

1.4 標高補正茂木モデルの有効性と適用範囲

1.4.1 はじめに

火山活動に伴う地殻変動を説明するモデルとして「茂木-山川モデル」(あるいは、単に茂木モデル)が広く用いられてきた。茂木モデルは山川 (1955) によって導出された表面が平坦な半無限媒質の内部に存在する微小な球状圧力源によって地表面で生じる地殻変動を表現する解析解を利用したものであり、茂木 (1957)、Mogi (1958) が桜島の水準測量データ等の解釈に適用したことから、茂木モデルと呼ばれるようになった。近年、GPS などの地殻変動観測機器の高度化や干渉 SAR の技術により火口周辺における地殻変動観測データを取得できるようになり、従来広く用いられてきた地表面が平坦と仮定して求めた解析解を観測データに当てはめるだけでは不十分になってきた。茂木モデルにおける圧力源の深さをその地点の標高を加えた値で置き換えた「標高補正茂木-山川モデル」(以下、標高補正茂木モデル)によって、地表面の起伏の影響を除去しようとする考えは従来から存在していたと思われ、中禮・他 (2002) によって開発が開始された火山用地殻活動解析支援ソフトウェア (本報告, 1.5 節) にはこのモデルが組み込まれている。また、Williams and Wadge (1998, 2000) は、この方法 (Varying-Depth model) や地形をある高度の平面に置き換えた方法 (Reference Elevation model)、高次の地形の影響を考慮した解析解 (Topographical Corrected model) と有限要素法で求められた変位や歪、傾斜との差を評価しており、干渉 SAR データの解析にも用いられるようになってきた (例えば、Wick *et al.*, 2002)。しかしながら、この方法はいまだ、広く利用されているという状況ではない。これは、このような方法によってパラメータ推定がどの程度改善されるのか定かでなかったことも一因と思われる。

坂井・他 (2002) はマグマの貫入などに伴う力源の位置や形状、大きさをより正確に知るために有限要素法 (以下、FEM) を用いた地殻変動シミュレーション (以下、FE 解析と記す) によって円錐地形が存在する場合の地表面変位が標高補正茂木モデルに係数を乗じることでよく説明できることを指摘した。本節では FE 解析により種々の円錐地形、球状圧力源に対する地表面変位を求め、これを観測量と見なして、茂木モデルおよび標高補正茂木モデルを当てはめてパラメータ (圧力源の深さ D 、後述する圧力源の半径や圧力から与えられる茂木モデルの係数 $3a^3\Delta P/4\mu$ に対する変位の拡大率 K) 推定を行い、得られたパラメータと山体の形状等との関係について議論し、標高補正茂木モデルの有効性と適用範囲を明らかにする。また、傾斜データに標高補正茂木モデルを適用する場合の問題点を示すとともに、実地形を用いた FE 解析結果と茂木モデル、標高補正茂木モデルによる計算値との比較により標高補正茂木モデルの適用範囲を示す。

1.4.2 茂木モデルと標高補正茂木モデル

茂木モデルによる地表面における水平変位 U_r (Mogi), 上下変位 U_z (Mogi) は

$$U_r(\text{Mogi}) = \frac{3a^3\Delta P}{4\mu} \frac{r}{(D^2 + r^2)^{3/2}} \quad (1)$$

$$U_z(\text{Mogi}) = \frac{3a^3\Delta P}{4\mu} \frac{D}{(D^2 + r^2)^{3/2}} \quad (2)$$

で与えられる。ここで、 a は圧力源半径、 ΔP は圧力源に加えられた圧力変化量、 μ は剛性率、 D は圧力源の深さ、 r は圧力源から観測点までの水平距離である。 U_z は上向きを正に取っている。この D を観測点 (標高 h) からの深さ $D + h$ で置き換えた

$$U_r(mM) = \frac{3a^3\Delta P}{4\mu} \frac{r}{((D+h)^2 + r^2)^{3/2}} \quad (3)$$

$$U_z(mM) = \frac{3a^3\Delta P}{4\mu} \frac{D+h}{((D+h)^2 + r^2)^{3/2}} \quad (4)$$

