気象研究所共用海洋モデル(MRI.COM)への非静力学過程の取り込み

中野英之 (気象研究所海洋研究部)

はじめに

現在広く用いられている海洋大循環モデル (OGCM) では、静水圧近似、ブジネスク近似が用いられている。この近似は、水平解像度が 10km もあれば十分解像できる海流や中規模渦を対象とした場合には問題とならない。しかしながら、水平 100m 以下の現象、特に大きい鉛直運動を伴う現象を対象とする場合には、静水圧近似を取り外し、非静力学過程を取り込む必要がある。

非静力学の既存の z-座標モデルの OGCM への導入には、Arakawa C-grid を採用している MIT-gcm に取り込んだ Marshall et al (1997a, 1997b) の方法が標準とされている。気象研究所共用海洋モデル (MRI.COM) も z-座標モデルであり、基本的な概念としては彼らの方法を用いる。ただし、MRI.COM は、圧力の発散成分を計算するのには不利な Arakawa B-grid を採用しているため、その導入にはいくつかの工夫が必要となる。

なお、ブジネスク近似に関しては、静水圧近似とは独立に外す事もできる (Greatbatch et al. 2001)。しかしその効果は、不確定性が非常に大きい鉛直拡散係数を非常に小さく変化させた場合と同程度であるという研究もあり (Losch et al 2004)、ここではとりあえずその影響を考えない。

Marshall et al (1997a, 1997b) における、MITgcm への取り込み

非静力学モデルでは、運動方程式と体積保存の方程式の両方を同時に満たすために圧力をポアソン方程式を解いて求める必要が出てくる。いかに効率よく、その圧力を求めるかが鍵となる。Marshall et al (1997a, 1997b) の工夫の本質は、二点ある。

一つは、圧力を以下の三つに分解し、

$$p = p_s(\lambda,\phi) + p_{hy}(\lambda,\phi,z) + p_{nh}(\lambda,\phi,z)$$

既存のモデルで決まらない、p_{nh} だけをポアソン方程式で解くという点である。ここで、p_s は海面での圧力、p_{hy} は内部の成層構造によって決まる圧力。

もう一つは、p_{hy} をポアソン方程式を使って求める際に、鉛直方向の二次微分を行列式の中心におき、共役勾配法の前処理として、鉛直方向の二次微分であらわれる三重対角の部分をトーマス法で解き、収束を早めるという点である。これは普通の海洋モデルの設定では鉛直方向の二次微分の方が水平方向の二次微分よりも卓越するということを用いている。

MIR.COM における非静力学過程の導入

MITgcm では p_s,p_{hy},p_{nh} を全部陽に求めた後に、流速の更新をする。p_s は２次元のポアソン方程式を解くことで求める。一方、MRI.COM では、元の構成を最大限生かすために、p_s は time-splitting の手法を用いて解き、p_{hy} は陽には求めず、p_s と温度塩分場から静力学近似の流速を求めた後に、非静力学の寄与を修正項として足し込むという方法を用いる。

Arakawa B-grid ではポアソン方程式を求める際の行列が特別な場合を除いて対称にならず、行列が正定値で対称である事が条件である共役勾配法を用いる事はできない。共役勾配法の非対称行列バージョンである双共役勾配法が使えばよいが、効率及び収束性に劣る。

開発を進めていくうちに、いくつかの計算結果から、一回の双共役勾配法よりも双共役残差法の方が、収束性能が幾分ましであることがわかった (図１)。極端な場合では、双共役勾配法では収束の挙動が不安定になる事があった。現在の MRI.COM のポアソンソルバーはこの「前処理付き双共役残差法」を用いる。

計算コスト

Marshall et al. (1997b) によると MITgcm ではポアソン方程式を解く際の 1 回 3D-inversion の反復計算に prognostic integration の約 6%かかる。(つまり、17 回反復計算を行うと全体の 50%を越える）今回, MRI.COM に導入したものでも、1 回の反復に残りの 7-8 %の計算負荷がかかる。収束は、非静力学過程が重要になるほど、領域が大きくなるほど遅くなる。

標準対流実験

非静力学過程のテストのため、Jones and Marshall (1993) と同様の実験を行った。設定は、Δ x=200m, Δ y=200m, Δ t=0.4 分, Δ z=50m。格子の数は 150 × 152 × 40。渦拡散及び渦粘性係数はそれぞれ、5×10^4 m^2/s、2×10^3m^2/s、f 面。南北には壁を置き、東西は周期境界。初期成層なしの状態から、円の領域をだけを 800W/m^2 冷やすと、いくつものプリュームからなる対流が再現された (図２)。

非静力学過程を導入せずとも、十分解像度が高く、対流調節を使わなければ、擬似的なプリューム構造だけは再現できるが、その場合のプリュームの大きさは小さい (図３)。両者の違いは、主に鉛直流の移流による entrainment の効果だが鉛直流の粘性の効果も非常に大きい。

ちなみに、北太平洋を対象とした、水平解像度 $1/4^\circ \times 1/6^\circ$ の高解像度モデルに非静力学過程を導入した場合には、スケールアナリシスから予想される通り、導入前と後で両者の差には顕著な差が現れない。

結論及び、今後の課題

非静力学過程を MRI.COM に導入した。普段の海洋

モデルで行う実験のターゲット (数キロ程度) では、その影響は小さいが、対流現象を陽に評価するような場合には移流及び粘性の双方の影響でプリューム構造に大きな差が現れた。現在の所、ポアソンソルバーの計算負荷が重いという問題点があり、その改良が必要である。

参考文献

Greatbatch, R., Y. Lu, and Y. Cai, 2001: Relaxing the Boussinesq approximation in ocean circulatin models, J. Atmos. Oceanic Technol., 18, 1911–1923.

