。高速クロック化には影判定のコンパレータ遅延時間も障害となった。新型 MSI ではコンパレータを非搭載、S14417 出力電圧を直接 FPGA のデジタル入力に与え、TTL レベルで影判定する設計とした (光源強度調整=影閾値調整)。コンパレータで実現していた旧 MSI グレイ階調撮影機能は非搭載となった (グレイ階調にメリットは少なく、使用メモリサイズが大きくなり FPGA 演算とデータ転送時間増大によるデッドタイム拡大のデメリットのほうが大きいことも要因)。

粒子カメラは廉価な USB 近赤外カメラから産業用 GigE 可視カメラに変更。USB カメラはパソコン on-board controller で 2 台までしか安定制御できず、外部トリガ撮影でもカメラ毎に撮像遅延が生じ最大 20 ms 遅れ(1 m/s で 20 mm 落下)、高速落下粒子は画角から消え、粒子連続検出時にはスキャナとの同期性が悪かった。GigE カメラは 3 台を LAN 回線 1 系統に集約接続 (カメラ毎に 1 回線が規格推奨)、撮影遅延は無かったが (カメラ画角に粒子が入るよう遅延時間 7 ms を設定)、高負荷時に hang-up が生じることがあり、3 分毎に稼働監視、hang-up 時に再起動することで連続観測を実現した。

■2023 年度

前年度の観測結果を新型開発目的に解析、湿雪観測で重視が必要な項目を洗い出し、新型 MSI 開発を行った。MSI は性能向上（落下速度の速い霰に対応するためスキャン速度を 20%以上向上、粒子接写カメラ画質向上、高所観測設営を見据えた計測システム簡素化）と小型化を行い、2022 年度に引き続き降雪観測実験を行った。当初は高所設営を考慮し、大幅な小型・軽量化を図る予定であったが、粒子捕捉空間の確保と内部部品配置から 20%程度の小型化に留まり、積雪荷重も見積もれなかったため、地面設営で運用を行った。観測期間を通したメンテナンスフリー観測を達成した。

■2024 年度

2023 年度観測運用を評価、改修項目を検討、融解粒子識別に難題が残った（接写画像でも明確な差が見えるわけではなく現時点で画像から自動識別は難しい）。可視と近赤外の画像差から粒子融解の識別可能性を探る目的で、試験的に旧 MSI で利用していた USB 近赤外カメラを増設した。新 MSI 内部に空きスペースが少なくタイトな状態で組み込んだため、USB ケーブルが MSIハウジングに干渉、最初の降雪荷重で力がかかり内部フレームに僅かな変形が生じ、1 台のレーザラインスキャナの光軸に歪みが生じ計測安定性が劣化した。ノイズ発生は気象条件と関連性があり、レーザ光を多重散乱・消散しやすい霧雨のような粒子密度の高い降水現象で、スキャナー端の光強度が TTL 電圧レベルを僅かに割り込む範囲に入り偽の影を検出することが原因と推測した。ノイズ交じりの時間帯もあるが、多くの降雪現象で正常動作できていたため修繕せず観測を継続、3 月 13 日に観測終了予定である。

データ解析では、2023 年度観測データを防災科学研究所雪氷防災研究センター（長岡）の PARSIVEL レーザ雨滴粒径分布計と地上気象観測値と比較検証を行っている。MSI と PARSIVEL は粒径分布の特徴は似ていることは確認できたが、降水量の真値を探ることは難しい。

PARSIVEL は粒子密度を落下速度と粒子サイズの関数で独自定義（メーカー非公開）、降水量（融水量）換算した値が格納されているが、地上気象観測の降水量（融水）と一致する事例も少ない。また、PARSIVEL は 2 台隣接観測しているが、それぞれ僅かに異なった結果を示す。期間全体を通して、PARSIVEL-1 が PARSIVEL-2 に粒径分布スロープが緩やかで（サイズが大きな粒子が多い）、降水強度では PARSIVEL-1 が強い傾向にある。MSI 観測粒子体積に先行研究の推定降雪粒子密度を与えた降水量も、地上観測、PARSIVEL-1/2 とケース毎に一致、不一致とバラバラな結果であるが、MSI は実践的な粒径分布観測能力を備えており、立体粒子形状、落下速度、粒子接写写真、粒径分布を 1 台で観測できる有益な観測機器であると期待する。今後も、データ解析を進め、改善を継続する。特に、融解粒子の自動判別機能の開発にハード・ソフトウェアの両面から取り組んでいる。投稿論文による成果報告にむけ、研究期間終了後も引き続き解析を続ける。

【成果報告 1 件】

民田晴也, 久島萌人, 本吉弘岐, 山田芳則, 2024:

気温 0°C 近傍で形成される固体降水粒子の物性観測—立体形状と落下速度—,

日本気象学会 2024 年度秋季大会, つくば国際会議場, 2024.11.14.

2. Multi-angle Snow-flake Imager (MSI) 概要

MSI は 4 台のレーザラインスキャナと 3 台の粒子接写カメラで構成される (図 1/表 1)。レーザラインスキャナ (計測幅 48mm; 水平解像度 $127 \mu\text{m} \times 384$ 素子、スライスレート 21 kHz) は水平面 45° 間隔に配置 (図 2a)、4 方向から粒子シルエット画像を取得する (図 2b)。各スキャナには 1.2 mm の設置高差を設け (最上部と最下部間で 3.6 mm のギャップ)、粒子検出時間差から落下速度およびシルエット画像の鉛直解像度を定める。検出粒子幅 2.3 mm 以上の粒子に対してカメラ撮影する (図 2c) (720×520 画素; シャッター速度 1/4000)。シルエット画像から立体形状を合成 (図 3a)、3 方向 (天頂角 60°) から撮影したカメラ画像を利用して削り取り形状再現性を向上しているが (図 3b)、再現形状は粒子外接形状であり実在降雪粒子形状からは未だ遠い。

表 1 MSI 主要諸元

レーザラインスキャナ		粒子撮影カメラ	
シート光幅	50 mm	画素数	720×540
計測幅	48 mm	シャッター速度	1/4000
水平解像度	$127 \mu\text{m}$	シャッター方式	グローバル
ピクセル数	384 素子	撮影距離	12~17 cm
スライスレート	19/21/23/26 kHz	レンズ画角 (水平/垂直)	$56.3 / 43.7^\circ$
レーザ波長	650 nm	コントローラ	
レーザパワー	< 3 mW	制御 FPGA/CPU	Xilinx Zynq-7000

2. 1 レーザラインスキャナ (シルエット計測)

波長 650 nm レーザダイオード (赤色; 定格 3 mW) をドライバにより発振電力制御、2 枚のシリンドリカルレンズを組み合わせて幅 50 mm のレーザシート光を生成する (図 1c)。シート光は直接 48 mm 計測幅の linear image sensor (水平解像度 $127 \mu\text{m} \times 384$ 素子) に直接照射、シート光を通過する粒子影画をスライスレート 21 kHz で撮像する (19/21/23/26 kHz から MSI 制御基板スイッチで選択)。取得画像はラインスキャン方式であり、鉛直解像度は粒子落下速度に依存する。ラインスキャナは一種のローリングシャッターであり、回転物体は変形して撮像される弱点がある。また、シルエット画像は粒子の奥行や窪み形状は表現できない。取得画像は FPGA 組込 CPU で処理され LAN 回線 (UDP/IP/multicast) を介して送信される。均一性能のレーザラインスキャナを 4 台製作するため、レーザダイオードおよびレンズホルダ、光学モジュールハウジングなど 3D プリンタで成形した。

2. 2 粒子接写カメラ

カメラは LAN 方式の GigE カメラを採用。レーザラインスキャナが設定幅を超える粒子を検出した場合、カメラ撮影トリガが生成する。最低粒子幅は、2023 年度は 1.8 mm、2024 年度は 2.3 mm を選択した (1.8/2.3/3/4 mm から選択)。シャッター速度は 1/4000。GigE カメラは遠隔設定操作可能であるが、撮像トリガ生成の検出粒子幅設定は MSI 制御基板スイッチで選択が必要である。

