

## 第 2 章 精密制御震源（アクロス）を用いた地殻活動モニタリング

### 2.1 アクロスの原理と解析方法

#### 2.1.1 はじめに

地震は地球内部の特定の場所に歪がたまり、歪エネルギーを解放するために地中に亀裂が入り、相対的にすべりを起こす現象である。震源域において歪の蓄積が進行し、地震を起こすような臨界状態になれば、微少な応力や歪の変化に伴って、弾性波速度などの力学物性が敏感に変化する可能性がある（構造敏感性）（熊澤，2004）。しかしながら、地面の下は大気と違って可視光では”観る”ことができない。我々が地球の内部を”観る”ことができる光に相当するものが地震波である。そこで震源域の力学物性の変化を波動伝播特性の変化として遠くで観測しようという考え方が生まれた。この考え方にに基づき、観測に伴う雑音にもっとも強いシングルフォースで励起する定常サイン波を地下に向かって放射し、地表で観測する監視観測手法（熊澤・武井，1994a；武井・他，1994；熊澤・武井，1994b）として考えられたのがアクロスである。ACROSS とは Accurately Controlled Routinely Operated Signal System の頭文字を取ったもので、日本語に訳すと「精密制御定常信号システム」ということになる。アクロスの生まれてきた歴史的な経緯については熊澤・他（2000）が詳しいのでそちらを参照して頂きたい。

従来、地球内部の地震波速度構造調査の際には自然地震、あるいは発破などの人工地震を用いてきた。しかし、自然地震は起きた場所と時間が未知数であるため、正確な構造を推定することが困難である。また、人工地震を用いた速度構造調査は、発破で震源近傍の媒質の変化が起きてしまい、繰り返し同じ場所・同じ条件で調査を行うことは困難である。1980 年代には伊豆大島ではほぼ同じ場所で 1 年に 1 回の頻度で発破が行われた。Furumoto *et al.* (2001)ではこのデータを用いて、関東・東海地域で走時が 8 年間で 10ms のオーダーで変化していることを明らかにし、原因は海洋潮汐の加重による応力変化と経年的な地殻内応力蓄積に対応する成分の和として説明できることを示した。しかしながら、発破を常時行うことはできないので、得られる情報は点となり、地震の発生する直前に起きる現象を常時監視する目的には不向きである。

そこで登場してくるのがアクロスである。アクロスは精密に制御した信号を連続送信するので、連続的に走時などの時間変化を解析することが可能である（Fig. 2.1.1）。例えば、Ikuta *et al.* (2002)では淡路島に設置したアクロス送信装置の信号を近傍のボアホール内に設置

した 2 台の地震計（800m と 1700m の深さ）で観測を行い、2000 年 10 月 6 日の鳥取県西部地震（ $M_{\text{JMA}}7.3$ 、震源は淡路から 215km 離れている）の前後で、両地震計間で 1ms ほどの走時変化が検出された。彼らはこの原因は地震によって地面が震動して地殻内に存在するクラック内に水が入ったためだと結論している。このようにアクロスを用いることにより、走時変化を連続的に監視することが可能となり、1 ミリ秒ほどの非常に小さな変化を検出できることが確かめられた。

### アクロスで何を狙うか？

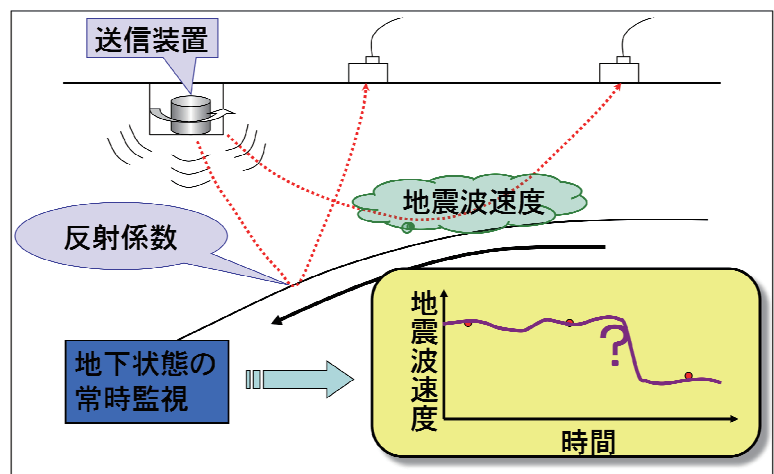


Fig. 2.1.1. Schematic of "What is the target of ACROSS?"

アクロスの解析手法は非常にシンプルである。Fig. 2.1.2 で示されたフローチャートに沿って解析を行っている。解析の流れは Yamaoka *et al.* (2001) とほぼ同じである。アクロス信号は長い間にわたり同じ信号を繰り返し送り続けなくてはならないので、周りの媒質を破壊する大きな力を加えることができない。このため、生の地震計記録を見てもノイズに埋もれて信号を抽出することは困難である。そこで、精密に制御された信号であるという特徴を生かして、長期間にわたってスタックを行うことにより SN 比を上げている。後の解析結果が示すように、例えば 1 ヶ月間スタックすれば、2 時間のデータを使う時より SN 比は約 20 倍になる。スタックをして SN 比を上げた記録を使って、次は伝達関数を求める。伝達関数は周波数帯域を限定したグリーン関数と同等である。アクロスの場合、震源時間関数（発生力）はよくわかっており、観測記録もスタックをした記録としてわかっているの、周波数領域では観測記録を発生力で割ることにより、伝達関数が得られる。これが人工地震探査の場合で言うと、発破の震源時間関数がほぼデルタ関数であるとする、発破によって得られた観測記録に対応している。しかも、後ほど詳しく述べるが発破の場合と異なり任意の方向に加振した記録を合成できるので伝達関数はベクトルではなく、テンソルとなり情報量が格段に増加する。この伝達関数を使って振幅解析や走時解析をする、というのがアクロス解析のおおまかな流れである。

## アクロス信号処理

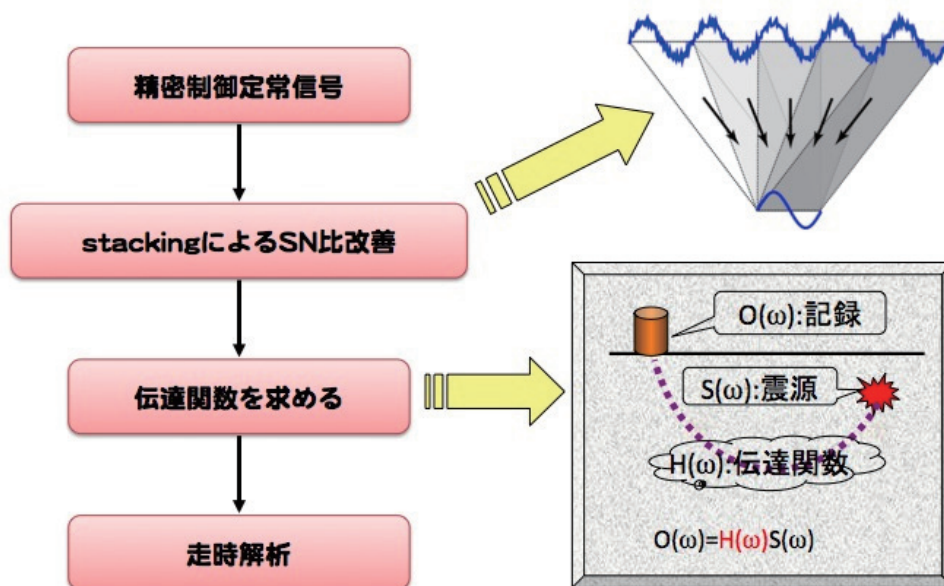


Fig. 2.1.2. Flow chart for ACROSS signal processing.

