1.4　メカニズムタイプ変化の統計的検出

本項の論文は，日本地震学会からの転載許可を受けて掲載している。
（青木重樹・岡田正実, 2010:三角ダイヤグラムを用いたメカニズムタイプの変化の統計的検出, *地震2*, **63**, 101-105）

地　震　　第 2 輯
第 63 巻 (2010) 101–105 頁

寄　書

三角ダイヤグラムを用いたメカニズムタイプの変化の統計的検出

気象研究所地震火山研究部*
青木重樹・岡田正実

Statistical Detection of Change in the Distributions of Focal Mechanism Type on Triangle Diagram

Shigeki Aoki and Masami Okada
Seismology and Volcanology Research Department, Meteorological Research Institute, 1–1 Nagamine, Tsukuba, Ibaraki 305–0052, Japan

(Received February 18, 2010; Accepted June 16, 2010)

§1.　はじめに

メカニズム解は各主軸の傾斜角の組み合わせによって決まる正断層型や逆断層型，横ずれ断層型などのメカニズムタイプによって分類することが可能である．二つの地震群でテクトニクス的な背景の相違や応力場の変化の有無などを考察する場合，これらメカニズムタイプが同一であるかどうかは一つの重要な情報となる．例えば，2006 年 11 月から 2007 年にかけて発生した二つの $M8$ クラスの地震を含む千島列島東方の地震活動は，千島海溝の海溝軸を挟むように 2 群に分かれて発生したが，それらは異なるメカニズムタイプをもち，海溝軸北西側の地震群は主として低角逆断層型，海溝軸南東側は正断層型で構成されていた．気象庁地震火山部 (2008) は，この発生場所によるメカニズムタイプの明確な相違や震源過程解析の結果から，海溝軸南東側の地震群は，2006 年 11 月 15 日に発生した低角逆断層のプレート境界型の地震 (M_W 8.3) によって太平洋プレート内部の引張力が卓越し，正断層型地震が誘発されたものと推定した．

しかし，2 群のメカニズムタイプの差異がこの例ほど明確でない場合には，客観的にその相違の有無を示す手法が必要となる．Frohlich (2001) は，三角ダイヤグラム上に投影した二つのメカニズムタイプの頻度分布について，χ^2 分布を用いた同一性検定を提案し，その手法を斜め沈み込み帯と通常の沈み込み帯で発生する地震群に適用して，2 群のメカニズムタイプが有意に異なることを示した．しかし，この手法は，解析者が設定する三角ダイヤグラムの小正三角形への分割数が結果に影響を与えるため，作為的な結論を導いてしまう恐れがある．また，この手法の指標が χ^2 分布で近似できるためには，各小三角形の期待度数は 5 程度より大きくなる必要がある［例えば，薩摩 (1989)］が，ある地域のメカニズムタイプは特定の小三角形に偏る傾向があるため，この条件を満たせない場合も多い．

そこで，本小論では，メカニズムタイプの分布を適切に表現できる小三角形に客観的に分割した三角ダイヤグラムの頻度分布を用いて，2 種の地震群のメカニズムタイプの差異を多項分布モデルに基づく赤池情報量基準 (AIC)［Akaike (1974)］により客観的に検出する手法を提案する．なお，メカニズム解の差異は，メカニズムタイプのみでなく，主軸の方位角にも現れる可能性がある．本小論ではメカニズムタイプの分布の差異について取り扱うが，§4 において方位角方向への応用についても述べる．

§2.　三角ダイヤグラム

地震群のメカニズムタイプの分布を図示する手法の一つとして Frohlich (1992, 2001) により提案された三角ダイヤグラムの概要を述べる．ダブルカップルのメカニズム解の T, P, N 軸の傾斜角をそれぞれ δ_T, δ_P, δ_N とすると，これらは

$$\sin^2\delta_T+\sin^2\delta_P+\sin^2\delta_N=1 \qquad (1)$$

を満たす．$x=\sin\delta_T, y=\sin\delta_P, z=\sin\delta_N$ とおくと，傾斜角は 0 から 90 度の範囲をとるため，$0\leq x, y, z\leq 1$ となり，(1) 式は 8 分割された単位球の表面を表す方程式となる．各メカニズムタイプは 1/8 球面上の 1 点に対応し，それを $x=y=z=1/\sqrt{3}$ となる点が原点となるように心射図法［例えば，小川 (1980)］で投影すると，この点は Fig. 1 のような正三角形内の 1 点に投影される．正三角形の各頂点は純粋な横ずれ断層型，正断層型，逆断層型に対応する．このことから，このメカニズムタイプの分布の表示法は三角ダイヤグラムと呼ばれている．