2. 3 落下速度算出

落下速度計測のため各レーザラインスキャナには 1.2 mm の設置高差を設け、各スキャナの粒子検出時間差とギャップ間隔から落下速度を算出する。全スキャナが独立動作の場合、同一粒子マッチングが難しくなるため、MSI では上方 2 台(and/or)のスキャナの粒子検出が計測トリガとなり、全スキャナから影が消えるまでを 1 つのデータフレームとして取得する。落下速度は図 2b に示すように、シルエット画像の下側の空送時間から算出する（注：実際のシルエット画像は上下反転）。シルエット画像上部側の空送時間は、データ送信中の計測デッドタイムから解放され通過粒子の途中から撮像する場合があります、落下速度推定や立体合成時には下側を基準に使う方が好ましい。落下速度は後処理で算出され、観測中にリアルタイム計測はできない。落下速度推定できない（複数スキャナでマッチングできない）粒子画像はシングルシルエット画像として有効利用する。落下速度が欠落するためシルエット画像の鉛直分解能は不明であり、粒子幅を基準にした球形近似で落下速度を定義する手法が考えられる。

2. 4 立体形状再現

落下速度算出できる粒子は複数スキャナで撮影されているが、立体合成では幅 1 mm を超えるシルエット画像のみ用いる。4 方向からシルエット画像を取得できた場合は八角形、3 方向なら六角形、2 方向なら四角形の外接多角形スライスの積み重ねで立体形状を再現する（図 3a）。シルエット画像による立体形状再現は奥行や凹部を再現できない弱点があり、MSI は斜め上方からの粒子接写 GigE カメラ画像を組み込み形状再現性の向上を図っている（図 3b）。カメラ合成では、スキャナ再現立体形状をカメラ画角に合わせた 2 次元マップをカメラ毎に生成、各カメラ画像と重ねて削り取る。カメラ合成により 40%以上の大部分が消失する場合、ミスマッチ判定としそのカメラ画像は利用しない。現時点で、40%に統計的意味はない。また、感覚的であるが、3 カメラ合成より 2 カメラ合成が良いように感じている（3 画像は削りすぎ傾向。3 画像ある場合により良い 2 画像を選択が better?）。現在は旧 MSI のカメラ合成アルゴリズムの流用であり、アルゴリズム調整は今後の課題でもある。

3. MSI 性能評価（降雪観測）

MSI は防災科学研究所(NIED) 雪氷防災研究センター（長岡）の降雪粒子観測施設(FSO)の防風フェンス内に設置、観測実験を実施した（図4）。FSO 常設観測機器は積雪対応で 2 m 以上の高所運用に対し、スポット設置の MSI は 90 cm 高のアングルラックを組みスポット設置した。観測期間は下記の通り。

2022/12/14–23/03/15	旧 MSI	SliceRate 17 kHz/2-USB camera
2023/12/20–24/03/21	新 MSI	SliceRate 21 kHz/3-GigE camera
2024/12/20–25/03/12 予定	新 MSI	SliceRate 21 kHz/3-GigE camera(+NIR-cam opt※)

※2024 年度：旧 MSI で利用した USB 近赤外カメラを粒子側方撮影カメラとして増設。

融解粒子撮像の可視・近赤外の差の調査、粒子縦横比の絶対計測補助。

MSI は 20 W フィルムヒータへの時間間欠通電で温度制御、粒子取込口積雪を融雪する。2022 年度・2023 年度は問題なく融雪できたが、2024 年度 2 月の大雪では降雪量が融雪量を大きく上回る時間帯があり、完全埋雪はしていないが粒子取込口周辺に積雪が多く残る状態となった（図 A1.2）。

本報告では、2023 年度の観測データを用い MSI 計測性能を紹介する。比較センサは NIED FSO の PARSIVEL Laser disdrometer (ver.1, 2)、および地上気象観測降水量（温水）を用いる。



図4 NIED FSO 防風フェンス内と MSI 設置風景

3. 1 粒子サイズー落下速度分布の評価

2024年3月4日のMSIとPARSIVEL-1/2の粒子サイズー落下速度出現頻度分布（1時間積算）の比較を図5に示す。縦軸・横軸はPARSIVEL分類クラスで表現（物理量は図6c, dを参照）。MSI粒子サイズは立体体積から得た等価球径である。MSIは1mm幅以上のシルエット画像を用い立体合成するため、size class 8 (1mmサイズ)以下の出現頻度は少ない。図5aはMSI観測総数として全立体粒子の頻度分布を示し、size class 10-18に高速落下粒子が散見できる。図5bはカメラ合成粒子の頻度分布を示す。粒子マッチング品質管理の高いカメラ合成粒子には高速落下粒子は現れない。MSIは粒子ミスマッチを抑圧する計測スキームを提案・採用しているが、この高速落下粒子は1つのデータフレームに複数の似た粒子シルエットが混在する場合にミスマッチが生じることがある。PARSIVELとの比較では、PARSIVELはMSIに比べ落下速度の分散が大きい（落下速度の遅い方に広がる）傾向を示す。図6aは図5中の02, 04, 06, 08 JSTの落下速度頻度分布の2次元表示を示す。MSIは全立体粒子の頻度分布を示し、PARSIVELには現れない前述の高速落下粒子が確認できる。ピーク周辺(velocity class 10; 1.1 m/s)ではMSIはPARSIVEL-1と一致を示し(PARSIVEL-2は落下速度の遅い方にシフト傾向)、PARSIVEL-1/2共に低速方向に広がった分布を確認できる。

図6bはサイズ頻度分布の2次元表示を示す。MSI立体合成は1mm幅以上の画像を利用するため、size class 10 (1.4 mm)未満で大きく減少する。更に粒子接写カメラは幅2.3mm以上の粒子通過をトリガに撮影するため、カメラ合成立体形状はsize class 12 (1.9 mm)から大きく減少している。図6bには、MSI立体合成できない単一シルエット画像の頻度分布も追記する。サイズ分布はclass 10以上の範囲でMSIとPARSIVEL-1/2は良い一致を示す。小粒子が降水量に与えるインパクトは限定的と考えるが、単一シルエット画像の利用手法開発は今後の課題である。

3. 2 日積算粒径分布と降水量の比較

2024/03/04の日積算粒径分布の比較を図7aに示す。MSIは立体形状（カメラ合成有・無）および単一シルエットに3分割した粒径分布を示す。落下速度と鉛直分解能が不明な単一シルエットの粒径分布は、粒子サイズは画像最大幅、数濃度は落下速度1m/sを仮定して算出した。この事例では、MSIカメラ合成で大きな粒子数が少ない傾向が強いが概ねPARSIVELと一致している。

図7bに降水量、気温と積雪深の時系列比較を示す。NIED FSOの地上気象観測AWS降水量（温水）を真値とする。PARSIVELは落下速度と粒子サイズからメーカー独自に粒子密度を仮定した降水量（アルゴリズム非公開）を使用。MSIはBrandes et al. 2007の降雪粒子密度の経験式(B07)、および新潟県魚沼観測のよる経験式 Takami et al. 2022 (T22)を借用し試算した（付録2参照）。この事例では、降水量はAWSとPARSIVEL1が一致、B07経験式を用いたMSIはPARSIVEL-2と一致している。T22経験式の降水量が最大で、降雪量が多くなる05 JST以降でAWSから外れ始めている。

別事例として、気温氷点下で推移した2024/01/24の事例を図8に示す。この事例ではMSIカメラ合成立体粒子が多く観測されているが（図8a）、降水量換算ではMSIはB07, T22密度仮定で共に際立って多いわけではない。降水量比較ではMSI T22とPARSIVEL-2が一致（真値のAWSより過小）、PARSIVEL-1は過大である。

このように事例毎に一致するセンサにバラツキが多く、真値も確定できない状態であるが、装置間でトレンドは類似しており、MSIのみ大きく傾向が外れることはない。PARSIVEL同士の比較でも、期間

を通して PARSIVEL-1 は PARSIVEL-2 に比べ過大評価の傾向がある。その要因として PARSIVEL-1 は PARSIVEL-2 に比べ粒子サイズが大きなレンジの数濃度が高い傾向にあることが考えられる。付録 2 に、2023 年度の観測期間全体の 1 時間降水強度比較の散布図を示す (図 A2)。

3. 3 まとめ

自由落下降雪粒子に対する MSI 降雪粒子計測アルゴリズムは PARSIVEL より高精度であると確信しているが、粒子検出数と降水強度・降水量としての物理量の代表性の検証を行っている。現時点での比較検証では、MSI の固体降水粒子検出能力は PARSIVEL と比べて遜色のない性能を有していることが確認できた。