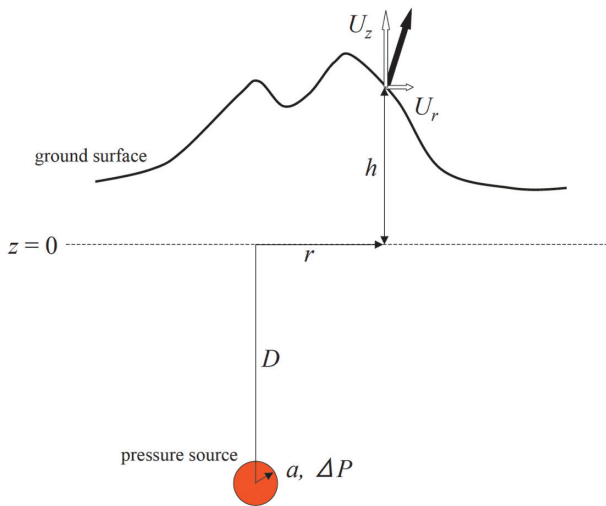


Fig. 1.4.1 Schematic illustration of the modified Mogi (mMogi) model. U_r and U_z indicate horizontal and vertical displacements of the ground surface; D and a indicate depth and radius of the spherical pressure source; r is the horizontal distance between a surface point and a point just above the center of the pressure source. ΔP indicates pressure change at the pressure source, and h indicates the altitude of the ground surface above sea level.

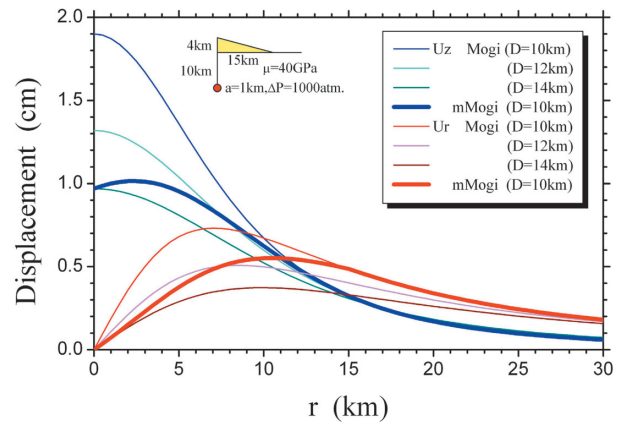


Fig. 1.4.2 Horizontal and vertical displacements of Mogi's solution (thin lines, $D = 10, 12$, and 14 km) and the mMogi's solution (thick line, $D = 10$ km) on a conical topography (conic radius is 15 km and the height is 4 km). $\Delta P = 1.01325 \times 10^8$ Pa, the rigidity of body $\mu = 4 \times 10^{10}$ Pa.

を標高補正茂木モデルと呼ぶ (Fig. 1.4.1)。

Fig. 1.4.2に高さ 4 km, 底面半径が 15 km の円錐が圧力源 ($D = 10$ km, $a = 1$ km, $\Delta P = 1000$ atm = 1.01325×10^8 Pa) 直上にある場合に標高補正茂木モデルで求められる水平, 上下変位とともに, 圧力源深さ $10, 12, 14$ km の茂木モデルによる変位を示す。ここで $\mu = 40$ GPa としている。山体の外側で標高補正茂木モデルの変位は $D = 10$ km の茂木モデルの変位と一致し, $r = 0$ では $D = 14$ km の茂木モデルの変位に一致する。山麓部分の U_z (mM) は $D = 12$ km の茂木モデルの変位に近くなる。茂木モデルでは圧力源直上で U_z が最大となるが, U_z (mM) は山頂ではなく山頂から離れた $r = 2.3$ km で最大値をとる。 U_r (mM) は $r = 10.5$ km で最大値をとるが, U_r (Mogi) が最大となる r は $D/\sqrt{2}$ であり, U_r (mM) が最大となる距離は $D = 14.8$ km の茂木モデルの場合に相当する。 U_r (Mogi) = U_z (Mogi) となる r は D となり, 茂木モデルで変位ベクトルは圧力源の方向を向くが, 標高補正茂木モデルでも $U_z(mM)/U_r(mM) = (D+h)/r$ となり, 変位ベクトルは圧力源方向を向いている。