### 2.1.2 解析のための原理

以下に地震計の記録を用いて実際にアクロス信号をどのように解析するかについて述べる。解析は主に周波数領域で行う。時間・周波数領域間の変換はフーリエ変換を用いているが、一般的に離散フーリエ変換は

$$\begin{cases} x_j = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k \exp(2\pi i \frac{jk}{N}) \\ X_k = \sum_{j=1}^N x_j \exp(-2\pi i \frac{jk}{N}) \end{cases}$$

と表されることが多い。ここで  $x_j$  は時系列データ、 $X_k$  は周波数系列のデータ、 $N$  はデータ点数である。しかし、この定義ではデータ点数が増えるほどスペクトルの振幅は大きくなる。そこで、本論文では

$$\begin{cases} x_j = \sum_{k=1}^N X_k \exp(2\pi i \frac{jk}{N}) \\ X_k = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j \exp(-2\pi i \frac{jk}{N}) \end{cases} \quad (1)$$

と定義し、スペクトルがデータ長によらないようにした。この時に Parseval の定理は

$$\sum_{j=1}^N |x_j|^2 = N \sum_{k=1}^N |X_k|^2 \quad (2)$$

と表される。また、フーリエ変換の性質より  $X_{N-k+2} = X_k^*$  ( $k=2,3,\dots,N/2$ ) という関係式が成り立つ (\*は複素共役を取ることを表す)。以後の図でスペクトルを扱う時には、振幅 1 のサイン波のスペクトル振幅が 1 になるようにしている。このため図に描くスペクトルは  $2|X_k|$  となっている。

### 2.1.2.1 FM 送信

現在稼働しているアクロス送信装置は、円柱を半分に割った形の錘（偏心錘）をサーボモーターに直結した回転軸の中心からずれた位置につけて回転し、地盤に力を与える機構になっている。錘が回転することにより生み出される遠心力の反作用として地盤を加振するので、発生力は回転周波数  $\omega$  の 2 乗に比例する。偏心錘の質量を  $M$ 、錘と重心と回転軸との距離（腕の長さ）を  $R$  とすると、発生力  $F=MR\omega^2$  と表される。つまり、高周波になるほど大きな発生力が得られることがわかる。錘を単一周波数で回転させた場合、時々刻々向きが変わるシングルフォースを地中に放射することができる。しかしながら実際に地面の中を伝播する弾性波は P 波、S 波、表面波など色々な種類の波がある。また、同一震源から放射され、同一観測点に到着する弾性波は直達波、反射波、屈折波など多くの波の重ね合わせとして表現される。このため、単一周波数の波ではこれらの波を分離することはできない。複数の周波数の観測データを得るためにはある周波数で運転を行い、しばらく運転を行った後に周波数を変更して運転を行う、という操作を繰り返す必要がある。しかしこの方法では周波数の変更を行っている間に弾性定数が変化すると正しい結果が得られない。複数の信号を同時に送信する方法として採用されたのが周波数変調(FM)方式による送信である(熊澤・他, 1995)。以下に FM 送信方式の原理を示す。

アクロス回転装置の錘の各時間における位相を  $\phi(t)$  と表すと、錘の位置は

$$\mathbf{x}(t) = [x(t) \ y(t) \ z(t)]^T = [R \cos \phi(t) \ R \sin \phi(t) \ 0]^T$$

のように書き表される。但し、錘の回転軸を鉛直に設置した場合を示しているので、 $z$  成分はの変位は 0 になる。これを  $x$  を実軸、 $y$  を虚軸にとり、複素数表現で表すと

$$z_c(t) = R \exp\{i\phi(t)\}$$

となる。 $\omega$  を時刻  $t$  における錘の角周波数とすると、この時発生力（あるいはまわりの岩盤に与える加振力） $F(t)$  は

$$F(t) = MR\omega^2(t) \exp\{i\phi(t)\} \quad (3)$$

となる。

まず周波数変調が 1 つの正弦波で表されるような簡単な FM 送信

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega \cos(2\pi/T) \quad (4)$$

を考える。但し、 $\omega_0$  は中心角周波数（あるいは搬送波角周波数）、 $\Delta\omega$  は角周波数変調幅、 $T$  は変調周期である。位相との間に  $\omega(t) = d\phi(t)/dt$  という関係式が成り立つので、錘の位相は(4)式を積分して

$$\phi(t) = \omega_0 t + T\Delta\omega/(2\pi) \sin(2\pi/T) \quad (5)$$

である。ここで  $t=0$  で位相が 0 であるという初期条件を与えた。よって発生力は(3)と(5)より

$$\begin{aligned}
 F(t) &= MR\omega^2(t)\exp\{i[\omega_0 t + T\Delta\omega/(2\pi)\sin(2\pi t/T)]\} \\
 &= MR\omega^2(t)\exp(i\omega_0 t)\exp\{i\frac{T\Delta\omega}{2\pi}\sin(\frac{2\pi}{T})\} \quad (6)
 \end{aligned}$$

と書ける。一方  $e^{iz\sin\theta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z)e^{in\theta}$  という関係式がある。ここで  $J_n$  は  $n$  次の Bessel 関数を表す。また

$J_{-n}(z) = (-1)^n J_n(z)$  なので、上式を変形して

$$\begin{aligned}
 F(t) &= MR\omega^2(t)[\exp(i\omega_0 t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{J_n(\frac{T\Delta\omega}{2\pi})\exp(i\frac{2\pi nt}{T})\}] \\
 &= MR\omega^2(t)[J_0(\frac{T\Delta\omega}{2\pi})\exp(i\omega_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} J_n(\frac{T\Delta\omega}{2\pi})\{\exp i(\omega_0 + \frac{2\pi n}{T})t + (-1)^n \exp i(\omega_0 - \frac{2\pi n}{T})t\}] \quad (7)
 \end{aligned}$$

という形に書ける。(7)式より発生力のスペクトルは搬送波の角周波数 $\omega_0$ を中心にして、周波数  $1/T$  ごとにエネルギーを持つ（スペクトルが 0 でない）ことがわかる。例えば搬送波周波数 $f_0=14.85\text{Hz}$ 、周波数変調幅 $\Delta f=4.6\text{Hz}$ 、変調の周期  $T=50$  秒である場合のスペクトル図を Fig. 2.1.3a に示す。搬送波周波数( $f_0=14.85\text{Hz}$ )を中心として帯域幅 $\pm 4.6\text{Hz}(=\Delta f)$ で周波数間隔が  $0.02\text{Hz}$  ( $=1/T$ )の信号を送信していることになる。またこの場合、角周波数 $\omega(t)$ は周期  $T$  毎に元に戻っているが、錘の位相については周期  $T$  では元に戻らないことに注意する必要がある。例えば Fig. 2.1.3.a の場合、(5)式で変調周期  $T=50$  s、搬送波角周波数 $\omega_0=2\pi\times 14.85$  rad/s、角周波数変調幅 $\Delta\omega=2\pi\times 4.6$  rad/s と置けば良い。錘の位置 $z_c$ は FM 変調周期後（この例の場合 50 秒）では元に戻らず、100 秒後に戻ることがわかる。以上で周波数変調がサイン波で表される場合を考えたと、すべての関数はサイン波の足し合わせによって表現できる。例えば変調の周期  $T=50$  秒の場合、基本モードの  $T=50$  秒の波と高次モードの  $T/2, T/3, \dots$  の足し合わせですべての変調波形を設計できる。この場合の信号スペクトル間隔は基本モードが  $0.02\text{Hz}$  で一番狭く、高次になるほど  $0.04, 0.06\text{Hz}, \dots$  と間隔が広がっていき、すべてを足し合わせたスペクトルの間隔は基本モードで決まっていることがわかる。