粒子サイズー落下速度 頻度分布(1時間積算) 2024/03/04 00-11 JST

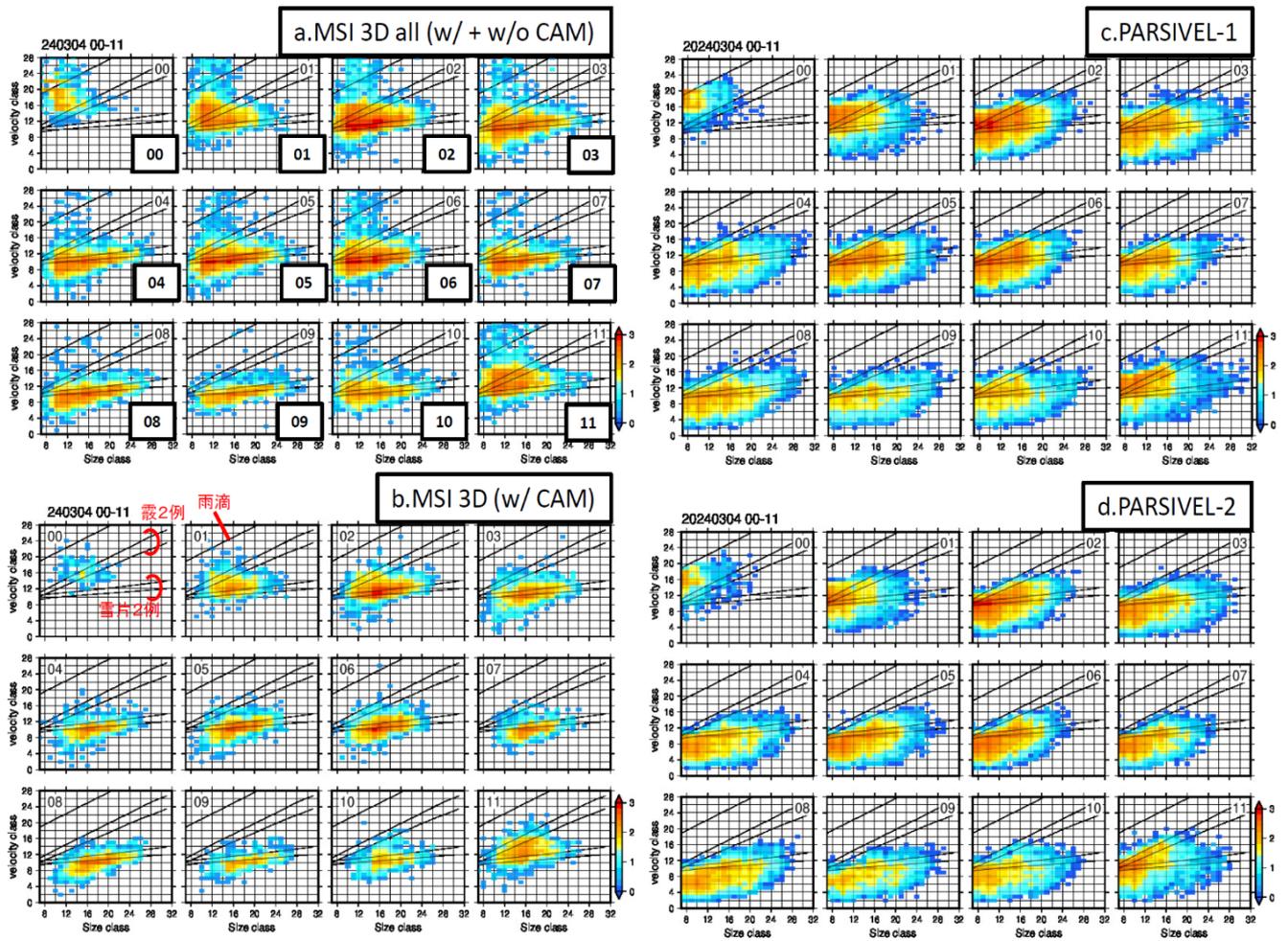


図5 2024/03/04の粒子サイズー落下速度出現分布(0時~11時:1時間積算)。(a)MSI 立体粒子総数、(b)MSI カメラ合成立体粒子数、(c, d)PARSIVEL-1,2。縦軸・横軸は PARSIVEL のクラス分類番号(物理値は図6 c,dを参照)。霰・雪の経験式は Ishizaka et al. 2013 (doi:10.2151/jmsj.2013-602)の Fig.5 参照。