1.4.3 円錐山体下に球状圧力源がある場合の地表面変位と茂木モデル, 標高補正茂木モデルによる圧力源パラメータ推定値の特徴

1.4.3.1 有限要素モデルの作成

円柱の地表面中心部に種々の高さ H , 底面半径 R を有する円錐山体 (以下, 山体と呼ぶ) を付加した有限要素モデル (以後, 円錐山体付加モデルと記す) を作成した。坂井・他 (2007a, 本報告1.1.1項) によると, 圧力源深さ D と同程度の距離までの変位を 1% の精度で求めるには D の 15 倍程度のモデルサイズで良く, この時 $3D$ の距離では上下変位は 92% の精度で, 水平変位は 99% の精度で求められる。そこで, $D = 10$ km のモデルに対し山頂から 30 km までの結果を用いることを想定し, モデル領域は半径 150 km, 高さ 150 km の円柱とした (一部, 高さを 100 km としたモデルを利用)。圧力源が山頂直下にある場合, 実際の FE 解析には円柱を $1/4$ に切断した 90 度モデルを, 圧力源が山頂からずれた場合は山頂と圧力源を含む面で切断した 180 度モデルを使用し, 切断面には対象境界条件を置いた。圧力源の半径は 1 km を標準とし, その表面を約 100 m, 山頂から 30 km までの地表面は水平方向が 500 m (円錐底面半径が 2 km と小さいモデルでは山体部は 100 m) となるように, この外部の地表面は 5 km, 円柱の底面と側面を約 20 km のサイズで, 四面体十節点要素 (1.1.1項参照) を用いて要素

分割した。圧力源と円錐山体の周囲を半径30km、高さ20kmの小円柱で囲み、その外部の要素サイズを大きくすることで、要素数を10万程度に減らし計算を効率化した。底面、円柱外周の境界条件は完全固定とし、円柱および山体部分の剛性率 μ は40GPa、ポアソン比は0.25、圧力源表面に加わる圧力 ΔP は1000atm (101.325 MPa)とした。有限要素モデルの作成、解析には ANSYS Inc. の ANSYS Ver. 7.0を用いた。

FE 解析を行った山体形状と圧力源の位置、半径、FE 解析で求められた最大変位量と最大値をとる r を Table 1.4.1の FE model 欄に示した。ここで、H4-R15-D10-a1は円錐の高さ4km、底面半径15km、半径1kmの圧力源を山頂直下円柱表面から10kmの深さに置いた円錐山体付加モデルを意味し、圧力源が山頂から5kmずれたモデルを H4-R15-D10-a1-X5のように標記している。a03は半径300m、D1p5は深さ1.5km、Dp2は圧力源が円柱表面の上側2kmにあることを表している。また、H0-R15-D10-a1-X20モデルはH4-R15-D10-a1-X20モデルの山体外と同じ様に要素分割したモデルである。推定されるパラメータと真の値との差を評価するために円錐山体を付加しないモデルの結果も示した。例えば、D2-a1は円柱の表面下2kmに半径1kmの圧力源が存在する山体を付加しないモデルを意味している。また、以下では底面半径15kmのモデルをR15モデル、高さが4kmのモデルをH4モデルというような表現も使用する。Fig. 1.4.3に作成した有限要素モデルの一例として H4-R15-Dp1-a03-X5モデルを示す。

作成した山体の斜度は3.8度から63.4度の範囲であるが、火山における山体斜面の代表的な斜度は例えば、富士山の山頂部で25～30度、標高1000mから2000mで10度前後、浅間山山頂部で20度前後、山麓部で10度前後、三宅島は10～15度、樽前上部で20度、山麓部で数度である。