Frohlich (2001) は，メカニズムタイプの分布を定量的に評価するため，この三角ダイヤグラムを H 段からなる H^2 個の同じ大きさの小正三角形に分割し，その小三角形内の解の個数をカウントし，頻度分布を作成した．Fig. 1 は $H=5$ の場合の例である．特定のメカニズムタイプが集中して発生し，三角ダイヤグラム上で密集してプロットされるような場合でも，この頻度分布により分布の特徴を定量的に評価できる．なお，心射図法が

* 〒305–0052 つくば市長峰 1–1

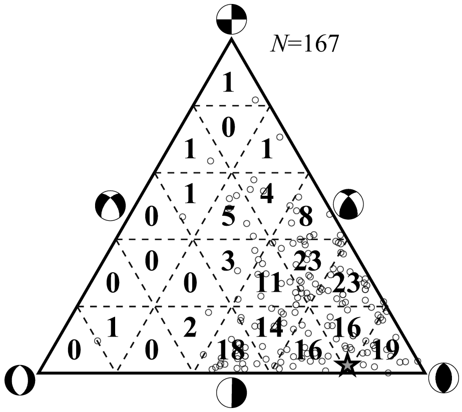

Fig. 1. Triangle diagram and frequency distribution of the main shock and aftershocks of the Mid Niigata prefecture Earthquake in 2004. Data are 167 fault plane solutions estimated from P-wave initial motions. The number of sub-triangle steps (H) is 5. Star denotes the main shock mechanism.

等積投影ではないため，小三角形が囲う領域の 1/8 球面上での面積は，三角ダイヤグラム上の位置により異なる．三角ダイヤグラム上の頻度分布は，小三角形に対応する 1/8 球面上の面積の相違を考慮することにより，1/8 球面上の分布として扱うことができる．心射図法では大円は直線に投影されるため，小三角形は 1/8 球面上では球面三角形となり，その球面上での面積は森口・他 (1957) の公式により計算できる．

§ 3. メカニズムタイプの差異の検出手法

本章では，二つの地震群があり，それぞれの総数が $N_{\mathrm{ALL}}\ (g)$ 個 $(g=1,\ 2)$ の場合について，メカニズムタイプの差異を検出する手法を考える．また，三角ダイヤグラムでメカニズムタイプの分布の差異を議論する際には，その小三角形への分割方法が結果に影響を与えるため，適切な分割を客観的に探索する手法についても検討する．

まず，T 個の同じ大きさの正三角形（以後，要素三角形と呼ぶ）で三角ダイヤグラムを分割する．これら要素三角形は，三角ダイヤグラム上のメカニズムタイプの分布密度などを議論する際の最小単位として用いるものであり，T は比較するすべてのモデルで一定とする．三角ダイヤグラムの頻度分布表示に用いる小三角形は，この要素三角形を複数まとめたものであり，要素三角形は基本構成要素である．後述するように，本小論では適切な小三角形への分割を探索するために，さまざまな分割数の頻度分布を作成し，適合度を比較する．H 段からなる H^2 個の小三角形に分割した三角ダイヤグラムの頻度分布を考える場合，一つの小三角形は，$R=(T/H^2)$ 個の要素三角形により構成されることとなる．以下では，i 番目の小三角形には，T 個のうちの $\{(i-1)R+1\}\sim iR$ 番目までの要素三角形が含まれるものとする．

g 群のメカニズム解のうち，j 番目の要素三角形内に入る個数を $n(g, j)$，その確率を $p(j|g)$ とすると，この 2 枚の三角ダイヤグラムの要素三角形に関する頻度分布が得られる同時確率は，多項分布の積として，

$$P(n(g,j)\,|\,p(j|g))=\prod_{g=1}^{2}\left\{\frac{N_{\mathrm{ALL}}\ (g)!}{\prod_{j=1}^{T} n(g,j)!}\ \prod_{j=1}^{T} p(j|g)^{n(g,j)}\right\} \quad (2)$$

と表現できる．ただし，

$$N_{\mathrm{ALL}}(g)=\sum_{j=1}^{T} n(g,j)\,, \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{T} p(j|g)=1 \quad (4)$$