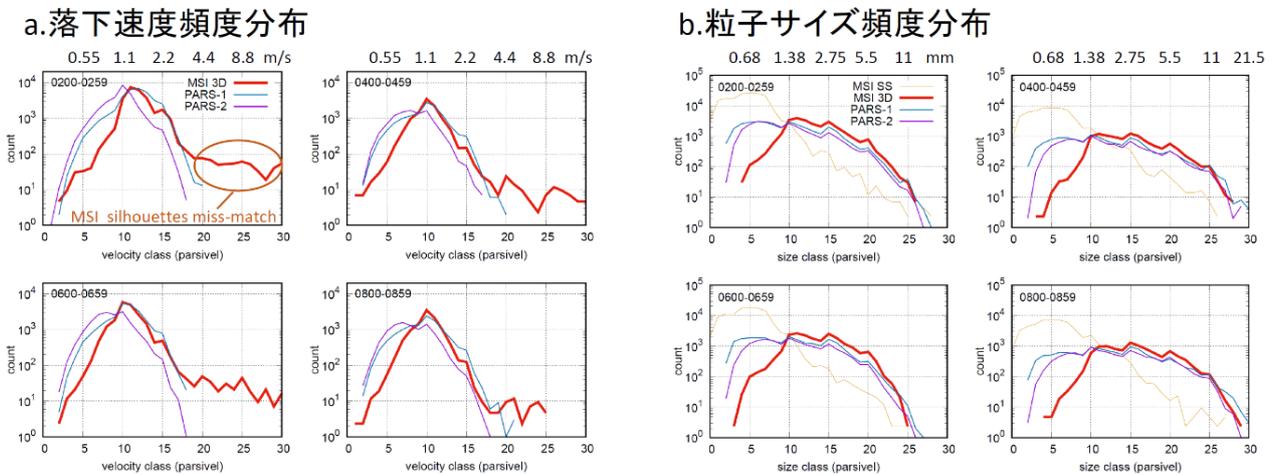


図6 (a)落下速度頻度分布(2024/03/04 01, 03, 06, 08時)。(b)サイズ頻度分布

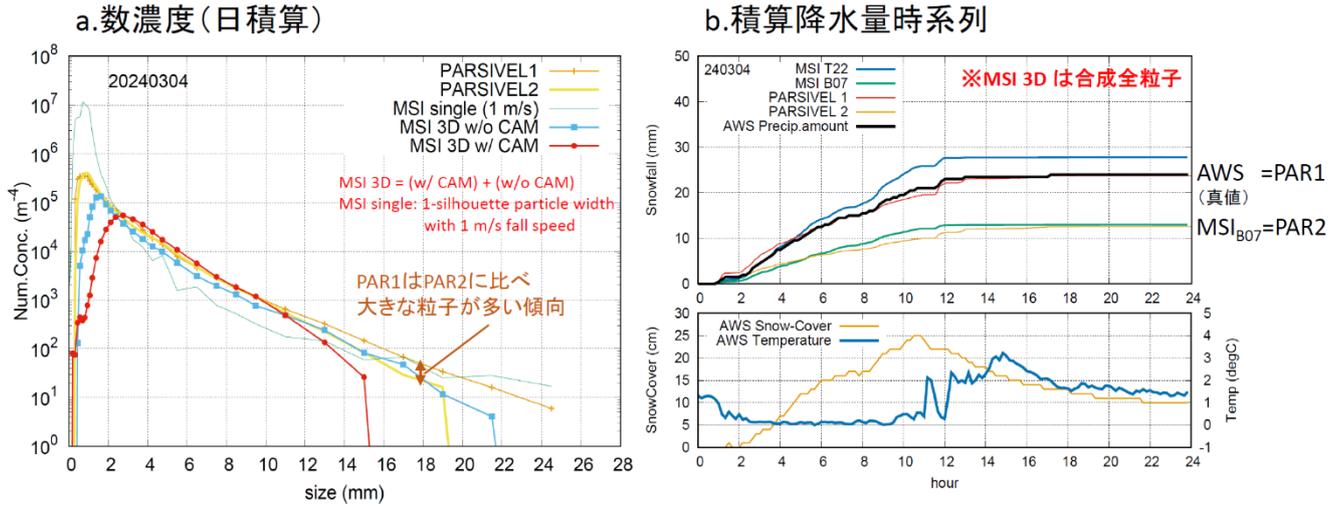


図7 (a)2024/03/04 の粒径分布比較。 (b)降水量・気温・積雪深推移

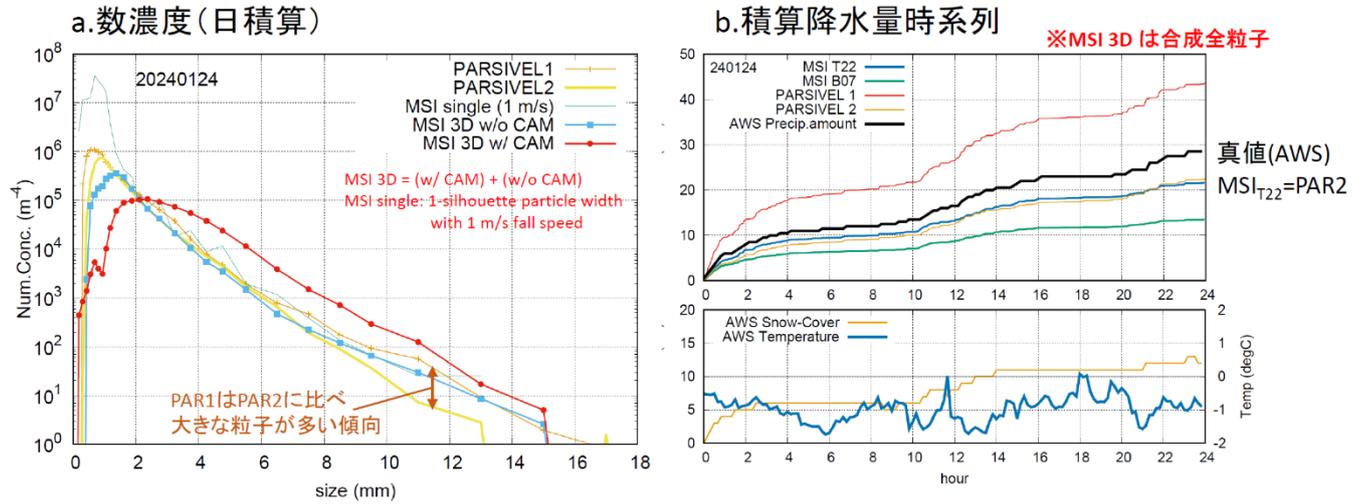


図8 (a)2024/01/24 の粒径分布比較。 (b)降水量・気温・積雪深推移

付録

A1. MSI ヒータ制御

降雪中の粒子取込開口の除雪のため、フィルムヒータをハウジング内側に貼り、タイマー通電制御で融雪を行う。通電時間は自動設定ではなく、遠隔手動操作で最適化、ヒータ不要時の節電・省電力に配慮している (図 A1.1)。MSI ハウジングはヒータ部保温性・熱伝導性を考慮しステンレスを採用、抵抗 10Ω のフィルムヒータ 6 枚を直列/並列接続して 15Ω のヒータを構成。ヒータ電源には DC 12V/1.6A (20 W) の AC アダプタを利用 (AC アダプタは短絡に備える安全装置も兼ねている)、ネットワークタイマー-AC 電源 (LAN PWR CTRL) を介して定期的な通電制御を行っている。図 A1.2 に 2025 年 2 月下旬の大雪中の融雪状況を紹介します。

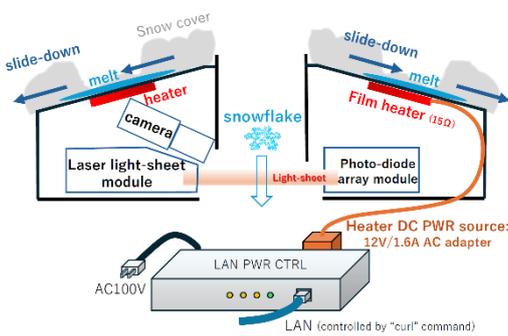


図 A1.1 MSI ヒータ制御



図 A1.2 MSI 粒子取込口の融雪 (2025/02/22~23)

A2. 時間降水強度比較 (MSI vs. PARSIVEL-1/2)

PARSIVEL は観測落下速度と粒子サイズから独自に降水粒子密度を与え算出した降水強度がデータ収録されている (アルゴリズム非公開)。MSI は降水強度換算に必要な降雪粒子密度を Brandes et al. 2007 の経験式(B07)、および新潟県魚沼観測から導出した経験式 Takami et al. 2022 (T22)を用い 1 時間平均降水強度を算出、2023 年度の観測期間全体での比較を図 A2 に示す。MSI T22 と PARSIVEL で分散は強いが正の相関関係にある。PARSIVEL-1 が PARSIVEL-2 に対し、期間通して、雨滴・雪に関わらず過大評価を示唆している (青□が赤○より反時計回り方向にシフト)。

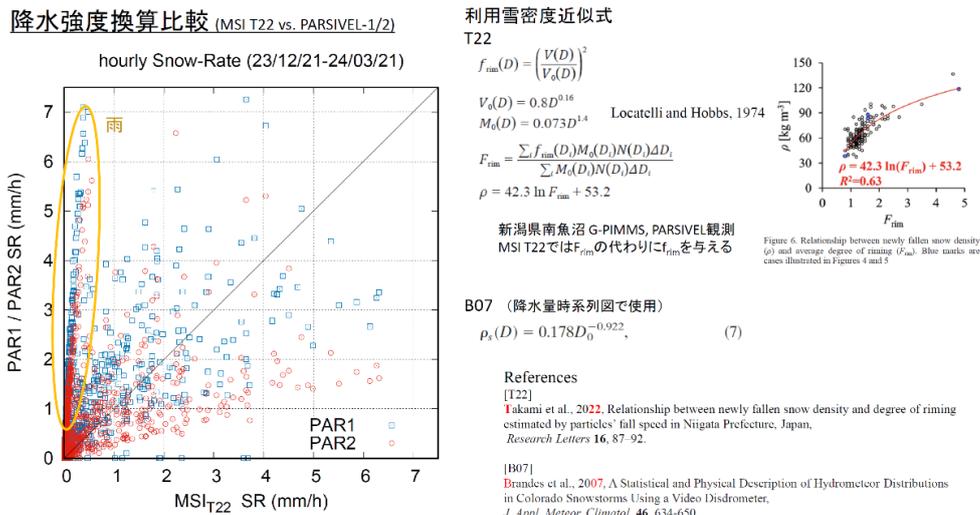


図 A2 2023 年度観測期間を通した時間降水強度比較

降水粒子の含水率の計測手法の改良について

本吉弘岐（(国研) 防災科学技術研究所雪氷防災研究センター）

1. はじめに

気温が0℃以上の気層を落下する融解中の雪片は、雪片の骨格となる氷体と融解により生じた液体水からなる。個々の雪片について、粒子全体の質量に対する液体水の質量の割合を（雪片）含水率と呼ぶ。層状性降水において現れる融解層においては、個々の降水粒子の融解度合いに応じて雪片含水率を持った融解雪片と雨滴が混在した状態となっている

個々の雪片の含水率を計測する方法としては、中村（1960）によるウォーターブルー処理した濾紙を用いた方法によるもの以外知られていない。ウォーターブルー処理をした濾紙とは、濾紙上に粉末状のウォータブルーと呼ばれる顔料を定着させたものである。この濾紙に液体水が接触すると、液体水は濾紙に浸透していく。ウォーターブルー粉末は乾燥時には白色だが、液体水に触れると青く発色する。そのため、ウォーターブルー処理した濾紙に液体水が浸透すると、液体水が到達した濾紙の範囲に青い斑点が生じる。生じた斑点の面積は浸透した液体水の質量とほぼ比例の関係があるため、青い斑点の面積を画像処理により計測することで液体水の質量を知ることができる。この手法はもともと雨滴の観測に用いられたものだが、中村（1960）は、これを雪片含水率の計測に応用した。具体的には、濾紙を0℃に保った状態で融解雪片を受け、融解雪片中の液体水を濾紙に浸透させる。浸透しきったところで濾紙上の青い斑点の写真 X を撮影する。その後、濾紙周辺の温度を上げて残った氷体の部分も全て融解させた後に青い斑点の写真 Y を撮影する。写真 X の染みの大きさから液体水の質量、写真 Y の染みの大きさから粒子全体の質量を求め、それらの比から降水粒子の（重量）含水率を求めることができる。

