

1.2 地表面変位による圧力源形状の識別の可能性について

1.2.1 はじめに

地下の圧力源の形状を推定することは、活動的火山のマグマ蓄積過程を解明する上で重要である。また、圧力源の形状の違いによる地表面変位を把握しておくことは、火山体における地殻変動観測の効率的な観測網構築において必要である。なぜなら、地殻変動観測点のほぼすべては地表面上あるいは地下でもきわめて浅部に設置されているという現実的な制約があり、その条件の中で、圧力源が球状なのかダイク状なのか、あるいはシル状なのかを把握することができれば、その後の火山活動の推移を予測できる可能性があるかもしれないからである。

以上をふまえ、GNSS 等で観測された地表面変位の解析によって圧力源の形状はどの程度識別できるかを、球状圧力源をベンチマークとし、一定の条件（圧力源形状の種類、圧力源の深さ）のもと有限要素法でシミュレーション計算して、定量的な検討を行った。

1.2.2 検討手法

火山体の圧力源モデルとして一般に用いられるシル～球～ダイクを想定し、球体を上下及び水平方向に扁平させた 11 種類の 2 軸回転楕円体の圧力源による水平地表面における変位量分布を、様々な形状の圧力計算が可能な有限要素法を用いて計算し検討した。参照として、簡単な解析解が与えられている球状圧力源を比較のためのベンチマークとして採用した。

なお、回転楕円体の解析解については、Davis *et al.* (1974) や山科 (1986) などにより表されているが、地表面に対して軸対象の回転楕円体であり、本節の検討では地表面に対して軸対象とならない回転楕円体も扱うことから、回転楕円体による地表面変位の計算は有限要素法で行った。

1.2.2.1 圧力源

Fig 1.2.1 に本節で用いる圧力源楕円体の形状を示す。11 体の楕円形はいずれも回転楕円体の X-Z 断面を示し、側方から見た図である。Type 6 の形状が球体を示し、それより左側は Z 方向（上下方向）に圧縮された回転楕円体で Type 1 が最も扁平されている。Type 6 より右側は X 方向（水平方向）に圧縮された回転楕円体であり、Type 11 が最も扁平されている。Type 6 に近いほど球状、Type 1 に近いほどシル的な形状、Type 11 に近いほどダイク的な形状である。各形状の下に回転楕円体の軸径比（X 径 R_x : Z 径 R_z ）を示す。なお、Y 径 R_y はすべて 1 である。

1.2.2.2 検討手法

火山の圧力源モデル推定で最も一般的に適用される球殻圧力源（茂木モデル）を仮定した場合の地表面変位分布を参照し、以下のとおり、圧力源の形状識別の可能性を検討する。

1. 各種形状の圧力源による地表面変位分布量を、有限要素法により計算する。
2. 1. で計算した地表面変位（3次元ベクトル）について、茂木モデル（Mogi, 1958）を適用し、その解析解のグリッドサーチにより圧力源パラメータの最適値を再推定する。
3. Type 1～11 の各回転楕円体圧力源を有限要素法によって計算された地表面変位に対し、どの程度の観測誤差を重畳させると、茂木ソースによる変位分布と全く識別できなくなるか、識別のための限界の誤差を確かめる。

1.2.2.3 計算条件と手順

- ① 有限要素計算：回転楕円体の大きさは Y 径 $R_y = 1,000$ m とし、その中心は地表面下 2,500m とする。Fig 1.2.1

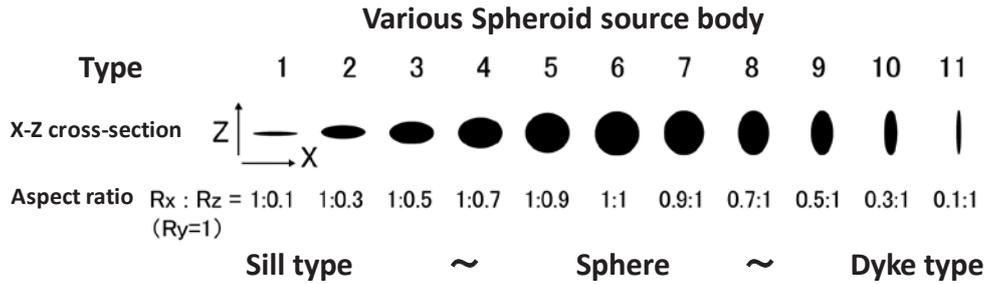


Fig. 1.2.1 Cross-sections of spheroidal source bodies used in this study.