を満たす．このとき，(2) 式は $p(j|g)$ をパラメタとみなす尤度関数を表していると考えることもできる．

次に，三角ダイヤグラムの適切な小三角形への分割について考える．ここでの適切な分割とは，メカニズムタイプの確率密度分布を元の 1/8 球面上で表したときに，全体的な分布パターンが表現できるとともに，各小三角形内での密度がほぼ一定となるものである．要素三角形を考慮すると，このことは 1/8 球面上の面積確率密度が異なる要素三角形は異なる小三角形に属し，同等な場合は同一の小三角形に属するように小三角形を設定することを意味する．つまり，g 群のメカニズム解に関する要素三角形 j の球面上面積確率密度 $\theta(j|g)$ は，それが属する小三角形 i の中の位置 k によらず一定で，

$$\theta((i-1)R+k\,|g)=\phi(i|g) \quad (5)$$

というモデルとなり，この条件の下で最適な分割段数 H を探索すればよい．ただし，$\phi(i|g)$ は小三角形 i の球面上面積確率密度とし，$k=1, \cdots, R$ である．また，このとき，要素三角形の確率は，

$$p((i-1)R+k\,|g)=s((i-1)R+k)\phi(i|g) \quad (6)$$

となる．ただし，$s(j)$ は要素三角形 j が囲う領域の 1/8 球面上での面積を示し，

$$S(i)=\sum_{k=1}^{R} s((i-1)R+k) \quad (7)$$

を満たす．$S(i)$ は小三角形 i が囲う領域の 1/8 球面上での面積を示す．

2 群のメカニズムタイプの差違の有無を示すためには，上記の適切な分割を考慮したうえで，

「モデル 1：小三角形 i の球面上面積確率密度は 2 群間で共通で，$\phi(i|g)=\Psi(i)$ とみなせる．」，

「モデル 2: 小三角形 i の球面上面積確率密度は 2 群間で異なり，$\phi(i|g)=\Psi(i|g)$ とみなせる.」

という 2 種のモデルを設定して比較を行えばよい. これらのモデルの下で (6) 式は,

モデル 1: $p((i-1)R+k|g)=s((i-1)R+k)\Psi(i)$,　(8)

モデル 2: $p((i-1)R+k|g)=s((i-1)R+k)\Psi(i|g)$　(9)

と表される. また，小三角形の分割数が H^2 個であるので，(4) 式を考慮すると，モデル 1 の自由パラメタ数は H^2-1，モデル 2 は $2(H^2-1)$ となる. この (8), (9) 式を尤度関数である (2) 式に当てはめ，モデルごとの AIC を導出すると,

$$\mathrm{AIC}_1(H)=-2\sum_{i=1}^{H^2}\left\{\sum_{g=1}^{2}N(g,i)\right\}\ln\left\{\frac{\sum_{g=1}^{2}N(g,i)}{\left(\sum_{g=1}^{2}N_{\mathrm{ALL}}(g)\right)S(i)}\right\}+2(H^2-1), \tag{10}$$

$$\mathrm{AIC}_2(H)=-2\sum_{g=1}^{2}\sum_{i=1}^{H^2}N(g,i)\ln\frac{N(g,i)}{N_{\mathrm{ALL}}(g)S(i)}+4(H^2-1) \tag{11}$$

となる. ただし，$\mathrm{AIC}_1(H)$ と $\mathrm{AIC}_2(H)$ は，分割段数が H の場合のモデル 1 および 2 の AIC を表す. また，$N(g,i)$ は g 群の小三角形 i 内に入る解の個数を表し,

$$N(g,i)=\sum_{k=1}^{R}n(g,(i-1)R+k) \tag{12}$$

を満たす. なお，モデル間の共通項は比較に寄与しないため省略している. 2 群のメカニズムタイプの相違の有無を示すためには，比較するすべての分割数に関して両モデルの AIC を計算すればよい. その中で AIC が最小となるものがモデル 2 に属し，それがモデル 1 のどの値よりも有意に小さいならば，モデル 1 が棄却され，2 群は異なるものとみなす. その他の場合はモデル 1 が棄却されず，同一とみなせばよい. なお，(10), (11) 式は，要素三角形に陽には依存しておらず，小三角形に関するメカニズムタイプの頻度分布，小三角形の 1/8 球面上での面積および分割数が与えられれば計算可能である.

比較する分割段数 H に関して，メカニズム解の決定精度を考慮すると，その上限 H_{MAX} は 10 程度で十分と考えられる. 例えば，青木 (2007) は，気象庁の地震火山月報カタログ編の初動解を調べ，その 8 割程度は各軸が 10°以上の任意性をもっていることを示した. Frohlich and Davis (1999) は，Harvard CMT（現 Global CMT）カタログを調べ，決定精度がよいとみなされるものでも各主軸は 5–10°程度の不確定さがあると述べている.

また，AIC の制約として，自由パラメタ数は多くとも (データ数)/2 以内としなければいけない［坂元・他 (1983)］. 結論として，前述の精度による制約である 10 と，この条件による

$$H^2-1\leq\min\left\{\frac{N_{\mathrm{ALL}}(g)}{2},g=1,2\right\} \tag{13}$$

を満たす最大の H との小さいほうを H_{MAX} として採用すればよいこととなる.