Jones, H. and J. Marshall, 1993: Convection with rotation in a neutral ocean: A study of open-ocean deep convection, J. Phys. Oceanogr., 23, 1009–1039.

Losch, M., A. Adcroft, and Campin, J.-M., 2004: How sensitive are coarse general circulation models to fundamental approximations in the equations of motion?, J. Phys. Oceanogr., 2004, 34, 306–319.

Marshall, J., C. Hill, L. Perelman, and A. Adcroft, 1997a: Hydrostatic, quasi-hydrostatic, and nonhydrostatic ocean modeling, J. Geophys. Res., 102, C3, 5733–5752.

Marshall, J., A. Adcroft, C. Hill, L. Perelman, and C. Heisey, 1997b: A finite-volume, incompressible Navier Stokes model for studies of the ocean on parallel computers, J. Geophys. Res., 1997b, 102, C3, 5753–5766.

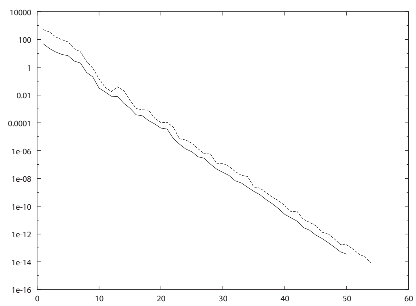

図 1: 共役勾配法 (点線) 及び、共役残差法 (実線) を用いた場合の誤差。

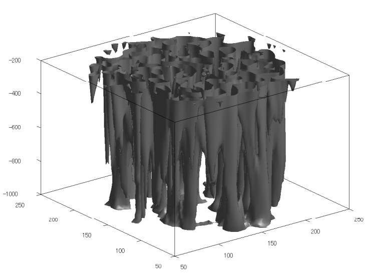

図 2: 標準対流実験における等温面。

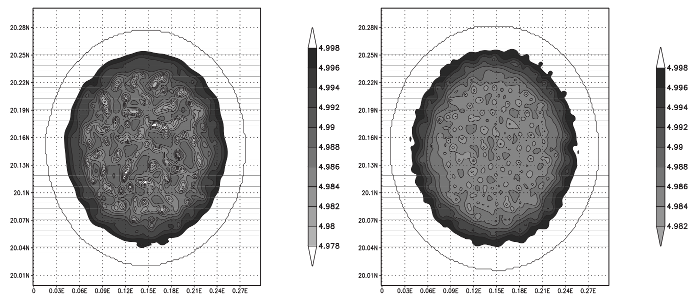

図 3: 1000m における水温。左：非静力学過程を組み込んだモデル。右：非静力学過程を組み込んでいないモデル。

補足: 共役勾配法と共役残差法

A が正定値かつ、対称の場合は

$$Ax = b \rightarrow x_t(\text{真の値}) = A^{-1}b$$

の問題は、以下の評価関数の最小値を求める問題に帰着される。

$$J(x) = \frac{1}{2}x^T Ax - x^T b$$

共役勾配法は最小値を求める最も効果的な方法の一つである。共役勾配法では、最大降下の方向をもとに、探査の方向が

$$p_j^T Ap_i = 0 (i \neq j)$$

を満たすようにする。この場合、勾配 p が A に関して共役。共役残差法では評価関数を、

$$(Ap_j)^T A(p_i) = 0 \quad (i \neq j)$$

になるような勾配 p を用いて解を探索する。この時、

$$r_j^T Ar_i = 0 \quad (i \neq j) \qquad (r_{j-1} = b - Ax_{j-1})$$

つまり、残差 r が A に関して共役。

共役勾配 (残差) 法は対称行列にしか用いることができない。非対称の場合、$A^T Ax = A^T b$ として、$A' = A^T A, b' = A^T b$ とすれば共役勾配 (残差) 法をそのまま使うことができるが、この方法では一般に効率が悪い。加えて前処理の選択に困難が生じる。

非対称行列の場合には、一般に以下の双共役勾配法や双共役残差法が使われる。双共役勾配法では補助的な式

$$A^T \tilde{x} = b$$

を考え、以下の双直交性 $\tilde{p}_j^T Ap_i = 0$ を満たす勾配 p_j を用いて計算を進める。

双共役残差法では双共役勾配法と同様に

$$(A^T \tilde{p}_j)^T (Ap_i) = 0$$

を $\tilde{r}_j^T Ar_i = 0$ 　を用いて計算を進める。