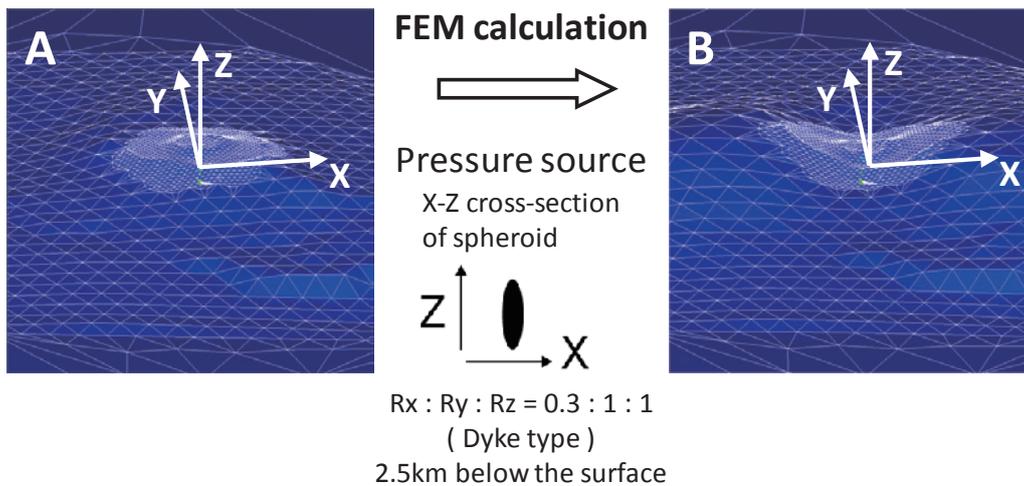


Fig. 1.2.2 Example of surface deformation simulated by FEM

の Type 1 ~ 11 の各楕円体において、内部から楕円体表面に一樣な圧力を与え、楕円体の体積増加量が $1.00 \times 10^6 \text{ m}^3$ になった時の、地表面変位量分布を計算する。Fig 1.2.2 に、圧力源の楕円体形状が、Type 11 ($R_x:R_y:R_z=0.1:1:1$) のダイク型の場合の計算結果を示す（ここでは形状変化の様子がわかりやすいように、伊豆大島の地形を入れ、変位量を 3000 倍に強調して描画している）。

② 解析解によるグリッドサーチ：①で計算された各楕円体の地表面変位ベクトル分布に対し、球殻圧力源の茂木モデル (Mogi, 1958) を適用して、中心座標 (X, Y, Z) と体積変化量 (ΔV) の探索分解能 $X=Y=Z=10\text{m}$, $\Delta V=780\text{m}^3$ として解析解のグリッドサーチを行い、球殻としての圧力源の最適値（地表面変位の 3 成分ベクトルの残差自乗和が最小となるよう）を推定する。解析には、火山地殻変動用解析ソフトウェア MaGCAP-V（福井他, 2011）を使用した。

なお、圧力源直上から半径 8km 以内の一辺 2km の正三角形をなす 61 格子点について計算した。

1.2.2.4 計算結果の例

1.2.2.3 の手順によって進められた計算結果の一例を Fig 1.2.3 に示す。 $R_x : R_y : R_z = 1000\text{m} : 1000\text{m} : 300\text{m}$ のシル型の回転楕円体の圧力源 (Type2 に相当) により、体積増加量 (ΔV) が $1.000 \times 10^6 \text{ m}^3$ になった時の地表面変位分布が Fig 1.2.3A である。一方、これを観測値として、球殻圧力源である茂木モデルを適用して推定された圧力源は、深さ 1.76km, $\Delta V = 0.698 \times 10^6 \text{ m}^3$ となった (Fig 1.2.3B)。つまり、シル型圧力源を球殻圧力源と仮定して圧力源パラメータを推定すると、この場合では、実際の深さより 0.74km (約 30%) 浅く、また体積増加量で $0.302 \times 10^6 \text{ m}^3$ (約 30%) 小さく見積もることになる。