Sasyo et al. (1991)は、ウォータブルー処理を施したロール状の濾紙を機械的に巻き取る仕組みと、冷却・加熱ユニットで濾紙を0℃と8℃に保つ仕組みを組み合わせ、カメラによる撮影および画像処理と連動させることにより、中村（1960）の手法を自動化した装置（雪片含水率計、製造：スガ試験機株式会社）を開発した。この装置は標準で10分毎のサイクルで計測を行うことができた。Sasyo et al. (1991)はこの装置を用いた観測から同じ質量を持つ雪片の平均含水率(W)と質量(m)の間に $W = \beta m^{\alpha}$ の近似式が成り立つことを示した。Misumi et al. (2013)は、スガ試験機株式会社が保管していた雪片含水率計を稼働させ融解雪片の連続観測を実施した。彼らは、含水率が低い場合に雪片の3次元構造により融解水が十分に濾紙に浸透しないことによる過小評価を克服するため、人工雪片を用いた校正を行なった。また、彼らは雪片含水率計の観測結果をもとに、降水強度に対する液体水のフラックスの寄与（バルク含水率）を推定し、さらにバルク含水率が与えられた時に個々の雪片の含水率を推定するための経験式を提案した。本吉ら(2013)は、雨から雪へと推移した降水イベントにおいて中村（1960）の手法を用いた手作業での連続観測を行い、気象要素や鉛

直降水レーダーやディストロメータ観測との比較を行なった。本吉ら（2013）の方法は、自動計測である雪片含水率計と比べて、手作業での測定となるため長期間の連続観測には向かないが、降雪状況（雨から雪への推移）に応じて観測間隔を短くとることができるという利点があった。

本研究では、0°C近傍の雲物理過程を取り込んだ気象モデルや光学式ディストロメータ計測と比較可能な降水粒子の含水率の真値を取得することを目的として、本吉ら（2013）が行なった手作業での雪片含水率計測について改良を試みた。

2. 濾紙法による手作業で雪片含水率を計測する際の作業手順

本研究で確立した濾紙法を用いて手作業で雪片含水率を計測する場合の一連の作業手順を示す。ここで述べる作業手順は、実際に観測を行なった防災科学技術研究所雪氷防災研究センターの降雪粒子観測施設での実施したものである。降雪粒子観測施設には風除けネットで囲われた観測スペースと、室内に-8°C設定された低温室が備わっている（図1）。



図1 降雪粒子観測施設の観測スペース（左写真）、低温室（右写真）。

雪片の捕集は観測スペースで行い、濾紙の撮影は低温室で行う。観測スペースへの出口近くに、温度設定が可能なポータブル冷凍庫と0°C恒温箱を用意する。ウォーターブルー処理された濾紙は観測前に用意されており、1回の計測で1枚ずつ使用する。ここでは1枚の濾紙を用いて準備から計測が完了するまでの手順を示す。

A. 準備（低温室）

- A-1 ブランク濾紙をホルダーにセット（図2左）
- A-2 ブランク濾紙を撮影台で画像Bを撮影（図4）
- A-3 濾紙をホルダーごとプラケースに格納（図2右）
- A-4 プラケースごと0°Cに保ったポータブル冷凍庫に保管

B. 雪片の採取（屋外）

- B-1 プラケースをポータブル冷凍庫から屋外に持ち出し蓋を閉じた状態で待機

B-2 計測のタイミングでプラケースの蓋を数秒間あけ濾紙に降水粒子を捕集

B-3 補修後はプラケースの蓋を閉じそのまま 0℃恒温槽に 3 分間保管 (図 3)

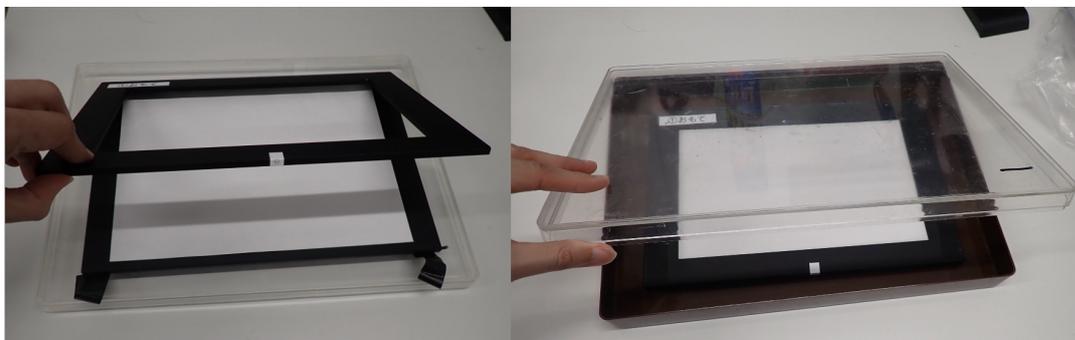


図 2 濾紙をホルダーにセットしているところ (左写真)。ホルダーをプラケースに収めているところ (右写真)。



図 3 0℃恒温箱にプラケースを収めているところ。

C. 濾紙の撮影 (低温室)

C-1 プラケースのまま低温室に持ち込む

C-2 ホルダーごと濾紙を取り出し撮影台で画像 X を撮影 (図 4)

C-3 プラケースに戻し +8℃の恒温箱で保管 (図 5)

C-4 濾紙上の全ての粒子が融解したら再び撮影台で画像 Y を撮影 (図 4)

D. 計測終了 (低温室)

D-1 濾紙をプラスチックケースから取り出し、ホルダーから外す。

以上の A-D の手順を、並行して時間をずらして実施することで、数分ごとの計測が可能である。

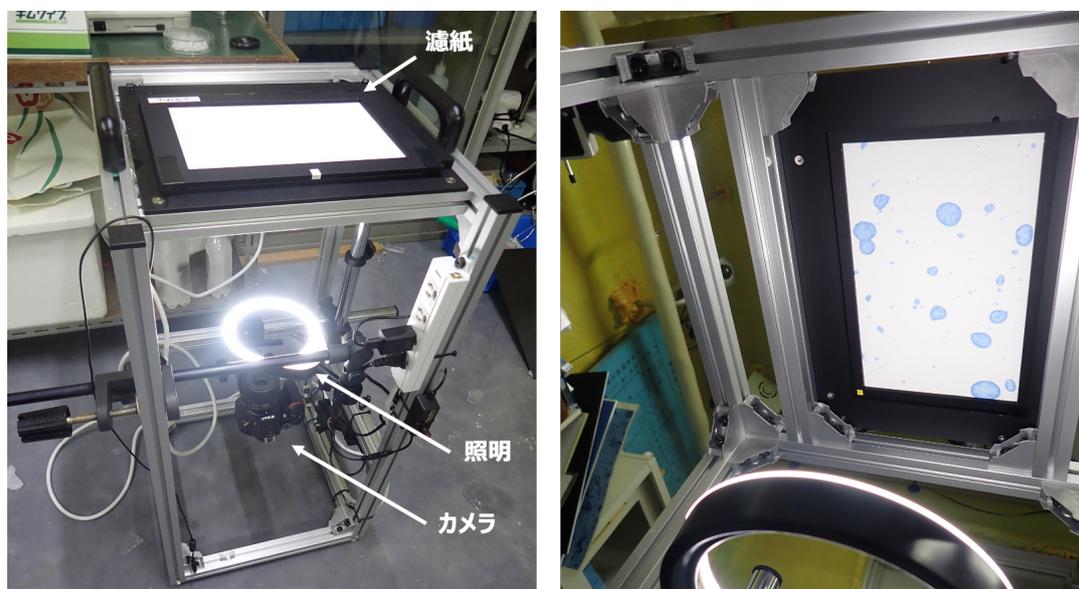


図4 濾紙撮影台（左写真）。斑点のついた濾紙の撮影台下からの様子（右写真）。



図5 温度設定可能な恒温箱（計測時は+8°Cに設定）。

3. 本研究における観測機器の改良点

1. 濾紙の写真の位置合わせ

画像 X と画像 Y の濾紙上の斑点の位置をマッチングすることで個々の粒子と液体水の寄与を組み合わせるため、画像 X と画像 Y は正確に同じ位置で撮影される必要がある。そのために、本研究では濾紙を固定するためのホルダーと撮影時にホルダーを定位置に固定するための撮影台の設計・製作を行った。具体的には撮影台に濾紙ホルダーを乗せる際に、右奥に L 字で配置された位置決めブロックに沿わせることで、B 画像、X 画像、Y 画像で容易に位置を揃えて撮影できるようになった。それにより、画像解析時の画像 X と画像 Y の位置合わせの処理がなくなった。