1.4.3.2 茂木モデル、標高補正茂木モデルによるパラメータ推定

FE 解析によって求められた水平変位 U_r (FEM)、上下変位 U_z (FEM) を観測量として茂木モデル、標高補正茂木モデルへの当てはめを行い、圧力源深さ D と、圧力源の大きさに関連したパラメータ $3a^3\Delta P/4\mu$ を推定する。圧力源の大きさに関連したパラメータはFE解析で与えた a 、 ΔP 、 μ から計算される量に対する「増幅率」 K として推定する。すなわち、茂木モデルおよび標高補正茂木モデルに当てはめる際の観測方程式

$$U_r(FEM) = K_M \frac{3a^3\Delta P}{4\mu} \frac{r}{(D_M^2 + r^2)^{3/2}} + \varepsilon_{r,M} \quad (5)$$

$$U_z(FEM) = K_M \frac{3a^3\Delta P}{4\mu} \frac{D_M}{(D_M^2 + r^2)^{3/2}} + \varepsilon_{z,M} \quad (6)$$

$$U_r(FEM) = K_{mM} \frac{3a^3\Delta P}{4\mu} \frac{r}{((D_{mM}^2 + h)^2 + r^2)^{3/2}} + \varepsilon_{r,mM} \quad (7)$$

$$U_z(FEM) = K_{mM} \frac{3a^3\Delta P}{4\mu} \frac{D_{mM} + h}{((D_{mM} + h)^2 + r^2)^{3/2}} + \varepsilon_{z,mM} \quad (8)$$

において、 U_r (FEM) を観測量として $\Sigma \varepsilon_{r,M}^2$ が最小となる K_M 、 D_M を推定する方法、 U_z (FEM) を観測量として $\Sigma \varepsilon_{z,M}^2$ が最小となるように推定する方法、 $\Sigma (\varepsilon_{r,M}^2 + \varepsilon_{z,M}^2)$ が最小となるように三次元ベクトルとして推定する方法、 U_r (FEM) を観測量として $\Sigma \varepsilon_{r,mM}^2$ が最小となる K_{mM} 、 D_{mM} を推定する方法、 U_z (FEM) を観測量として $\Sigma \varepsilon_{z,mM}^2$ が最小となるように推定する方法、 $\Sigma (\varepsilon_{r,mM}^2 + \varepsilon_{z,mM}^2)$ が最小となるように三次元ベクトルとして推定する方法をとった。また、山頂から30kmまでのデータを使用する場合 ($r=0\sim 30\text{km}$)、山体の倍までの距離の範囲のデータを使用する場合 ($r=0\sim 2R$)、山体上のデータのみを使用する場合 ($r=0\sim R$)、山体外の30kmまでのデータを使用する場合 ($r=R\sim 30\text{km}$) と観測データが存在する領域による違いも検討した。Table 1.4.1に今回作成した円錐山体付加モデルについて種々の方法で推定したパラメータ D 、 K 、FE解析で求められた変位各成分の最大値で正規化した2乗平均誤差 (NRMSE) を示す。なお、円錐山体の底面半径15kmのモデルの場合、 $r=0\sim 30\text{km}$ と $r=0\sim 2R$ は同じものを再掲しており、円錐山体を付加していない D2-a1モデル

Table 1.4.1 Parameters of the FEM model used for this study, calculated maximum displacement. Estimated pressure source parameter (depth D, amplitude K, horizontal position X), for horizontal (U_r), vertical (U_z), and 3D vector (3D vector) displacement.