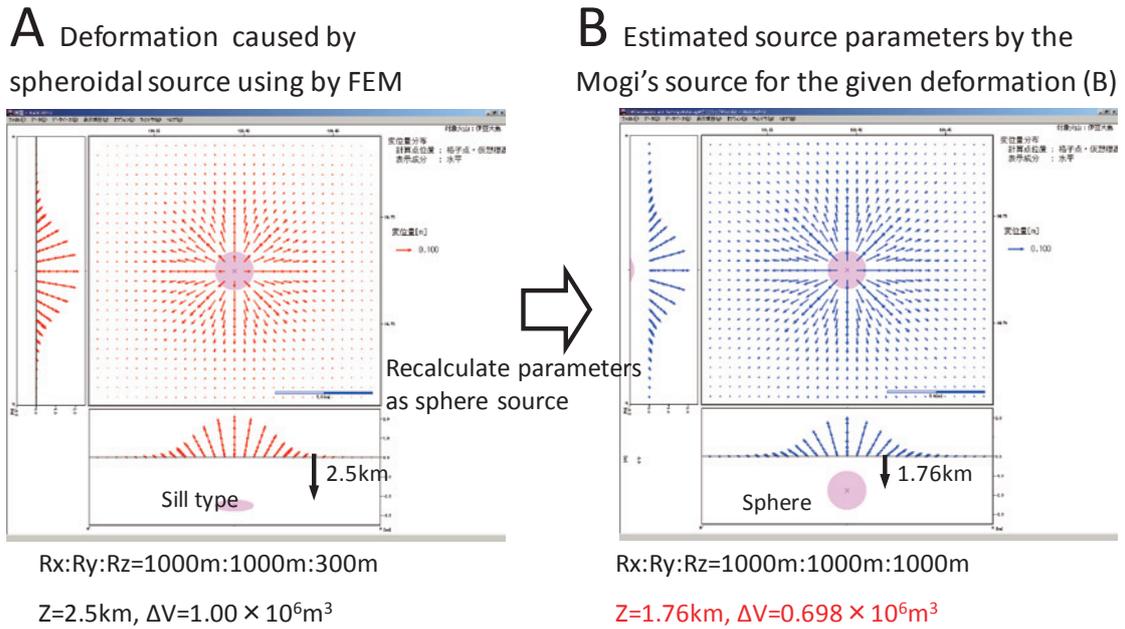


Fig. 1.2.3 Example of parameter estimation for a pressure source. (a) Surface deformation caused by a sill-type pressure source calculated by FEM. (b) Parameters of a spherical source derived from surface deformation in (a) by Mogi's model using the grid search method.

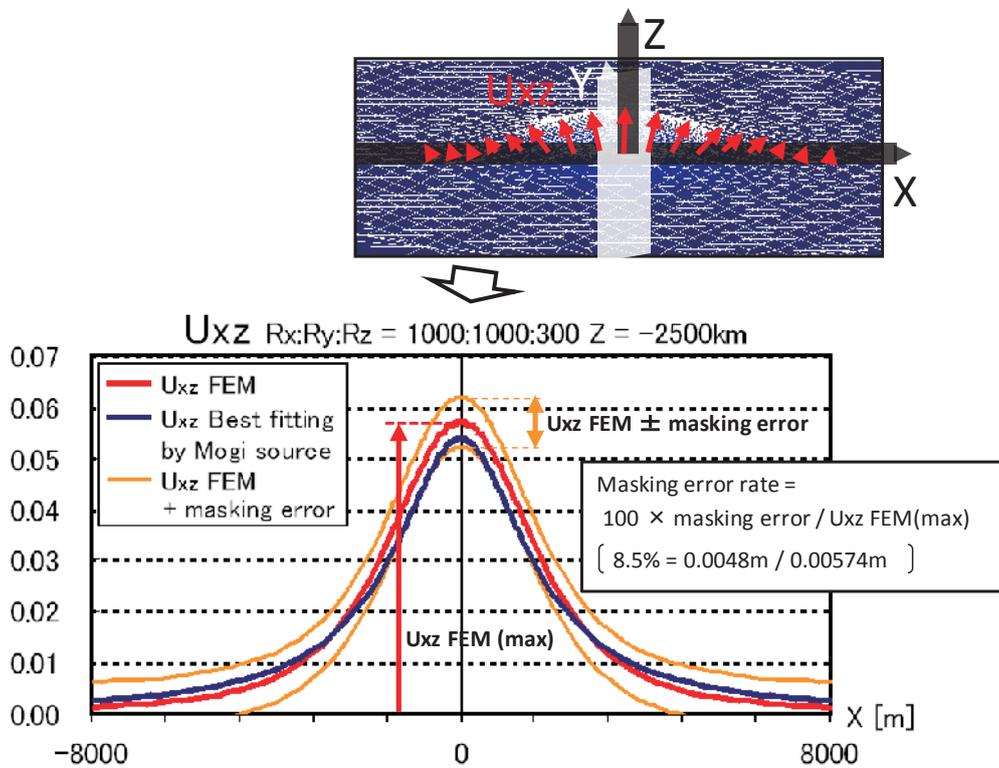


Fig. 1.2.4 U_{xz} curves calculated for a spheroidal source by FEM (red line), estimated for a spherical source by Mogi's model (blue line) and masking error (orange lines).