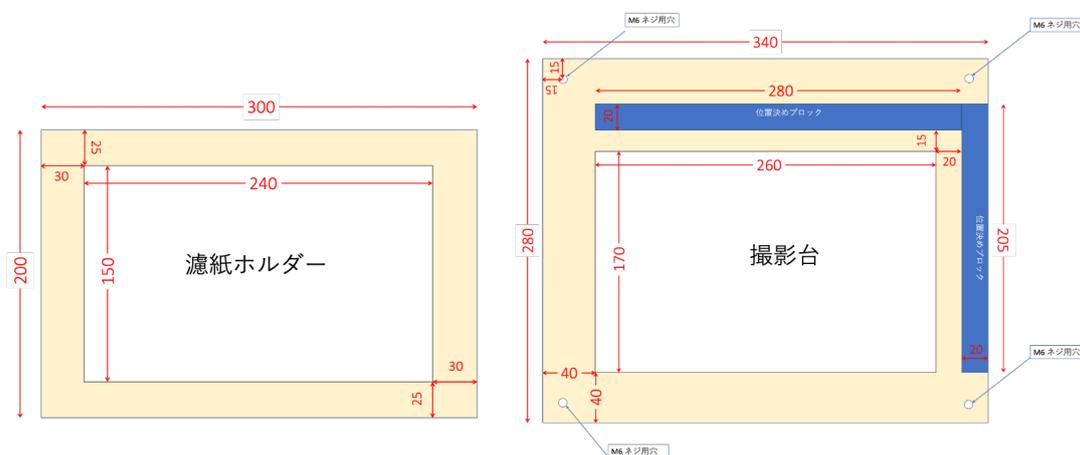


図 6 濾紙ホルダー（左図）と撮影台（右図）の寸法。材質は、剛性と重量の検討から、いずれも厚さ 5mm のアルミとした。

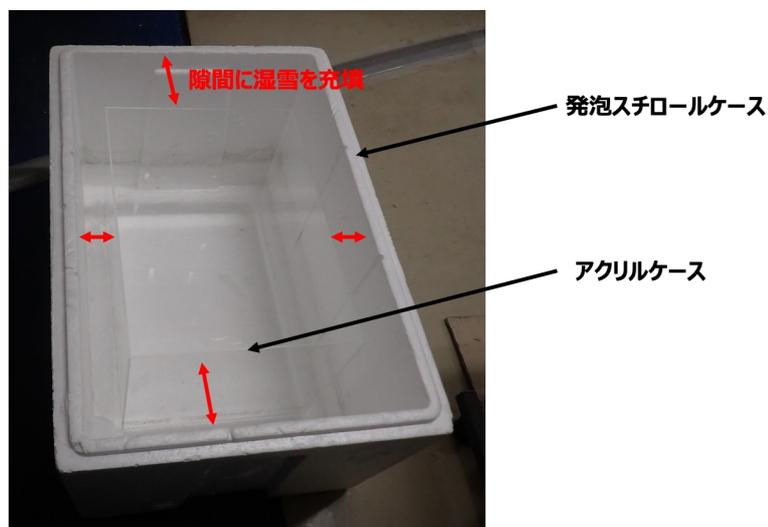


図 7 0°C恒温箱の構造。図 3 も参照のこと。

2. 0°C恒温箱

手順 B-3 において雪片を濾紙に捕集した後に、液体水を浸透させる間を 0°C に保つ必要がある。本研究開始当初は、ポータブル冷凍庫や温度調整器等を用いて 0°C を実現することを検討したが、庫内を均一に 0°C に保つことが難しかった。そのため、発想を変え、より簡易な方法であるが、発泡スチロールケースとアクリルケースを入れ子にし、その間を湿った雪 (0°C) を充填することで 0°C の恒温箱として機能させることにした。降雪観測時には周囲に積雪があることが多いので、その場で容易に 0°C 環境を用意できるというメリットがある。

3. 8°C恒温箱

手順 C-3 において、濾紙上のすべての降水粒子を融解させる際に Sasyo et al. (1991) に倣い 8°C に保つための恒温器を導入した。8°C は全粒子の融解にかかる時間の短縮と、蒸発による粒子質量の過小評価を避けるための温度設定と考えられるが、低温室内に高温器を導入することで作業性が高まった。

4. データ処理（雪片含水率の算出）の手順

本手法では、計測時に画像 B（計測前）、画像 X（液体水のみ）、画像 Y（すべて融解後）の 3 つの画像が得られる。この 3 つの画像データから雪片含水率を算出するためのデータ処理手順を示す。

E. 画像処理（図 8）

- E-1 画像 B、X、Y から赤チャンネルのみのグレースケール画像 B_R , X_R , Y_R に変換
- E-2 画像 B_R , X_R , Y_R のグレースケールを反転した画像 IB_R , IX_R , IY_R に変換
- E-3 画像の引き算 $IX_R - IB_R$, $IY_R - IB_R$ を求める。
- E-4 画像 $IX_R - IB_R$, $IY_R - IB_R$ を共通の閾値（例えば 90%）で二値画像 X_{BW} , Y_{BW} に変換

F. 画像解析（図 9）

- F-1 二値画像 X_{BW} , Y_{BW} にラベリング処理を行い斑点の面積を算出
- F-2 Y_{BW} のある斑点 S と交わる X_{BW} の斑点 {S'} は、斑点 S が表す粒子に属する液体水による斑点と考える。
- F-3 斑点 S の面積と斑点 {S'} の面積から校正曲線により質量に換算
- F-4 斑点 S と斑点 {S'} に対応する質量の比から斑点 S の雪片含水率を計算

以上のデータ処理により個々の粒子（Y 画像の個々の斑点）に対応する雪片含水率がもとまる。

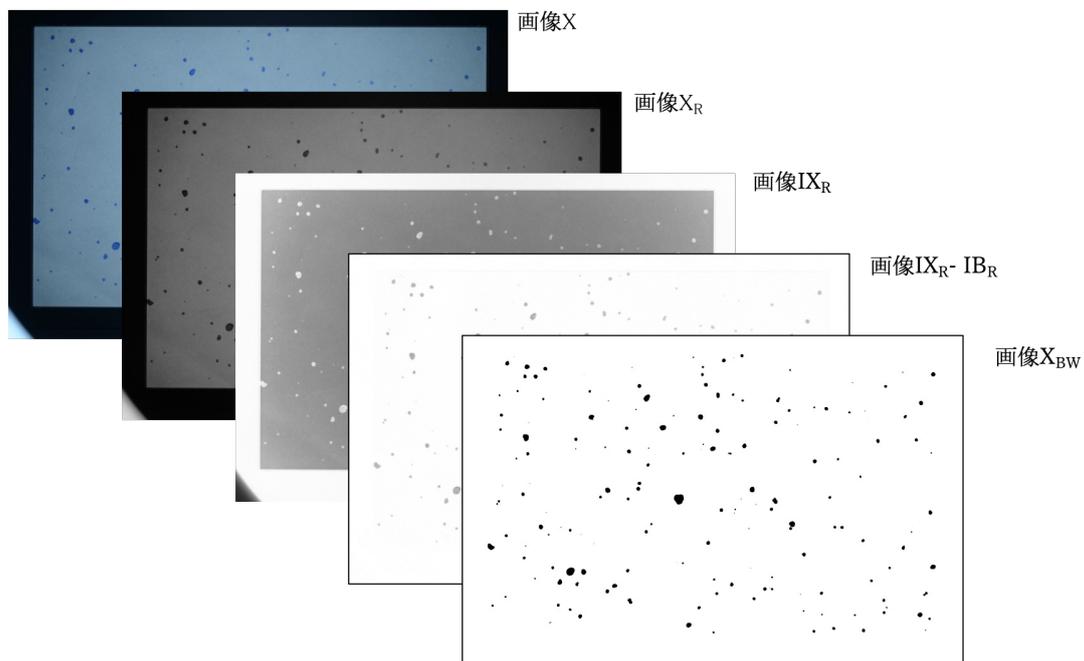


図8 手順Eの画像処理の例

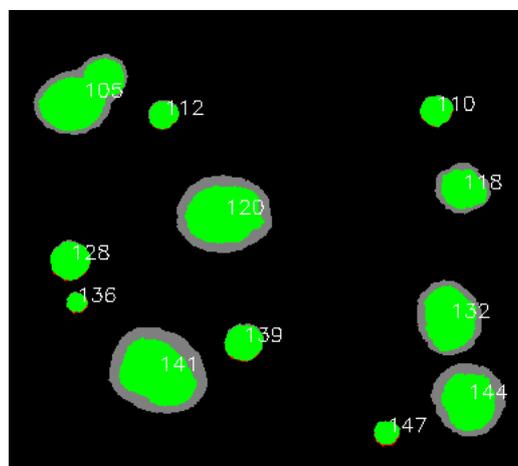


図9 手順Fの画像解析の例。緑色は液体水による斑点、外側の灰色まで含めた部分は粒子全体が融解したことによる斑点。

5. 本研究期間における観測例

本手法による雪片含水率計測を、2024年3月1日22時～23時30分ごろの1時間半に渡り実施した。この日の天気図を図に示す。観測時は、南岸低気圧が本州沿岸から東の海上へ北東進し、冬型の気圧配置に移行しつつ寒気の吹き出しが開始時期に対応している。