§ 4.　数値実験とまとめ

本章では，今まで述べた手法をデータに適用し，その妥当性を検証する. M 個のメカニズム解（第 1 群）と，それらをある回転軸で δ 度回転させたデータ群（第 2 群）を比較し，どの程度の変化が検出可能であるか調査する. 第 1 群としては，Fig. 1 に示した気象庁の地震火山月報カタログ編に掲載されている平成 16 年（2004 年）新潟県中越地震の本震と余震の初動解 167 個のうちの先頭から M 個を用いた. Fig. 1 から，これらのメカニズムタイプはある程度の散らばりはあるものの，ほとんどは本震と同様の逆断層型を示していることがわかる. また，第 2 群は，本震の N 軸（方位角: N31°E，傾斜角: 2°）を回転軸として作成することとした. なお，本実験では，2 群のデータ数は同一であるが，手法自体は (10), (11) 式からも明らかなように異なるデータ数の場合にも適用可能である.

結果の一例として，$M=167$ で $\delta=20°$ の場合について述べる. Fig. 2 は，$\delta=20°$ で生成した第 2 群についての $H=5$ の場合の三角ダイヤグラムの頻度分布を表している. この回転により，例えば本震は図示したベクトルに従い三角ダイヤグラム上を移動する. このとき $H_{\mathrm{MAX}}=9$ であり，その上限内の段数ごとに (10), (11) 式により AIC を計算した結果を Table 1 に示す. AIC の最小

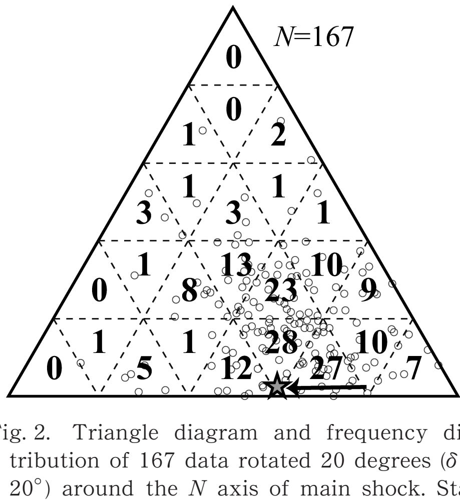

Fig. 2.　Triangle diagram and frequency distribution of 167 data rotated 20 degrees ($\delta=20°$) around the N axis of main shock. Star denotes the rotated main shock mechanism.

Table 1. The AIC values in the case of M=167 and δ=20°. The boldfaced characters indicate the numbers of sub-triangle steps (H) which minimize AIC in each model.

H	Model 1	Model 2
1	0.0	0.0
2	-281.4	-288.0
3	-323.8	-337.4
4	-320.5	-329.3
5	**-346.0**	**-370.9**
6	-311.6	-312.3
7	-330.4	-306.5
8	-308.6	-283.1
9	-307.1	-251.9

Table 2. Results of the numerical experiment: ΔAIC and the numbers of sub-triangle steps (H) which minimize AIC in both models. The shaded cells indicate that the minimum AIC of model 2 is significantly less than that of model 1, and we consider two distributions of the focal mechanism type are different.

M		Rotation angle (δ)						
		5	10	15	20	25	30	35
16	ΔAIC	-5.8	-5.8	-4.2	-1.4	2.2	4.2	16.2
	Model 1	2	2	2	2	2	2	2
	Model 2	2	2	2	2	2	2	2
32	ΔAIC	-15.0	-14.2	-5.1	-2.6	5.2	7.5	14.1
	Model 1	3	3	3	3	2	3	3
	Model 2	3	3	2	3	3	3	3
64	ΔAIC	-15.3	-14.5	-0.3	1.3	2.2	15.2	20.2
	Model 1	3	3	5	3	5	3	5
	Model 2	3	3	3	3	3	3	3
128	ΔAIC	-19.9	-11.5	-1.7	14.4	16.0	23.8	39.6
	Model 1	5	3	5	5	5	5	5
	Model 2	3	3	3	5	5	5	3
167	ΔAIC	-28.9	-16.4	-0.7	24.9	28.8	36.3	64.5
	Model 1	7	6	5	5	5	9	5
	Model 2	3	3	5	5	5	5	3