1.2.2.5 識別のための限界誤差率

シル型の 1 計算例である 1.2.2.4 の計算結果 (Fig 1.2.3) のうち, $Y=0$ の地表面の座標 X に対する Z 成分の変位量 (U_{xz}) 曲線を Fig 1.2.4 に示す。赤い線が与えた回転楕円体から有限要素法で計算された地表面変位曲線であり, 青い線がその変位分布をもとに茂木ソースを適用し最適として推定された圧力源から計算された地表面変位曲線である。いま仮に, シル型回転楕円体の地表面変位にすべての点で $\pm 0.0048\text{m}$ の観測誤差を与えると, その場合の変位曲線は細い橙色の線となる。茂木ソースによる変位曲線 (青い線) は, この 2 本の細い橙色の線に完全に挟まれていることがわかる。つまり, 深さ 2.5km にある $R_x : R_y : R_z = 1000\text{m} : 1000\text{m} : 300\text{m}$ (Type2) のシル型楕円体による変位曲線なのか, 深さ 1.76km にある球殻圧力源による変位曲線なのか, ここで与えられた観測誤差によって覆い隠されて完全に識別できなくなる。このようにして与えられた観測誤差 (Masking error) を, U_{xz} の最大変位量 (この場合 $X=0$) に対する百分率で表すことにし, この量をここでは識別のための「限界誤差率」 (Masking error rate) とよび, 今後の検討で活用することにする。この例の場合の限界誤差率は, $(100 \times \text{観測誤差} / U_{xz} \text{ FEM (max)}) = 100 \times 0.0048\text{m} / 0.0574\text{m} = 8.5$ となる。

1.2.3 解析結果

1.2.2.4 と 1.2.2.5 では計算結果の一例として Type2 の計算結果と限界誤差率を示した。本項では, Type1~11 のすべての解析結果から, 限界誤差率との関係を概観する。1.2.2 で示した手法及び手順により解析した結果を以下に報告する。

1.2.3.1 球状圧力源として見積もられた圧力源パラメータの, 回転楕円体圧力源形状による違い

1.2.2.4 では計算結果の一例として, Type2 の回転楕円体圧力源形状による変位量分布から, 茂木ソースを適用した圧力源推定の結果を示した。与えた回転楕円体圧力源は深さ 2500m で半径 1000m の球を扁平させたもの (1.2.1) である。Fig 1.2.5A に, Type1~11 のすべて圧力源推定結果である深さと体積変化量を示した。なお, 水平座標のふたつのパラメータはいずれも変化なかったので図示していない。シル型で地表面では軸対象に, ダイク型では $X=0$ 及び $Y=0$ で面对称になるので, 残差自乗和の最小は平面の中央となるのが容易に推定される。

Type1~5 のシル型では大きく扁平されるほど (Type1 に近づくほど) 推定される深さは浅めとなり, Type1 では深さ 1500m 近くになる。Type7~11 のダイク型では大きく扁平されるほど (Type11 に近づくほど) 推定される深さは深めとなり, Type11 では深さ 4500m 近くになる。一方, 体積変化量について見ると, Type1~5 のシル型でも Type7~11 のダイク型でも, 大きく扁平されるほど推定される体積変化量は大きめとなる。

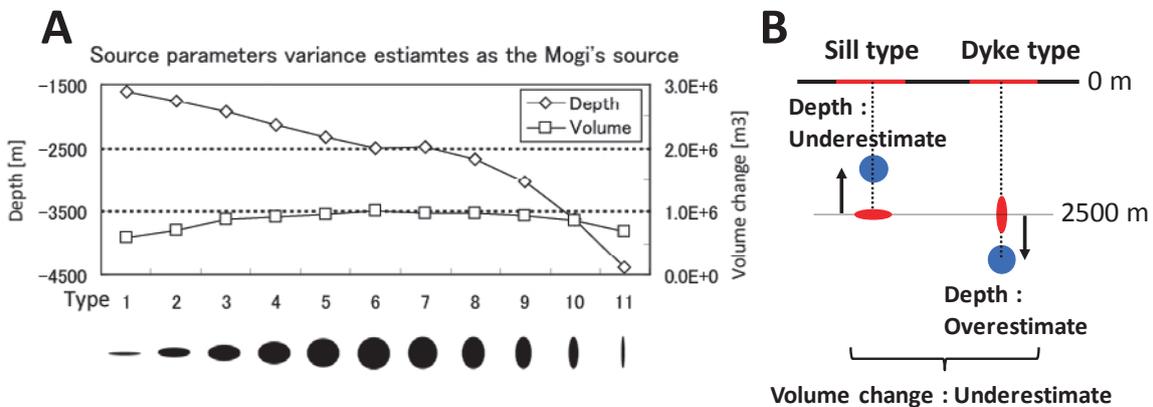


Fig. 1.2.5 (a) Changes in source depth and volume in response to changes in the spheroidal source from sill-type (types 1–5) to dyke-type (types 7–11). (b) Effects of source shape on estimates of source depth and source volume.