U _r								r = 0 to 30 km (r = -30 km to 30 km for model 25-31)								
	Conic topography			Pressure source		Maximum value of FEM simulated data		modified Mogi model				Mogi model				
	H km	R km	Slope Angle	D km	X km	a m	U _{max} cm	r(U _{max}) km	D _{nm}	X _{nm}	K _{nm}	NRMSE(%)	D _m	X _m	K _m	NRMSE(%)
FE model																
1 D1p5-a1	0	0		1.5		1000	39.537	0.5	—	—	—	—	1.3		0.93	0.4
2 D2-a1	0	0		2.0		1000	19.615	1.5	—	—	—	—	1.9		0.98	0.2
3 D4-a1	0	0		4.0		1000	4.610	3.0	—	—	—	—	4.0		1.01	0.3
4 D10-a1	0	0		10.0		1000	0.731	7.0	—	—	—	—	10.0		1.00	0.2
5 H1-R15-D10-a1	1	15	3.8	10.0		1000	0.650	8.0	9.9		0.95	0.6	10.8		1.02	1.7
6 H1p5-R15-D10-a1	1.5	15	5.7	10.0		1000	0.615	8.5	9.9		0.94	0.9	11.3		1.04	2.5
7 H2-R15-D10-a1	2	15	7.6	10.0		1000	0.584	8.5	9.9		0.92	1.1	11.8		1.07	3.2
8 H4-R30-D10-a1	4	30	7.6	10.0		1000	0.436	10.5	9.7		0.91	1.6	13.6		1.06	3.5
9 H1-R5-D4-a03	1	5	11.3	4.0		300	0.096	3.6	4.1		0.93	1.5	4.9		1.1	4.3
10 H1-R5-D10-a1	1	5	11.3	10.0		1000	0.704	7.5	10.6		1.05	2.2	10.9		1.08	3.6
11 H2-R10-D10-a1	2	10	11.3	10.0		1000	0.604	8.5	10.5		0.97	1.2	11.9		1.11	3.9
12 H3-R15-D10-a1	3	15	11.3	10.0		1000	0.532	9.5	10.0		0.90	1.7	12.7		1.10	4.7
13 H4-R15-Dp2-a1	4	15	14.9	-2.0		1000	27.543	1.5	-2.1		0.90	1.1	1.8		1.15	3.0
14 H4-R15-D0-a1	4	15	14.9	0.0		1000	6.342	3.0	-0.1		0.88	2.1	3.8		1.16	4.9
15 H4-R15-D1p5-a1	4	15	14.9	1.5		1000	3.319	4.0	1.4		0.88	2.6	5.2		1.14	5.8
16 H4-R15-D2-a1	4	15	14.9	2.0		1000	2.789	4.5	1.9		0.87	2.7	5.7		1.15	6.1
17 H4-R15-D4-a1	4	15	14.9	4.0		1000	1.556	6.0	3.8		0.85	2.8	7.6		1.13	6.7
18 H4-R15-D10-a1	4	15	14.9	10.0		1000	0.488	10.5	10.1		0.87	2.3	13.7		1.15	6.1
19 H5-R15-D10-a1	5	15	18.4	10.0		1000	0.452	11.0	10.3		0.86	2.7	14.8		1.21	7.4
20 H4-R10-D10-a1	4	10	21.8	10.0		1000	0.532	10.5	11.5		1.01	2.5	14.0		1.26	8.0
21 H6-R15-D10-a1	6	15	21.8	10.0		1000	0.423	11.5	10.6		0.86	3.2	15.9		1.28	8.7
22 H7-R15-D10-a1	7	10	25.0	10.0		1000	0.407	12.0	11.0		0.89	3.5	17.0		1.38	9.9
23 H4-R4-D10-a1	4	4	45.0	10.0		1000	0.701	7.5	11.1		1.10	7.4	11.7		1.17	10.8
24 H4-R2-D10-a1	4	2	63.4	10.0		1000	0.727	7.0	10.7		1.07	8.3	11.3		1.15	11.0
25 H0-R15-D10-a1-X20	0	15	0.0	10.0	20	1000	0.729	27.1	—	—	—	—	10.0	20.0	1.00	0.2
26 H4-R15-D10-a1-X0	4	15	14.9	10.0	0	1000	0.488	10.5	10.1	0.0	0.87	2.3	13.7	0.0	1.15	6.1
27 H4-R15-Dp1-a03-X5	4	15	14.9	-1.0	5	300	1.033	6.3	-1.0	5.0	1.03	2.4	1.7	5.0	1.14	5.4
28 H4-R15-D10-a1-X5	4	15	14.9	10.0	5	1000	0.544	14.2	10.0	6.4	0.94	13.4	11.9	6.3	1.04	3.8
29 H4-R15-D10-a1-X10	4	15	14.9	10.0	10	1000	0.676	17.8	10.7	11.2	1.20	14.9	11.2	10.9	1.13	4.5
30 H4-R15-D10-a1-X20	4	15	14.9	10.0	20	1000	0.737	27.2	11.8	19.8	1.48	4.4	10.8	19.0	1.14	4.0
31 H4-R4-D10-a1-X2	4	4	45.0	10.0	2	1000	0.714	3.3	9.3	3.5	0.90	12.3	10.1	3.2	0.98	9.8