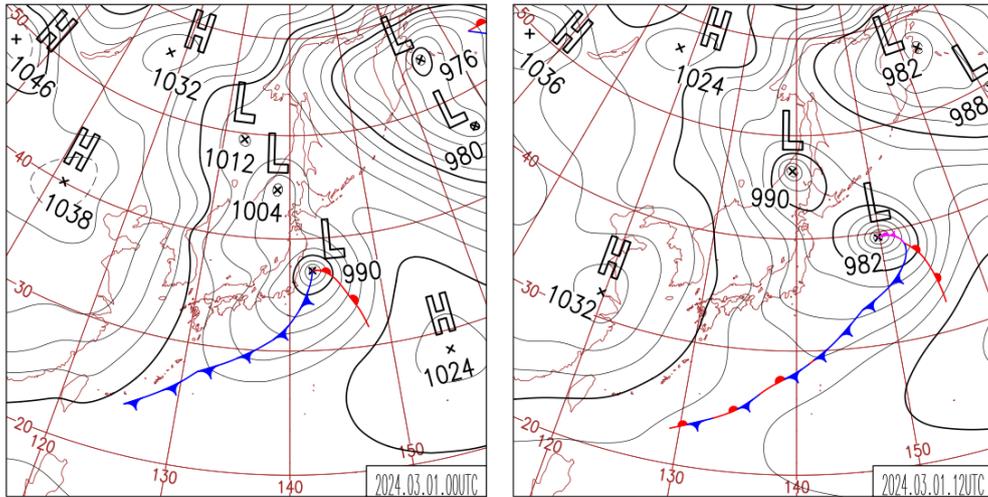


図 10 日本時間 2024 年 3 月 1 日 9 時と 21 時の実況天気図（気象庁）

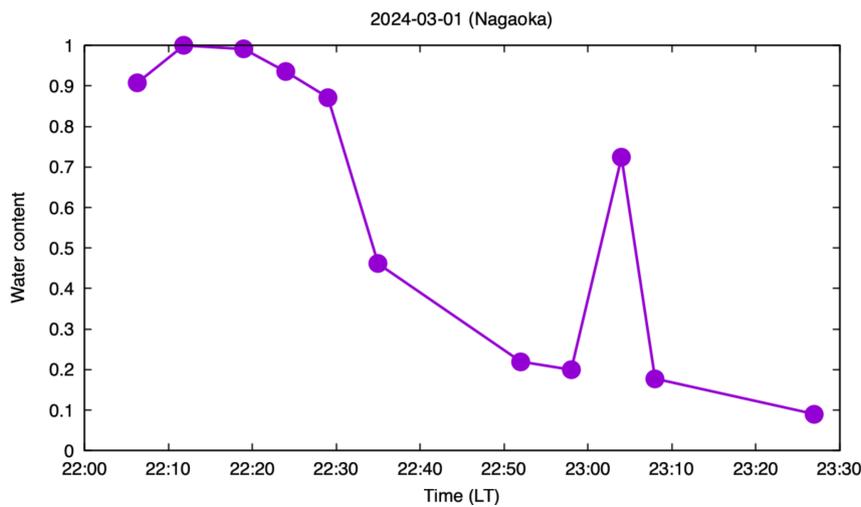


図 11 観測期間におけるバルク含水率の推移。

観測期間中に計測されたバルク含水率の推移を図 11 に示す。22 時前半では、バルク含水率が 1 に近く雨滴が主体であったものの、23 時 04 分のデータを除き、22 時 30 分ごろから 23 時 30 分ごろにかけて徐々に含水率が低下していく様子が見て取れる。各計測時刻における個々の粒子の融解直径と含水率の散布図を図 12 に示す。融解直径の小さいところで含水率が 1 となっている粒子は雨滴を示している。含水率が 1 よりも大きい値の粒子も示されているが、これは解析上の誤差によるもので、実際に含水率が 1 を超えることはない。この誤差は主に、手順 E-4 の画像の二値化における閾値の選びかたにより生じる。含水率が 1 の粒子では画像 X の斑点の大きさと画像 Y の斑点の大きさが等しくなるはずであるが、

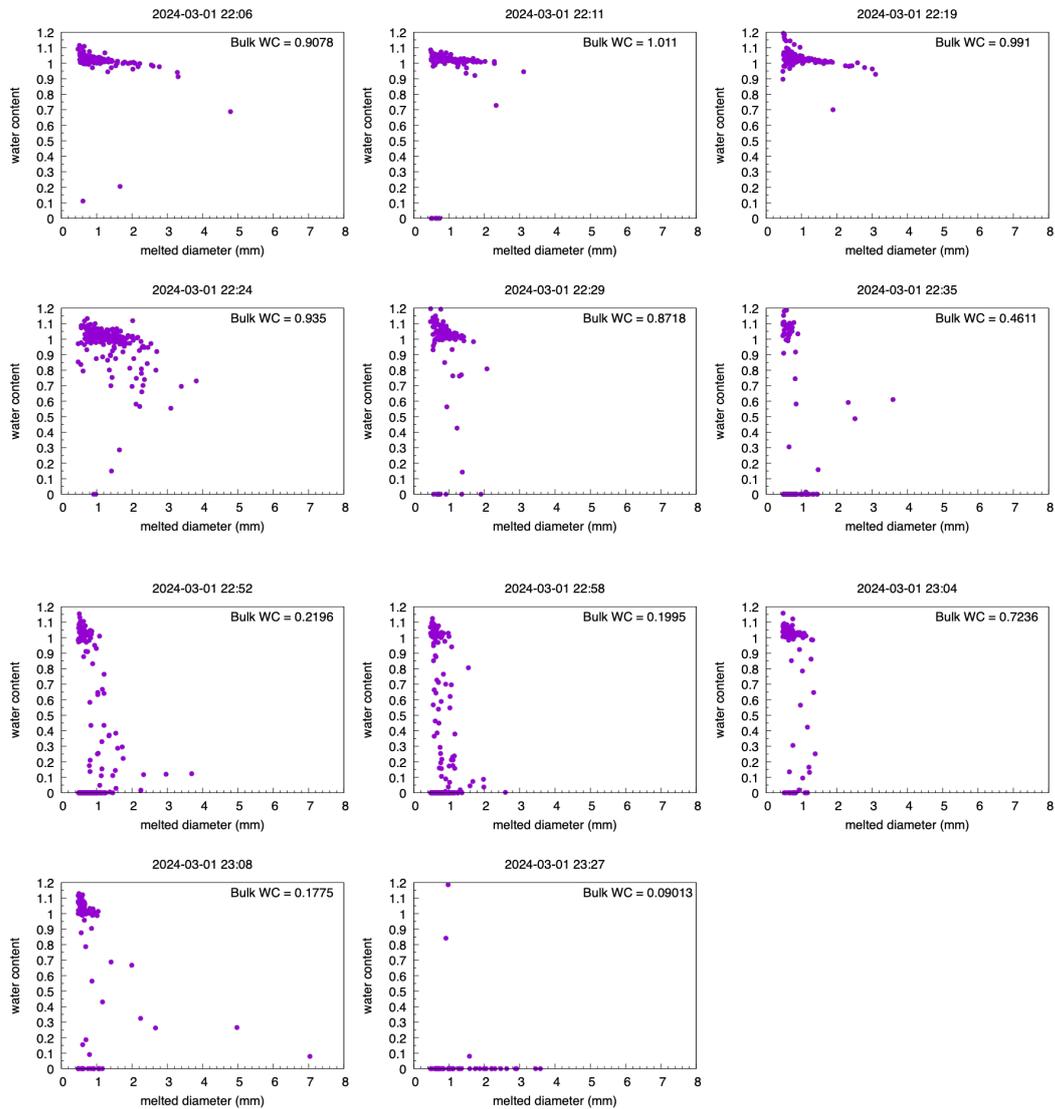


図 11 各計測時刻における個々の粒子の融解直径に対する含水率の散布図。

画像の二値化の閾値の違いあるいは元の画像の明るさの違いによってわずかに斑点の大きさが異なる場合が生じる。本観測では、画像 X と画像 Y を比較すると、画像 Y の斑点の方が乾燥により色が薄くなる傾向があり、このことが 1 以上の含水率が算出されてしまう大きな原因と考えられる。図 11 で含水率が 0.8 を切る粒子は、22 時 19 分まではほとんどみられないが、それ以降、徐々に増えていく。また、22 時 29 分以降は含水率が 0 の粒子が現れはじめ、その割合が増加していく。最終時刻の 23 時 27 分のデータでは、ほとんどが含水率 0 の粒子として解析されている。