1 つのサイン波で変調させた場合（搬送波周波数 $f_0=14.85\text{Hz}$ ）、発生力スペクトルと周波数変化を Fig. 2.1.3a に示しているが、帯域幅内においてスペクトル振幅がばらついていることがわかる。後で述べるように、伝達関数を求める際には周波数領域で観測記録を発生力で割るので、なるべく発生力スペクトルに凸凹がないほうが望ましい。そこで、周波数スイープの形をコサイン型から鋸波型に変更して（搬送波周波数 $f_0=14.85\text{Hz}$ ）スペクトルを計算する。鋸波は周波数が増加時間と減少時間が 7:1 になるように設定した（Fig. 2.1.3b）。サイン型に比べて発生力スペクトルのばらつきが減っていることがわかるが周波数の裾野は広がっている。後ほど詳しく述べるが、東海地域では弾性波アクロス送信点として、気象研究所が設置した森町送信点と、日本原子力研究開発機構（当時は核燃料サイクル開発機構）が設置した土岐の送信点、名古屋大学が設置した豊橋送信点がある。森町送信点では Fig. 2.1.3b のように周波数スイープを鋸波型で行っている。鋸波にすることによってスペクトルのばらつきは少なくなったが、発生力のスペクトルは高周波になるほど大きくなり、一定ではない。そこで土岐送信点では「発生力のスペクトル振幅を極力一定にする」と「想定する周波数帯域外への送信波のエネルギー漏れを極力小さくする」ことを考えて FM 信号が設計された（國友・熊澤，2004）。例として土岐の第 5 回試験送信（搬送波周波数 $f_0=13.01\text{Hz}$ ）のロータリー・エンコーダー信号から計算した発生力スペクトルを図に示す（Fig. 2.1.3c）。なおモーターの応答には遅延があるため、正確に設計信号通りに錘は回転しない。そこで土岐の送信信号についてはロータリー・エンコーダーの信号を GPS に同期した時計を基準としてサンプリングを行い、回転位相を測定して送信信号の計算をしている。得られた送信スペクトルと設計値と測定値の間には約 1% 程度の違いがあることがわかっている（國友・熊澤，2004）。Fig. 2.1.3c のスペクトルは逆回転（反時計回り）時、南北方向加振のスペクトルである。

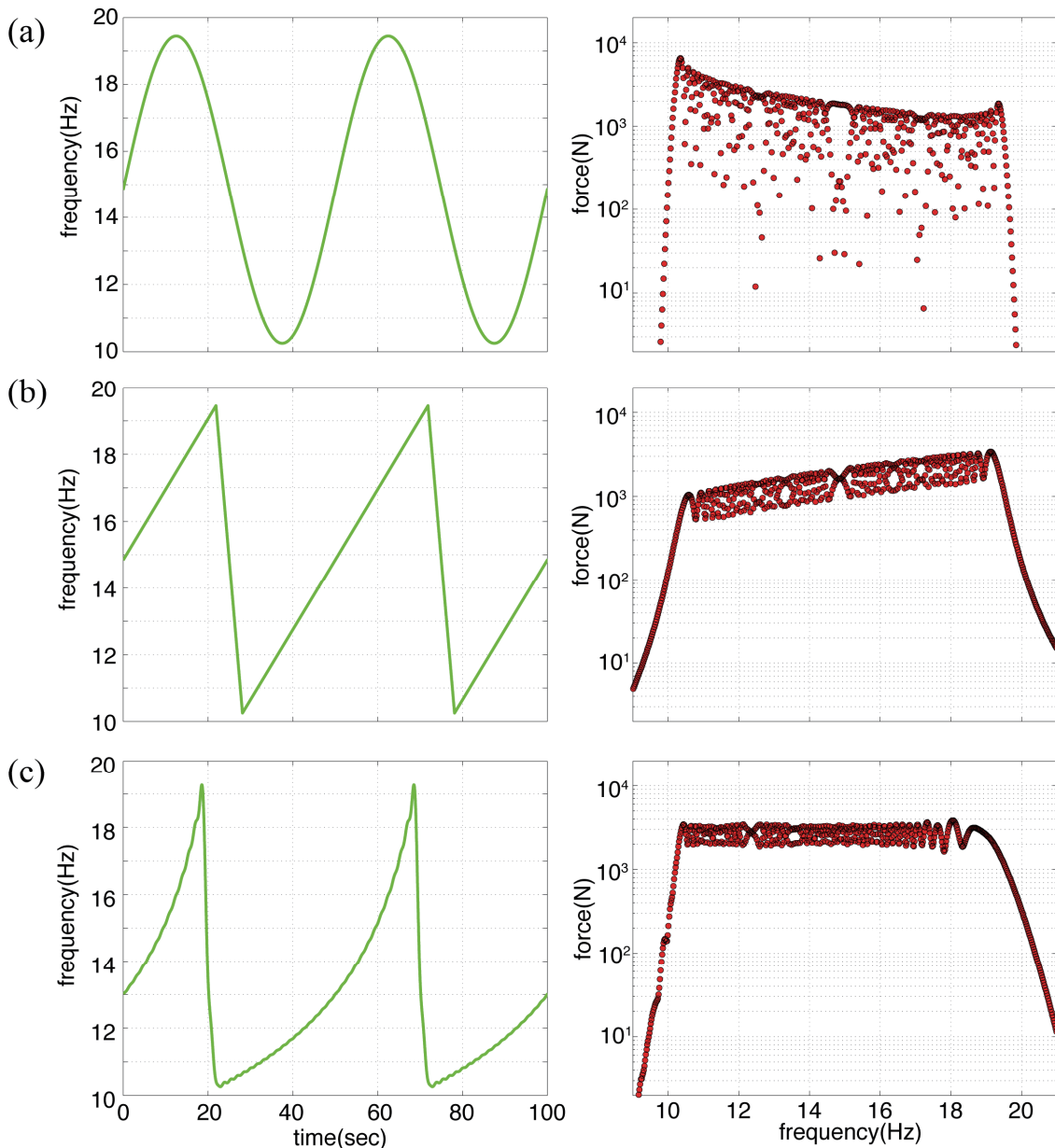


Fig. 2.1.1.3. Time history of frequency (left figures) and spectrum amplitude of source force (right figures) for the FM signal.