値は，モデル 1, 2 ともに H＝5 の場合で，それぞれ－346.0, －370.9 となった．AIC 最小モデル同士の比較では，モデル 2 のほうが 2 以上小さいため有意に最適なモデル［坂元・他 (1983)］となり，この場合 2 群は異なるメカニズムタイプをもつとみなすことができる．また，Table 1 において $H \geq 6$ の場合の同一分割数同士のモデルを比較すると，モデル 2 が有意に最適なモデルとなるものがないことがわかる．このことは本手法が客観的に最適な分割を選択することの重要性を示している．

Table 2 は，いろいろな M と δ の下で行った第 1 群と第 2 群の比較実験の結果を示しており，モデル 1 の最小 AIC 値からモデル 2 の最小 AIC 値を引いた値 (ΔAIC) と，両モデルの AIC 最小となる分割段数をまとめたものである．なお，δ は 5～35 度まで 5 度刻みで変更し，M は 16, 32, 64, 128, 167 個の場合とした．ΔAIC が 2 より大きいと 2 群は異なるタイプをもつこととなり，この場合 M が 16, 32, 64 のときは 25 度以上，M が 128, 167 のときは 20 度以上でメカニズムタイプの変化を捕捉できたことを示している．つまり，この結果はある一定以上のメカニズムタイプの変化がある場合に，この手法がその差異の検出に有効であることを示している．また，データ数が多くなるにつれ，より大きな分割数のモデルを選択するようになり，そのためより小さな変化が検出可能となることも示している．

本実験は，ほぼ水平面内の軸を回転軸として第 2 群のデータを生成している．回転軸を鉛直軸とした場合は，各主軸の傾斜角は回転の前後で変わらないため，三角ダイヤグラム上で同一点となり，その変化が区別されない．本手法は，正断層型や逆断層型，横ずれ断層型などのメカニズムタイプに変化が現れる，つまり各主軸の傾斜角に変化が現れるような分布の変化を検出する手法であることは認識しておく必要がある．また，各主軸の方位角の変化に着目するような場合，例えば横ずれ断層の P, T 軸の方位角の変化の有無を考察する場合などは，比較元と比較先のデータを共通の水平面内の軸の回りで 90 度回転させたうえで，その両者を本手法により比較するなどの応用が可能である．

本小論において，我々は三角ダイヤグラムを用いた，2 群のメカニズムタイプの差異を AIC により客観的に検出する手法を開発し，その妥当性を数値実験により確認することができた．AIC は (10) および (11) 式で求められるが，これらは三角ダイヤグラム上の小三角形内の頻度分布と 1/8 球面上での面積のみで表される非常に簡便な式であり，各モデルのうち AIC 最小となるものが (11) 式から計算されるものとなり，それが (10) 式で計算されるどの値よりも有意に小さいならば，2 群は異なるメカニズムタイプをもつとみなすことができる．

謝　　辞

二人の匿名査読者および担当編集委員の今西和俊氏からのご意見は，本稿の改善に大変役立ちました．また，初動解は，国土地理院，北海道大学，弘前大学，東北大学，東京大学，名古屋大学，京都大学，高知大学，九州大学，鹿児島大学，独立行政法人防災科学技術研究所，独立行政法人産業技術総合研究所，独立行政法人海洋研究開発機構，青森県，東京都，静岡県，神奈川県温泉地学研究所および横浜市からデータの提供を受け，気象庁が文部科学省と協力して処理した結果です．関係各位に記して感謝いたします．

文　献

Akaike, H., 1974, A new look at the statistical model identification, IEEE Trans. Automat. Control, **AC-19**, 716–723.

青木重樹，2007, P 波初動極性を用いた発震機構解の動きうる範囲の評価について，日本地球惑星科学連合2007 年大会予稿集，S151–P010.

Frohlich, C., 1992, Triangle diagrams: ternary graphs to display similarity and diversity of earthquake focal mechanisms, Phys. Earth Planet. Inter., **75**, 193–198.

Frohlich, C., 2001, Display and quantitative assessment of distributions of earthquake focal mechanisms, Geophys. J. Int., **144**, 300–308.

Frohlich, C. and S. D. Davis, 1999, How well constrained are well-constrained *T*, *B*, and *P* axes in moment tensor catalogs?, J. Geophys. Res., **104**, 4901–4910.

気象庁地震火山部，2008，2006 年 11 月 15 日及び 2007 年 1 月 13 日の千島列島東方の地震，験震時報，**71**，103–135.

森口繁一・宇田川銈久・一松　信，1957，岩波 数学公式 II，岩波書店，340 pp.

小川　泉，1980，地図編集および製図，三訂版，山海堂，341 pp.

坂元慶行・石黒真木夫・北川源四郎，1983，情報量統計学，共立出版，236 pp.

薩摩順吉，1989, 確率・統計，岩波書店，222 pp.