この観測期間には、霰の粒子もみられたことに注意が必要である。22 時 35 分の計測時の濾紙を上からみた写真を図 12 に示す。霰ではたとえ含水状態にあっても、液体水が霰中央

部に保持されている場合、液体水が濾紙に触れないため濾紙法により含水率計測ができない可能性がある。濾紙法における霰の取り扱いは今後の課題である。

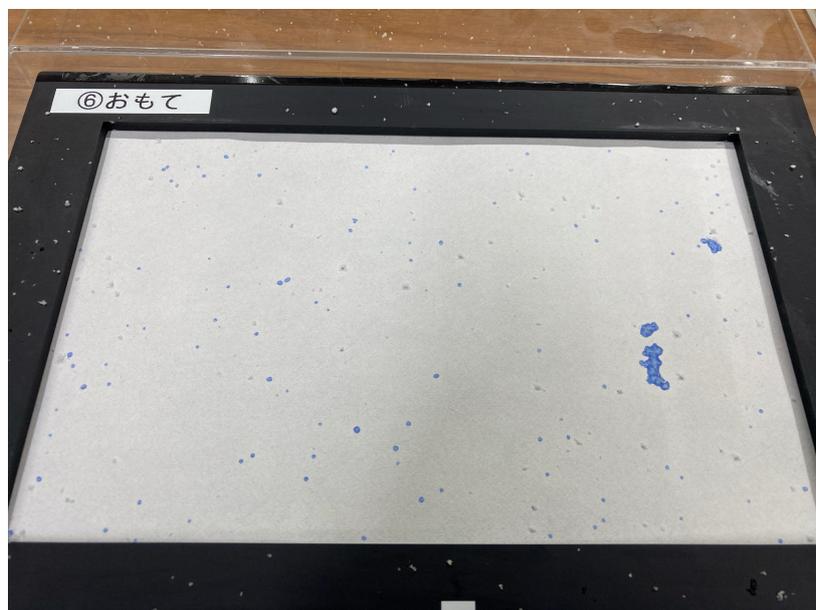


図 12 2025 年 3 月 1 日 22 時 35 分の計測時に濾紙上に見られた霰粒子。

6. まとめ

本研究で改良した方法で含水率の計測が十分に可能であることが確認できた。一方で、いくつかの課題がある。

- 上に述べた理由で霰の含水率の計測はできない場合があることから、霰を含む降水時は霰の存在が含水率計測の誤差の要因となる。
- 粒子解析における二値化の閾値の設定による誤差の問題がある。雨滴の含水率が 1 を超えないという制約を課すことで適切な閾値の設定ができないかどうかの検討は今後の課題である。
- 濾紙は、防災科研に保管されていたものを利用した（斑点の面積と質量の校正は自身で実施）。ウォーターブルー処理の仕方については今後、過去の文献を参考に試みる必要がある。
- 観測施設外で計測できるようなポータブルな観測機器構成については十分検討できなかった。一番の課題は、 0°C 以下で濾紙の撮影であり、融解雪片が生じている温暖な状況下で 0°C 以下の環境を整える方法が必要となる。

本研究で観測を行なった新潟県長岡市では、低気圧通過後に冬型に移行していく際や寒冷

前線の通過時に雨から雪に推移することがある。しかし、そのような過程においても、雪片含水率上空の温湿度プロファイルや融解層上端での雪片の粒径分布などに依存して変化する。本研究で改良した雪片含水率計測の事例を増やしていくことで、さまざまなケースでの融解過程に関する知見が得られるとともに、光学式ディストロメータを用いた含水率推定の検証にも有効であると考えられる。

参考文献

中村勉, 1960: 雪片の含水率の測定法について, 雪氷, 22, 145-146.

Sasyo, Y., T. Mori, O. Onozaki, and T. Saito, 1991: Observation of the liquid water content of melting snowflakes with a new instrument. *J. Meteor. Soc. Japan*, 69, 83–90.

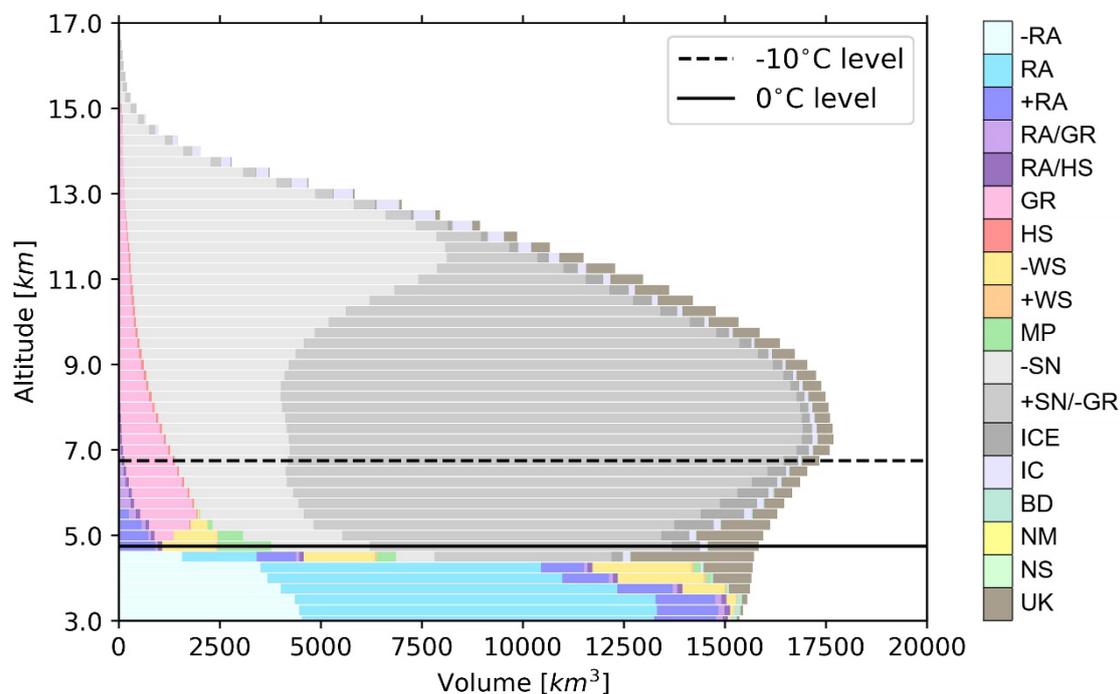
Misumi, R., H. Motoyoshi, S. Yamaguchi, S. Nakai, M. Ishizaka, and Y. Fujiyoshi, 2014: Empirical Relationships for Estimating Liquid Water Fraction of Melting Snowflakes. *J. Appl. Meteor. Climatol.*, 53, 2232–2245.

本吉弘岐, 三隅良平, 石坂雅昭, 中井専人, 藤吉康志, 2013: 地上降雪観測による融解層に伴う霰の含水状態の観測, 日本気象学会秋季大会講演予稿集.

二重偏波レーダーによる積乱雲内の粒子推定とその鉛直分布

林 修吾

二重偏波レーダーによる観測では，従来の単偏波レーダー観測の情報に加え，さまざまな偏波パラメータを取得することで観測された粒子の種別に関する情報を得ることが可能である．ここでは2018年8月27日に関東平野で発生した激しい雷活動をともなう積乱雲（スーパーセルタイプ）について，羽田空港に設置された気象庁二重偏波ドップラーレーダーデータを使用し，気象庁・気象研究所で開発された粒子判別手法を適用することで，観測された粒子種別の推定およびその鉛直分布を明らかにした．これにより， -10°C より冷たい高度では雪や雹に関連した粒子がほぼ全て占めており，逆に 0°C よりも暖かい高度では雨に関連した粒子が高い割合を占めることが示された．一方で， 0°C 付近から -10°C にかけての領域では粒子の融解にともなって多様な粒子が存在する混合相となっていることが明瞭に示された．とくに 0°C 付近では急速に融解が進むことで，乾いた霰・雪の減少とともに表面の濡れた霰や雪の割合が一時的に高まることが示された．このような粒子状態の変化は，例えば発雷に繋がる粒子の帯電しやすさにも関係するため，災害をもたらすような激しい気象現象の解明には重要な情報である．



図：2018年8月27日に発生したスーパーセルの二重偏波レーダーにより推定された粒子種別ごとの高度別体積分布