以後は錘の回転軸は鉛直方向を向いている（加振方向は水平面内）として話を進める。1 つの錘を回転させることにより生じる発生力で 3 成分の観測波形を **deconvolution** することにより、送信点・観測点間の 3 成分ベクトル（1 階のテンソル）の伝達関数を得ることができる。一方、直線加振をするような装置を考えてみる（リニアユニット）。送信点と観測点を結ぶ方向（**radial** 方向）とそれに直交する方向（**transverse** 方向）に加振する 2 つのリニアユニットを考えると伝達関数は加振方向と観測方向の 2 つの入力に関する成分を持つ 2 階のテンソル、すなわちグリーン関数となる。これを用いることにより、例えば **radial** 加振をした時の観測記録は P-SV 波（表面波だと Rayleigh 波），**transverse** 加振をした時の観測記録は SH 波（表面波だと Love 波）が卓越すると考えられ、異方性などの媒質の性質を知る上での情報量が増加する。1 つの回転する偏心錘を使って直線加振を実現するためには、回転方向を切り替えて送信すれば良い。回転方向の異なるデータを位相をずらして足し合わせることで、任意の方向に直線加振したデータを得ることができる。例えば、基準時に北を向いている時計方向回り（これを正回転と呼ぶ）と反時計回り（これを逆回転と呼ぶ）のデータを足し合わせれば、南北方向に直線加振した事と同等になる。

### 2.1.2.2 伝達関数テンソルの求め方

次に地震観測点の記録からどのように伝達関数のテンソルを求めるかの手順を述べる。以下の考え方は主に羽佐田 (2006, 私信) による。

送信点での座標系を  $(X, Y, Z)$ , 観測点での座標系を  $(x, y, z)$  とする。  $X$  を基準時刻のおもりの方向 (北),  $Y$  を水平面内で  $X$  と直交する方向 (東),  $Z$  を鉛直下向きにとる (右手系)。観測点の座標系も本報告では同様にとるものとする (Fig. 2.1.4)。このとき回転各周波数  $\omega$  の正回転と逆回転の場合のおもりの位置は, 次のように表される。

$$\mathbf{X}^+(t) = [X^+(t) \ Y^+(t) \ Z^+(t)]^T = [R \cos \omega t \ R \sin \omega t \ 0]^T$$

$$\mathbf{X}^-(t) = [X^-(t) \ Y^-(t) \ Z^-(t)]^T = [R \cos(-\omega t) \ R \sin(-\omega t) \ 0]^T$$

ここで, 上付き添字が+は正回転, -は逆回転を表す。

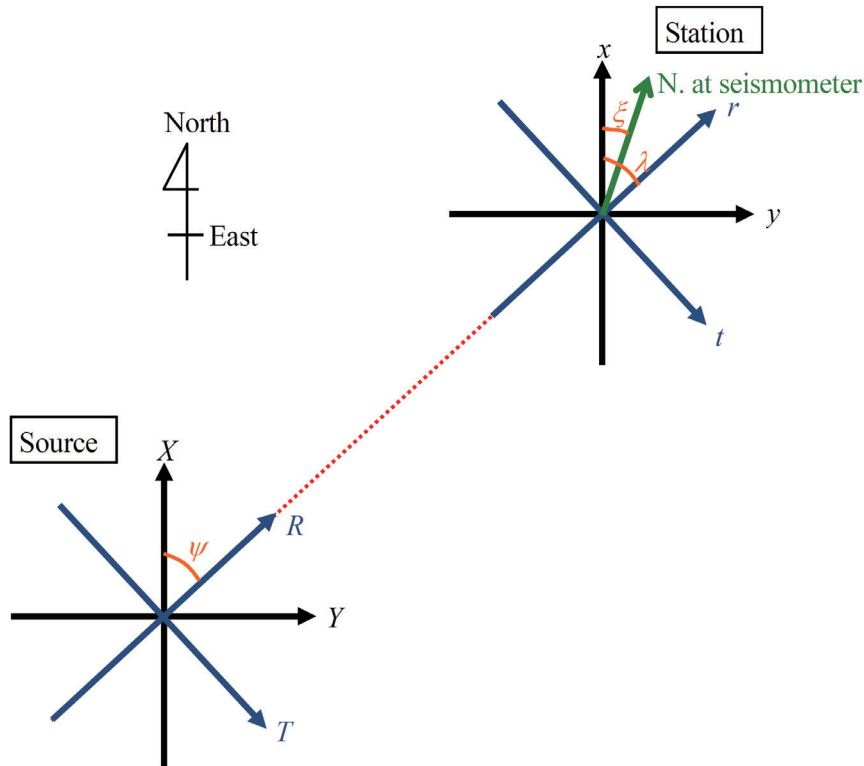


Fig. 2.1.4. Relation between the  $(x, y, z) - (r, t, z)$  coordinate system at the observed station and the  $(X, Y, Z) - (R, T, Z)$  coordinate system at the source.

実際には色々な周波数で回転させるが, ここでは簡単のため, ある各周波数  $\omega$  に注目して式を展開する。  $\cos \omega t$  のフーリエ変換を  $C(\omega)$ ,  $\sin \omega t$  のフーリエ変換を  $S(\omega)$  とする。

$$C(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \cos(\omega t) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{2}$$

$$S(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \sin(\omega t) e^{-i\omega t} dt = -\frac{i}{2}$$

よって  $S(\omega) = -iC(\omega)$  となる。故に震源の発生力の周波数成分  $\mathbf{F}(\omega)$  は

$$\mathbf{F}^+(\omega) = MR\omega^2 [C(\omega) \ S(\omega) \ 0]^T = MR\omega^2 C(\omega) [1 \ -i \ 0]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{F}^-(\omega) = MR\omega^2 [C(\omega) \quad -S(\omega) \quad 0]^T = MR\omega^2 C(\omega) [1 \quad i \quad 0]^T \quad (9)$$

となる。正回転と逆回転の初期位相は必ずしも 0 にならない場合がある。そこで正回転と逆回転の初期位相を各々  $\phi^+$ ,  $\phi^-$  とすると

$$\mathbf{X}^+(t) = [X^+(t) \quad Y^+(t) \quad Z^+(t)]^T = [R\cos(\omega t + \phi^+) \quad R\sin(\omega t + \phi^+) \quad 0]^T$$

$$\mathbf{X}^-(t) = [X^-(t) \quad Y^-(t) \quad Z^-(t)]^T = [R\cos(-\omega t + \phi^-) \quad R\sin(-\omega t + \phi^-) \quad 0]^T$$

と表すことができる。よって発生力は

$$\mathbf{F}^+(\omega) = MR\omega^2 [C(\omega)e^{i\phi^+} \quad S(\omega)e^{i\phi^+} \quad 0]^T = MR\omega^2 C(\omega) [e^{i\phi^+} \quad -ie^{i\phi^+} \quad 0]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{F}^-(\omega) = MR\omega^2 [C(\omega)e^{-i\phi^-} \quad -S(\omega)e^{-i\phi^-} \quad 0]^T = MR\omega^2 C(\omega) [e^{-i\phi^-} \quad ie^{-i\phi^-} \quad 0]^T \quad (11)$$