以上から、地下でシル型やダイク型の圧力源が存在しているにもかかわらず、地表面の変形は球の膨張によるものと仮定して圧力原パラメータを推定すると、深さについてはシル型では過小評価（実際より浅めに推定）、ダイク型では過大評価（実際より深めに推定）してしまうことがわかった。一方、体積変化量についてはいずれも過小評価（実際よりも小さめに推定）することがわかった。また、扁平が大きくなるほど、過大評価あるいは過小評価の度合いも大きくなる。Fig 1.2.5B はこれらの結果の概念図である。

1.2.3.2 圧力源の形状の違いによる限界誤差率

1.2.2.5 では計算結果の一例として、シル型 (Type2) の回転楕円体圧力源による $Y=0$ の地表面の座標 X に対する Z 成分の変位量 (U_{xz}) 曲線に観測誤差を与えたものと、茂木ソースを適用して圧力源推定した際の $Y=0$ の地表面の U_{xz} 曲線を比較することで、与えられた観測誤差によって覆い隠され完全に識別できなくなる量 (Masking error) を、 U_{xz} の最大変位量に対する百分率で表す指標として識別のための限界誤差率 (Masking error rate) を示し、8.5%であることを示した。

Fig 1.2.6 にシル型 (Type1~5) の解析結果における U_{xz} 変位曲線と、これから得られた限界誤差率を示す。扁平が小さい型では限界誤差率は小さいが、扁平するほど値は大きくなり、Type1 では 10.6%となった。この結果は、最大 U_{xz} (U_{xz} FEM(max)) の 1 割程度の誤差が観測値に重畳すれば、観測値からは球状圧力源であるか Type1 のシル型なのかの識別は全くできなくなることを意味する。

Fig 1.2.7 にダイク型 (Type7~11) の解析結果における U_{xz} 変位曲線と、これから得られた限界誤差率を示す。扁平が小さい型ではシル型と同様限界誤差率は小さいが、扁平するほど値は大きくなりその誤差率の変化量は大きく、Type11 では 59%にも達した。この結果は、最大 U_{xz} の 5 割程度の誤差が観測値に重畳すれば、観測値からは球状圧

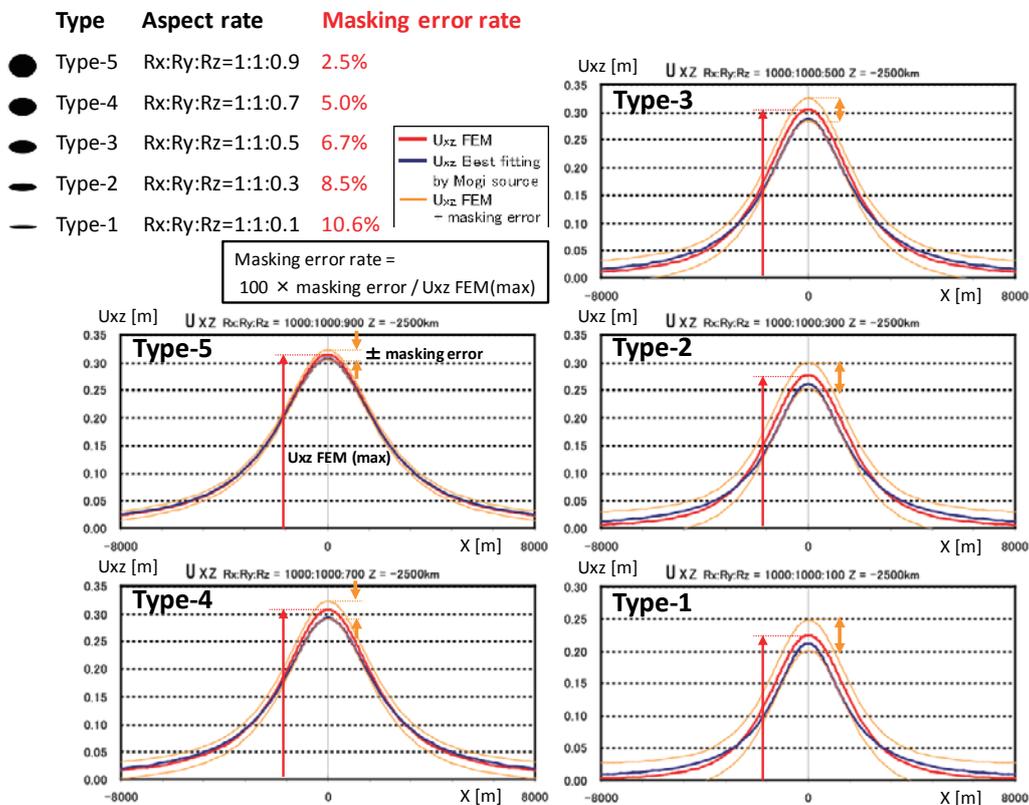


Fig. 1.2.6 Masking error rates and U_{xz} curves estimated for a sill-type spheroidal source (types 1–5).