と表すことができる。実際に森町の送信装置では 2007 年 3 月の末まで  $\phi=0$  度であるが、 $\phi^+=209.6$  度となっている。

観測点の座標変換を考える。伝達関数を求めるまでの手順は色々な手法が考えられるが、以下のように最初に正回転と逆回転時の観測スペクトルの和と差から  $(x, y, z)$ - $(X, Y, Z)$  系での伝達関数 (テンソル) を求め、それを回転させることで  $(radial, transverse, z)$  系に変換するという方法をとることにする。送信点と観測点を結んだ **radial** 方向を  $r$ , それに直交する **transverse** 方向を  $t$  と書く。観測点から送信点を見た方向 (back azimuth) を  $\lambda$  とし、地震観測データをフーリエ変換した記録を  $(U_x, U_y, U_z)$  と表すと

$$\begin{bmatrix} U_r \\ U_t \\ U_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \lambda & -\sin \lambda & 0 \\ \sin \lambda & -\cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{bmatrix}$$

となる。Hi-net の地震計はボアホールの中に設置してある場合が多く、水平 2 成分が必ずしも南北、東西を向いている訳ではない。そこで、南北成分と呼ばれている成分 ( $x$  方向) が真北から角度  $\xi$  だけずれているとすると上式の  $\lambda$  を  $\lambda - \xi$  で置き換えれば良いので

$$\begin{bmatrix} U_r \\ U_t \\ U_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos(\lambda - \xi) & -\sin(\lambda - \xi) & 0 \\ \sin(\lambda - \xi) & -\cos(\lambda - \xi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{bmatrix} \quad (12)$$

となる。これら座標系と角度の定義を Fig. 2.1.4 に示す。

次に震源の座標変換を考える。震源から観測点を見た  $R$  方向が  $X$  方向となす角を  $\psi$  とする。 $X$  方向が北とすると  $\psi$  は azimuth になる。座標変換後の力の **radial**, **transverse**, 鉛直成分を各々  $F_R, F_T, F_Z$  とすると、

$$\begin{bmatrix} F_R \\ F_T \\ F_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \end{bmatrix}$$

と表すことができ、よって

$$\begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_R \\ F_T \\ F_Z \end{bmatrix} \quad (13)$$

となる。ここで伝達関数テンソルを  $\mathbf{H}$  とおく。周波数領域での伝達関数テンソルの各成分  $H_{ij}$  は変位記録  $U_i$  と発生力

$F_j$  を使って  $U_i = H_{ij}F_j$  のように表される。森町のアクロス送信装置は回転軸が鉛直( $Z$ )方向を向いているので、 $F_Z=0$  となる。よって 2 つの座標系で変位、伝達関数、発生力の関係は

$$\begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{xX} & H_{xY} \\ H_{yX} & H_{yY} \\ H_{zX} & H_{zY} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \end{bmatrix} \quad (14)$$

及び

$$\begin{bmatrix} U_r \\ U_t \\ U_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{rR} & H_{rT} \\ H_{tR} & H_{tT} \\ H_{zR} & H_{zT} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_R \\ F_T \end{bmatrix} \quad (15)$$

と書き表せる。(14)式に(13)式を代入すると

$$\begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{xX} & H_{xY} \\ H_{yX} & H_{yY} \\ H_{zX} & H_{zY} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi \\ \sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_R \\ F_T \end{bmatrix} \quad (16)$$

となる。(16)式に左側から

$$\begin{bmatrix} -\cos(\lambda-\xi) & -\sin(\lambda-\xi) & 0 \\ \sin(\lambda-\xi) & -\cos(\lambda-\xi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

をかけると、(12)式を考慮して

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} U_r \\ U_t \\ U_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\cos(\lambda-\xi) & -\sin(\lambda-\xi) & 0 \\ \sin(\lambda-\xi) & -\cos(\lambda-\xi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\cos(\lambda-\xi) & -\sin(\lambda-\xi) & 0 \\ \sin(\lambda-\xi) & -\cos(\lambda-\xi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_{xX} & H_{xY} \\ H_{yX} & H_{yY} \\ H_{zX} & H_{zY} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi \\ \sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_R \\ F_T \end{bmatrix} \end{aligned}$$

となる。よって

$$\begin{bmatrix} H_{rR} & H_{rT} \\ H_{tR} & H_{tT} \\ H_{zR} & H_{zT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos(\lambda-\xi) & -\sin(\lambda-\xi) & 0 \\ \sin(\lambda-\xi) & -\cos(\lambda-\xi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_{xX} & H_{xY} \\ H_{yX} & H_{yY} \\ H_{zX} & H_{zY} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi \\ \sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \quad (17)$$

が成り立つ。

発生力の合成を考える。(8)，(9)式より

$$\mathbf{F}^+(\omega) + \mathbf{F}^-(\omega) = \begin{bmatrix} F_X^+(\omega) + F_X^-(\omega) \\ F_Y^+(\omega) + F_Y^-(\omega) \\ F_Z^+(\omega) + F_Z^-(\omega) \end{bmatrix} = 2MR\omega^2 \begin{bmatrix} C(\omega) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{F}^+(\omega) - \mathbf{F}^-(\omega) = \begin{bmatrix} F_X^+(\omega) - F_X^-(\omega) \\ F_Y^+(\omega) - F_Y^-(\omega) \\ F_Z^+(\omega) - F_Z^-(\omega) \end{bmatrix} = 2MR\omega^2 \begin{bmatrix} 0 \\ S(\omega) \\ 0 \end{bmatrix} = -2iMR\omega^2 \begin{bmatrix} 0 \\ C(\omega) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

である。一般的には、正回転と逆回転の  $X$  方向の震源関数 ( $F_X^+(\omega), F_X^-(\omega)$ ) が与えられる。これより

$$A(\omega) = F_X^+(\omega) + F_X^-(\omega) = 2MR\omega^2 C(\omega)$$

とおけば,

$$F_X^+(\omega) - F_X^-(\omega) = 2MR\omega^2 S(\omega) = -2iMR\omega^2 C(\omega) = -iA(\omega) = A(\omega)/i$$

である。よって (14) 式より、観測点・送信点間の伝達関数テンソルは

$$\begin{bmatrix} H_{xX} & H_{xY} \\ H_{yX} & H_{yY} \\ H_{zX} & H_{zY} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (U_x^+ + U_x^-)/(F_X^+ + F_X^-) & (U_x^+ - U_x^-)/(F_Y^+ - F_Y^-) \\ (U_y^+ + U_y^-)/(F_X^+ + F_X^-) & (U_y^+ - U_y^-)/(F_Y^+ - F_Y^-) \\ (U_z^+ + U_z^-)/(F_X^+ + F_X^-) & (U_z^+ - U_z^-)/(F_Y^+ - F_Y^-) \end{bmatrix}$$

となる。(18), (19) 式を代入して

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} (U_x^+ + U_x^-)/2MR\omega^2 C & (U_x^+ - U_x^-)/2MR\omega^2 S \\ (U_y^+ + U_y^-)/2MR\omega^2 C & (U_y^+ - U_y^-)/2MR\omega^2 S \\ (U_z^+ + U_z^-)/2MR\omega^2 C & (U_z^+ - U_z^-)/2MR\omega^2 S \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{A(\omega)} \begin{bmatrix} (U_x^+ + U_x^-) & i(U_x^+ - U_x^-) \\ (U_y^+ + U_y^-) & i(U_y^+ - U_y^-) \\ (U_z^+ + U_z^-) & i(U_z^+ - U_z^-) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

が得られる。

(17), (20) 式より伝達関数は

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} H_{rR} & H_{rT} \\ H_{tR} & H_{tT} \\ H_{zR} & H_{zT} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\cos(\lambda - \xi) & -\sin(\lambda - \xi) & 0 \\ \sin(\lambda - \xi) & -\cos(\lambda - \xi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_{xX} & H_{xY} \\ H_{yX} & H_{yY} \\ H_{zX} & H_{zY} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi \\ \sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{A(\omega)} \begin{bmatrix} -\cos(\lambda - \xi) & -\sin(\lambda - \xi) & 0 \\ \sin(\lambda - \xi) & -\cos(\lambda - \xi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (U_x^+ + U_x^-) & i(U_x^+ - U_x^-) \\ (U_y^+ + U_y^-) & i(U_y^+ - U_y^-) \\ (U_z^+ + U_z^-) & i(U_z^+ - U_z^-) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi \\ \sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

のように計算できる。

次に正回転と逆回転の初期位相  $\phi^+$ ,  $\phi^-$  を考慮した場合を考える。正回転と逆回転の初期位相がゼロであるとした時の発生力を  $\mathbf{F}_0^\pm(\omega)$  とする (+ は正回転, - は逆回転を表す) と, 初期位相がゼロの時とそうでない時の発生力の間には

$$\mathbf{F}^+(\omega) = \mathbf{F}_0^+(\omega)e^{i\phi^+}$$

$$\mathbf{F}^-(\omega) = \mathbf{F}_0^-(\omega)e^{-i\phi^-}$$

という関係が成立する。観測記録については  $\phi$  の極性を変えた関係が成り立つので, (21) 式において

$$\mathbf{U}^+(\omega) \Rightarrow \mathbf{U}^+(\omega)e^{-i\phi^+}$$

$$\mathbf{U}^-(\omega) \Rightarrow \mathbf{U}^-(\omega)e^{+i\phi^-}$$

と置き換えれば良い。

### 2.1.2.3 重み付きスタッキング

アクロス信号解析では精密に制御された信号であるという特徴を生かして長時間にわたるスタッキングを行うことにより SN 比を高めることができる。実際にはデータのある時間区間 (Time Segment と呼ぶ) 毎に切り出し、スタッキングを行う。その間ノイズレベルが一定であるとすれば、すべてのセグメントを同じ重みで足し合わせれば信号レベルは変わらないが、ノイズレベルはセグメントの数  $N$  の平方根で減少するので SN 比を効率的に上げることができる。しかしながら、実際の地震計の記録は地震が起きた時にはノイズレベルが上がる (地震を解析する上では地震の記録は信号であるが、アクロスの解析ではノイズとなる) し、人間活動に関連して昼と夜ではノイズレベルは変化するので、「ノイズレベルは一定」という仮定は成り立たない。そこで SN 比を大きくするように各セグメントでノイズレベルに応じた重みをかける必要がある。以下に長尾・他 (2004) に基づいてどのような重みをかけると SN 比が良くなるかについての理論的考察を行う。

まず、以下のようにノイズを含んだ正弦波の時系列

$$x_j(t_i) = A \sin(\omega t_i + \phi) + n_j(t_i) \quad (22)$$

を考える。 $j$  がセグメントの番号 ( $j = 1, 2, \dots, M$ )、 $i$  が時間の番号 ( $i = 1, 2, \dots, L$ ) とし、観測波形を  $x$ 、ノイズを  $n$  で表す。 $j$  セグメントでのノイズが標準偏差  $\sigma_j$  の白色雑音であると仮定すると

$$\text{平均: } E(n_j) = 0$$

$$\text{分散: } V(n_j) = \sigma_j^2 \quad (23)$$

と書ける。各セグメントの重みを  $w_j$  と置くとスタッキング後の平均、分散は誤差の伝搬により

$$\begin{aligned} E(n) &= \sum_{j=1}^M w_j E(n_j) \\ V(n) &= \sum_{j=1}^M w_j^2 V(n_j) \end{aligned} \quad (24)$$

となる。但し、重みは

$$\sum_{j=1}^M w_j = 1 \quad (25)$$

という制約がつく。つまり解くべき問題は(25)式という拘束条件下で分散(24)式を最小にする  $w_j$  を求めることである。

Lagrange の未定乗数法より、未定乗数を  $\lambda$  とすると

$$F(w_j, \lambda) = \sum_{j=1}^M w_j^2 \sigma_j^2 - \lambda \left( \sum_{j=1}^M w_j - 1 \right) \quad (26)$$

が極値を持つような  $w_j$  と  $\lambda$  を求めれば良い。 $F$  を  $w_j$  で偏微分したものを 0 と置けば

$$\frac{\partial F}{\partial w_j} = 2w_j \sigma_j^2 - \lambda = 0 \quad (27)$$

よって

$$w_j = \frac{\lambda}{2\sigma_j^2} \quad (28)$$

(28)式を(25)式に代入して

$$\lambda = \frac{2}{\sum_{j=1}^M \frac{1}{\sigma_j^2}} \quad (29)$$

(29)式を(28)式に代入すると各セグメントの重みが出て

$$w_j = \frac{1}{\sigma_j^2 \sum_{k=1}^M \frac{1}{\sigma_k^2}} \quad (30)$$

と置けば分散が最小になる, すなわち SN 比が最大になることがわかる。この時, 全体の分散 $\sigma^2$ は(24)の誤差伝搬の式より

$$\sigma^2 = \sum_{j=1}^M w_j^2 \sigma_j^2 = \frac{1}{\sum_{k=1}^M \frac{1}{\sigma_k^2}} \quad (31)$$

となる。

以上のことより, 重み付きスタッキングを行うためには各セグメントのノイズの分散を知る必要がある。アクロス信号を含む観測スペクトルは信号スペクトルと信号をまったく含まないノイズスペクトルにはっきりと区別される。このノイズスペクトルの大きさよりノイズの分散を求めることができる。

ここで  $N(f_k)$  を周波数  $f_k$  におけるノイズスペクトルとする。  $k$  はノイズチャネルの番号で解析を行う周波数帯域で  $D$  本あるとする ( $k=1, 2, \dots, D$ )。また(2)式の Parseval の定理より, 分散は

$$\sigma^2 = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L |n(t_i)|^2 = \sum_{k=1}^D |N(f_k)|^2 \quad (32)$$

と書ける ( $L$  はセグメントの時系列データ数)。よって分散はノイズのパワースペクトルを足し合わせることによって計算できる。ノイズが白色雑音であるから各周波数成分のノイズパワースペクトルは, 全スペクトルパワーを  $D$  本に分配することになるので  $\sigma^2/D$  となる。一方, 信号のパワースペクトルの大きさは(22)式より  $A^2$  と表されるので, SN 比(S/N)は

$$(S/N) = \frac{A\sqrt{D}}{\sigma} \quad (33)$$

と表される。ノイズの標準偏差が小さければ小さいほど SN 比が良くなっていることがわかる。

では次に, 単純に同じ重みでスタッキングをする場合と上で述べた重み付きスタッキングをする場合で SN 比がどう変わるかを計算してみる。単純スタッキングの SN 比 $(S/N)_{\text{simpl}}$ は

$$(S/N)_{\text{simpl}} = A\sqrt{D} \frac{M}{\sqrt{\sum_{k=1}^M \sigma_k^2}} \quad (34)$$