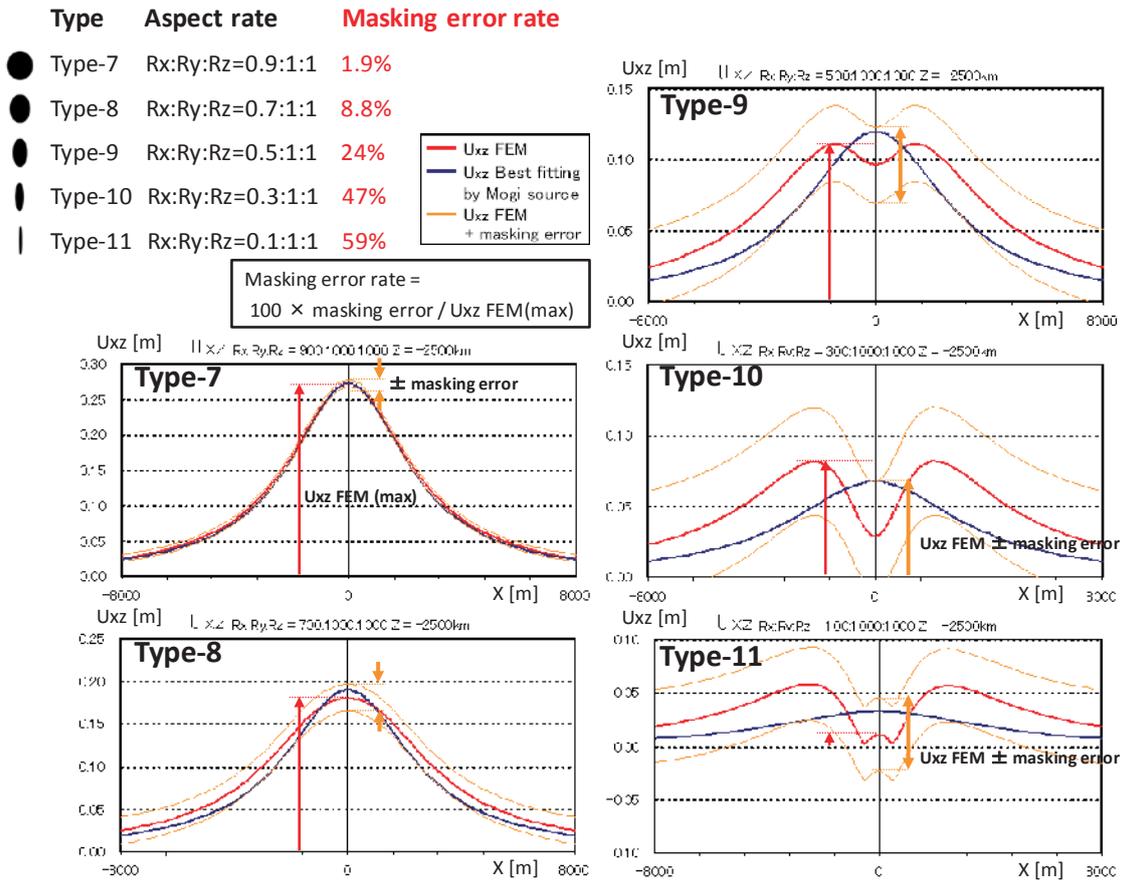


Fig. 1.2.7 Masking error rates and Uxz curves estimated for a dyke-type spheroidal source (types 7–11).