一方重み付きスタッキングの SN 比 $(S/N)_{\text{weight}}$ は

$$(S/N)_{\text{weight}} = A\sqrt{D} \sqrt{\sum_{k=1}^M \frac{1}{\sigma_k^2}} \quad (35)$$

(相加平均)  $\geq$  (調和平均) の関係があるので, 単純スタッキングに比べて重み付きスタッキングは必ず SN 比が大きくなることがわかる。

#### 2.1.2.4 特性の補正

地震計の記録は地動速度そのものを表しているのではなく, それに地震計と anti-aliasing フィルターの特性が掛け合わされたものを記録している。Hi-net や気象庁の観測点で用いられているのは動コイル型電磁式の地震計で, 固有周

期  $T=1\text{sec}$ , 減衰定数  $h=0.7$  のものが圧倒的に多い。この地震計の速度応答スペクトルは周波数 1Hz より低周波側では周波数の 2 乗に比例して減少し, 高周波側はフラットになっている。また anti-aliasing フィルターは 2 段か 3 段の FIR フィルターから成っており, すべて最小位相型のフィルターで因果律を満たしている。このため周波数に対する位相の変化は若干直線からずれている。Hi-net にはタイプ 1 から 3 の 3 つの型のフィルターがあるが, どれもオーバーサンプリングした後に decimation で 100Hz までサンプリングを落としている。例として Hi-net 2006 タイプ 3 の型の総合特性を示す (Fig. 2.1.5a)。始め 1,000Hz でオーバーサンプリングしたものを 200Hz, 100Hz と decimation を行っている。振幅は 1 番大きな値で規格化してある。周波数が 1Hz より低くなると振幅が小さくなっているのは地震計の特性, 40Hz より高周波で急激に落ちているのは anti-aliasing の特性を表している。アクロスの解析周波数帯域 (3~16Hz) だけを取り出して特性を描いたのが Fig. 2.1.5b である。振幅について変化は 0.5%以下でほとんどフラットと言

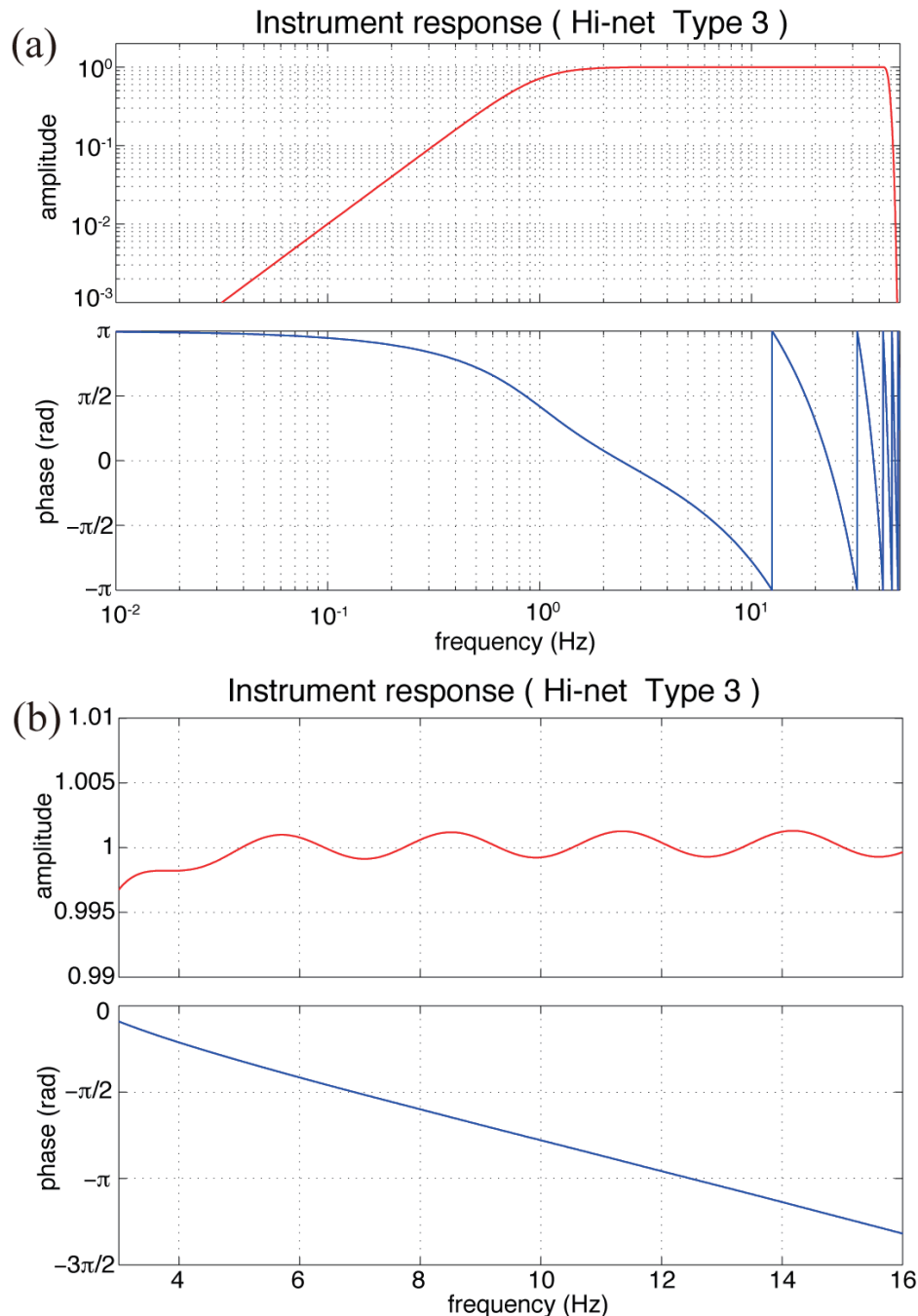


Fig. 2.1.5. Total instrument response (including sensor response and anti-aliasing filters) for the Hi-net type 3 recording system. (a) The instrument response for the wide frequency range. (b) The frequency range of the seismic ACROSS transmitter installed at Mori-machi.

っても良い。4Hz より低周波側で落ち始めているのは地震計の特性の影響である。位相は見やすくするために unwrap して表示してある。ほぼ周波数に対して直線的に変化しているので、時間遅延はあるものの波形に歪みはほとんどないことがわかる。図より遅延時間はほぼ 0.05sec であることがわかる。この特性は Nyquist 周波数付近では違いはあるものの、アクロスで解析を行う帯域ではタイプによらずほぼ同じである。

### 2.1.3 実際の解析手順

森町の低周波送信信号を解析する時の手順を示す。FM 繰り返し周期は 50 秒、セグメント長は 400 秒とする。錘の回転方向は 2 時間毎に変わるように設定してあるので、2 時間のデータについてセグメント長で分割し、重み付きスタッキングを行う。ただし錘の回転方向が変わる時、正時になる前の最後の 400 秒間は前奏と位相調整のために使われているので省き、7200/400-1=17 セグメントをスタックすることになる。また Hi-net については毎日午前 9 時に検定信号が入るので、この時間を含むセグメントも省く。重みを算出する際には 3.5~7.5Hz の間でノイズチャンネルの分散を計算する。Hi-net の観測スペクトルを見ると周波数が整数 Hz の時、ラインスペクトルが入る。収録系のノイズではないかと思われるが現在のところ原因はわからない。整数 Hz を入れて解析を行うと原因不明のノイズが入ってしまうので、除いて伝達関数を計算している。以上の手順により、2 時間毎にスタッキングを行った観測波形（周波数領域）データセットができる。