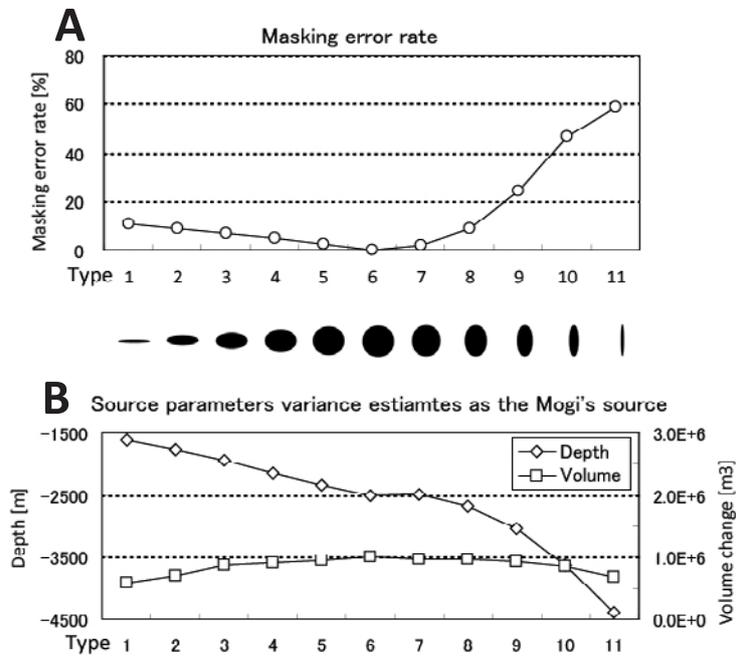


Fig. 1.2.8 (a) Masking error rates for the range of spheroidal sources. (b) Variance in depths and volume changes for the range of spheroidal sources.

力源であるか Type11 のダイク型なのかの識別は全くできなくなることを意味する。シル型の結果と比べるとダイク型の方が識別しやすいことを示すものであるが、この理由はシル型の U_{xz} 曲線が球状のそれと同様に圧力源からの水平距離に対して単調減少するのに対し、ダイク型の U_{xz} 曲線は単調減少でないため、球状の圧力源として近似的に捉えられにくいことを意味している。ただし、ダイク型の上下変位分布はシル型と異なり軸対象ではないので、 $Y=0$ でない分布（例えば $X=0$ の線上の上下変位： U_{yz} ）において比較すると異なる結果が生じる可能性がある。

これらの影響を排除するためには、線上の変位分布ではなく、地表面全体を二次元的に取り扱って検討すべきではあるが、本項では試算的に U_{xz} 曲線のみについて検討を行った。

Fig 1.2.8A に型別に対する識別の限界誤差率を示す。また比較のため、Fig 1.2.8B には Fig 1.2.5A を再掲した。

1.2.3.3 圧力源の形状及び深さの違いによる限界誤差率

圧力源の形状の違いによる限界誤差率を 1.2.3.2 で示したが、同じ条件で深さを 2.5km から、5km, 7.5km, 10km と変化させた場合について確認した。地表面における計算領域（観測領域に対応）は圧力源直上から半径 8km の円内である。

Fig 1.2.9 に結果を示す。Fig 1.2.9A は、回転楕円体圧力源の型に対する限界誤差率の変化曲線を深さ別に示したものである。赤い線が深さ 2.5km に対応し、既掲の Fig 1.2.8A に対応する。Type1 寄りのシル型においても Type11 よりのダイク型においても与えられた回転楕円体の圧力源が 2.5, 5.0, 7.5, 10.0km と深くなるほど限界誤差率が大きくなっている。Fig 1.2.9B は、回転楕円体圧力源の型に対する再推定された球状圧力源の深さの変化曲線を深さ別に示したものである。深さは、楕円体圧力源に与えられた深さに対して規格化している。Type1 寄りのシル型ほど浅