次に、正回転（時計回り）と逆回転時（反時計回り）の観測波形を足し引きして、 $U_i^+ + U_i^-$  と  $U_i^+ - U_i^-$  と誤差の伝播則によって誤差（ノイズの分散）を計算する（ $i$  は  $x, y, z$  のうちどれか）。ここで 2 時間毎に 4 時間のデータを使ったスタッキング波形が求まる。この 4 時間スタッキングデータを解析を行う時の基本データとする。この理由はアクロス解析では連続記録を用いるため、膨大なデータ量になってしまうためである。例えば、現在解析を行っている観測点（約 130 点）の生記録は win フォーマットで圧縮しても約 4 ヶ月で 500GB の容量になる。つまり 1 年間で 1.5TB となり、生記録、途中で生産されるスペクトル記録をすべて保存しておく大容量の HDD が必要となる。4 時間スタッキングデータならば約 40 分の 1（400 秒÷4 時間）の容量で済む。後の手順は 4 時間スタッキングデータを基本として進め、生記録までは戻らないようにしてある。例えば 1 日間スタッキングを行いたい場合には 2 時間毎のデータ 12 個を重みをつけて足し合わせるにより行う。その際に気をつけなくてはならないのは、Fig. 2.1.6 で示したように

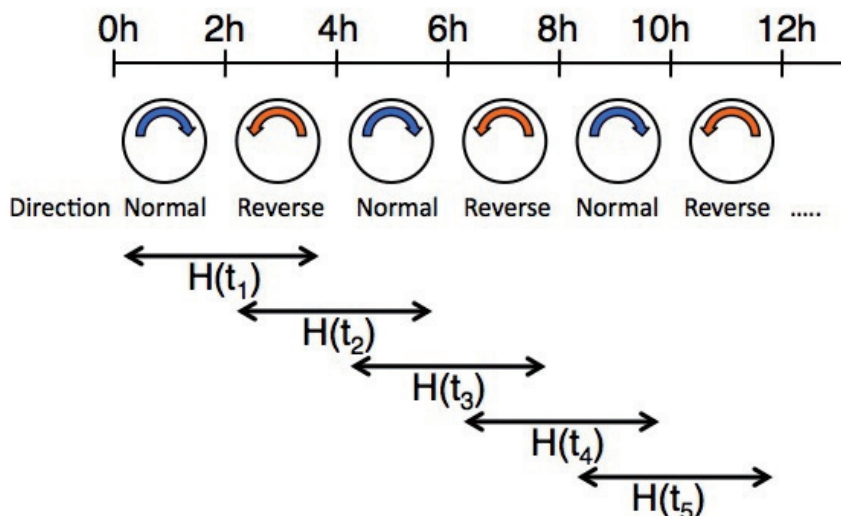


Fig. 2.1.6. Time sequence of the analysis period in which the transfer function is obtained by combining normal and reverse rotating periods.

お互い 2 時間ずつ重複してスタッキングをしているので、各々のデータは独立でなく、誤差の伝播でノイズレベルの計算ができないことである。しかし、端の部分を除いて同じ記録が 2 回使われていることになるので、普通に誤差の伝搬によりノイズレベルを計算した後に 2 で割ることにした。

4 時間のスタッキング記録（周波数領域）を基本として長期間のスタッキングを行う。ここまでは速度型地震計記録をフーリエ変換したもののなので、単位は速度のスペクトルとなる。次にスタッキング観測記録を発生力で deconvolution することにより、伝達関数を求める。計算は周波数領域で行ってきているので、単にスタッキング記録を発生力で割れば良い。記録は  $(x, y, z)$  座標系であるが、伝達関数は  $(radial, transverse, z)$  座標系なので、(17) 式に基づいてテンソルの回転を行う。伝達関数の誤差はノイズチャネルから求めた誤差を発生力で割れば求まる。本来はノイズレベルは周波数によって変化するものであるが、アクロスで解析を行っているのは狭帯域なので、ノイズレベルはほぼ一定と考えて計算を実行する。最後に周波数領域の伝達関数を FFT を用い時間領域に戻す。また Gibbs 現象を避けるため、時間領域に戻す際に周波数各端 10% にコサインテーパーをかける。誤差に関しては (30) 式の Parseval の定理より標準偏差  $\sigma$  が求まるので、これを用いる。最終的には地動変位に関する伝達関数を求めるので、1 回積分して速度から変位に変換する。

## 謝辞

一部の図の作成には Wessel and Smith (1995) の Generic Mapping Tool を使用した。

(吉田康宏)

## 参考文献

- Furumoto, M., Y. Ichimori, N. Hayashi, Y. Hiramatsu, and T. Satoh, 2001: Seismic wave velocity changes and stress built-up in the crust of the Kanto-Tokai region, *Geophys. Res. Lett.*, **28**, 3737-3740.
- Ikuta, R., K. Yamaoka, K. Miyakawa, T. Kunitomo, and M. Kumazawa, 2002: Continuous monitoring of propagation velocity of seismic wave using ACROSS, *Geophys. Res. Lett.*, **29**, 10.1029/2001GL013974.
- 熊澤峰夫, 2004: 地殻の能動的監視観測法としてのアクロスの概説, *月刊地球*, 号外 47, 16-25.
- 熊澤峰夫・國友孝洋・横山由紀子・中島崇裕・鶴我佳代子, 2000: アクロス: 理論と技術開発, 及び将来展望, *サイクル機構技報*, **90**, 115-129.
- 熊澤峰夫・武井康子, 1994a: 精密制御音波放射による能動的地下構造常時モニター手法の研究 その 1 目的と原理, *日本地震学会講演予稿集*, B66.
- 熊澤峰夫・武井康子, 1994b: 精密制御音波放射による能動的地下構造常時モニター手法の研究 その 3 波の到達時刻を少数のフーリエ成分から決定する理論, *日本地震学会講演予稿集*, B68.
- 熊澤峰夫・渡辺誠一郎・山岡耕春, 1995: 周波数変調により等間隔離散的な複数の周波数を励起する ACROSS, *日本地震学会講演予稿集*, A17.
- 國友孝洋・熊澤峰夫, 2004: 弾性波アクロスによる地殻構造のアクティブ・モニタリングー東濃鉦山アクロステストサイトでの観測結果ー, *月刊地球*, 号外 47, 86-94.
- 長尾大道・中島崇裕・熊澤峰夫・國友孝洋, 2004: 最適重みつきスタッキング法による最大 SN 比を持つアクロス伝達関数の取得, *月刊地球*, 号外 47, 53-60.
- 武井康子・熊澤峰夫・鈴木和司, 1994: 精密制御音波放射による能動的地下構造常時モニター手法の研究 その 2 精密制御回転震源の設計試作とその評価, *日本地震学会講演予稿集*, B67.

- Wessel, P. and W. H.F. Smith, 1995: New version of the generic mapping tools released, *EOS Trans. Am. Geophys. Union*, **76**, 329.
- Yamaoka, K., T. Kunitomo, K. Miyakawa, K. Kobayashi, and M. Kumazawa, 2001: A trial for monitoring temporal variation of seismic velocity using an ACROSS system, *The Island Arc*, **10**, 336-347.