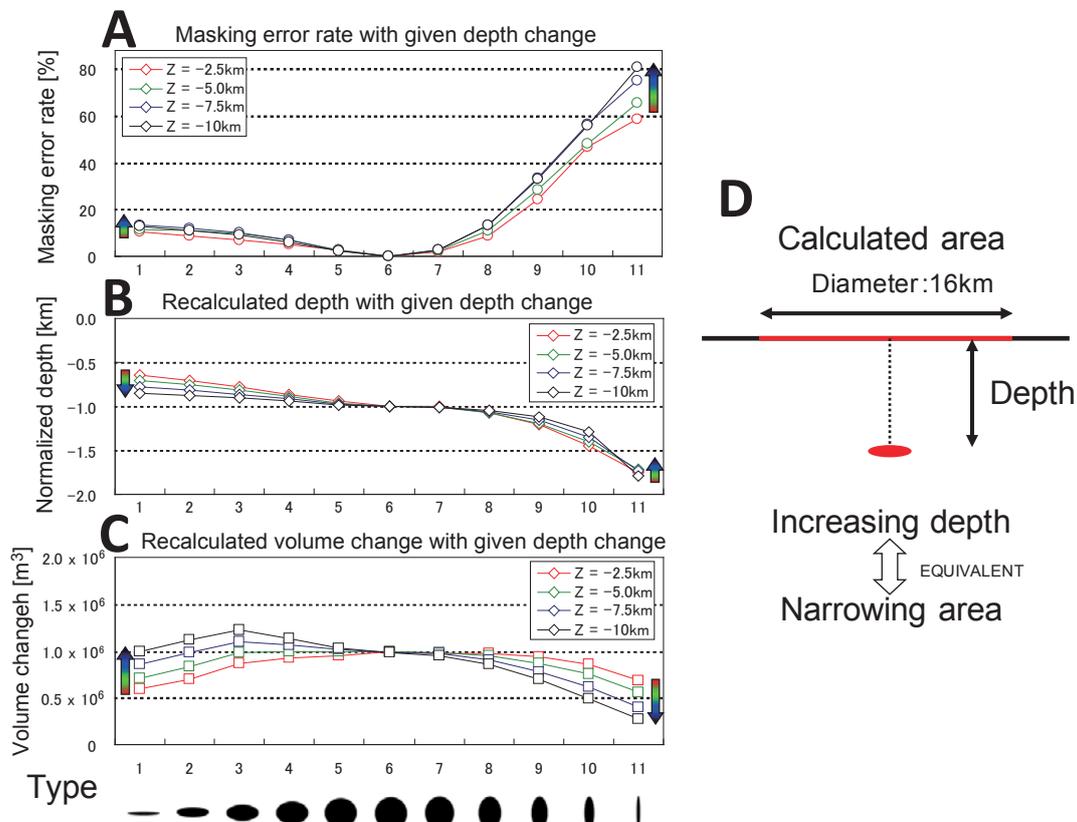


Fig. 1.2.9 (a) Masking error rate, (b) normalized depth and (c) volume change for the range of spheroidal sources at four depths. (d) Relationship of depth changes to calculated areas.

めに、Type11 寄りのダイク型ほど深めになる傾向があった。Fig 1.2.9C は、回転楕円体圧力源の型に対する再推定された球状圧力源の体積変化量の変化曲線を深さ別に示したものである。Type1 寄りのシル型ほど小さめに、Type11 寄りのダイク型ほど大きくなる傾向があった。

なお、圧力源を深くする（浅くする）ことは、計算に用いる地表面の領域を狭くする（広くする）と等価である（Fig 1.2.9D）。

1.2.4 まとめ

回転楕円体の多様な形状の圧力源に対する地表面変位を、球状圧力源（茂木モデル）の膨張によるものと仮定した場合の地表面変位を計算し参照することで、識別可能性の定量的検討をおこなった。その結果、以下のことが明らかになった。

○観測誤差について

1. 球形に近い圧力源形状ほど、球状圧力源と区別しにくくなる。
2. シル型の地表面変位は軸径比が $R_x:R_z = 1:0.1$ の楕円体圧力源によるものであっても、11%の限界誤差率で球状圧力源と識別することは完全に不可能になる。
3. 一方、ダイク型は $R_x:R_z = 1:0.7$ よりも扁平されていれば、限界誤差は10%以上になり、識別の可能性は高い。

○再推定された球状圧力源のパラメータについて

1. 推定される圧力源の深さは、シルに近いほどは浅くなり、ダイクに近いほど深くなる。
 シル型 ($R_x:R_z=1:0.3$) で約 30%浅くなる。
 ダイク型 ($R_x:R_z=0.3:1$) で約 44%深くなる。
2. 推定される体積変化量は球型から離れるほど、減少する。
 シル型 ($R_x:R_z=1:0.1$) で約 20%減少する。
 ダイク型 ($R_x:R_z=0.1:1$) で約 10%減少する。
3. 以上の傾向は圧力源の深さ（観測領域の広さ）を変えても大差ない。

以上のように、多様に扁平させた回転楕円体に対して、有限要素法によって応力を与えることで地表面の変形をシミュレーションし、球状圧力源と仮定して圧力源を解析的に再計算する手法を用い、誤差がどの程度重畳すればもとの圧力源形状を完全に区別できなくなるか確認した。この手法により、シル型圧力源を球状圧力源と区別することは、ダイク型圧力源を球状圧力源と区別することよりも困難であることを定量的に把握した。

（高木朗充）

参考文献

Davis, P. M., Hastie, L. M. and Stacey, F. D., 1974: Stresses within an active volcano – with particular reference to Kilauea.

Tectonophysics, **22** 355-362.

福井敬一・安藤忍・坂井孝行・高木朗充・鬼澤真也・新堀敏基・山里平・大須賀弘 (2011) : 火山用地殻活動解析支援ソフトウェアの開発(4)ー重力データ解析機能, 回転楕円体モデルの組み込み. 日本地球惑星科学連合 2011 年大会予稿集, SVC050-P05.

Mogi, K., 1958: Relations between the eruptions of various volcanoes and the deformations of the ground surfaces around them.

Bull. Earthq. Res. Inst., **36**, 99-134.