U _z								r = 0 to 30 km (r = -30 km to 30 km for model 25-31)								
	Conic topography			Pressure source		Maximum value of FEM simulated data		modified Mogi model				Mogi model				
	H km	R km	Slope Angle	D km	X km	a m	U _{max} cm	r(U _{max}) km	D _{nm}	X _{nm}	K _{nm}	NRMSE(%)	D _m	X _m	K _m	NRMSE(%)
FE model																
1 D1p5-a1	0	0		1.5		1000	127.280	0.0	—	—	—	—	1.2		0.96	0.6
2 D2-a1	0	0		2.0		1000	48.865	0.0	—	—	—	—	1.9		1.03	0.1
3 D4-a1	0	0		4.0		1000	12.085	0.0	—	—	—	—	4.0		1.01	0.1
4 D10-a1	0	0		10.0		1000	1.897	0.0	—	—	—	—	9.9		0.98	0.2
5 H1-R15-D10-a1	1	15	3.8	10.0		1000	1.611	0.5	9.9		1.00	0.2	10.9		1.03	0.9
6 H1p5-R15-D10-a1	1.5	15	5.7	10.0		1000	1.495	0.5	9.8		1.00	0.3	11.3		1.04	1.3
7 H2-R15-D10-a1	2	15	7.6	10.0		1000	1.392	1.0	9.7		0.99	0.3	11.8		1.06	1.8
8 H4-R30-D10-a1	4	30	7.6	10.0		1000	1.028	1.0	9.8		1.02	0.3	13.7		1.06	1.6
9 H1-R5-D4-a03	1	5	11.3	4.0		300	0.223	0.9	3.9		1.01	0.4	4.9		1.10	2.5
10 H1-R5-D10-a1	1	5	11.3	10.0		1000	1.666	10.0	9.7		0.97	0.5	10.7		1.05	1.7
11 H2-R10-D10-a1	2	10	11.3	10.0		1000	1.426	1.0	9.6		0.98	0.4	11.7		1.08	2.4
12 H3-R15-D10-a1	3	15	11.3	10.0		1000	1.224	1.5	9.7		1.01	0.4	12.7		1.10	2.7
13 H4-R15-Dp2-a1	4	15	14.9	-2.0		1000	64.644	0.0	-2.1		1.18	0.7	1.9		1.29	1.6
14 H4-R15-D0-a1	4	15	14.9	0.0		1000	13.879	0.5	-0.1		1.07	0.6	3.9		1.18	2.4
15 H4-R15-D1p5-a1	4	15	14.9	1.5		1000	7.222	0.5	1.4		1.06	0.6	5.3		1.14	2.8
16 H4-R15-D2-a1	4	15	14.9	2.0		1000	6.059	1.0	1.9		1.06	0.6	5.8		1.15	2.9
17 H4-R15-D4-a1	4	15	14.9	4.0		1000	3.392	1.0	3.9		1.06	0.5	7.7		1.13	3.3
18 H4-R15-D10-a1	4	15	14.9	10.0		1000	1.093	2.0	9.6		1.02	0.6	13.5		1.12	3.6
19 H5-R15-D10-a1	5	15	18.4	10.0		1000	0.991	2.5	9.4		1.01	0.9	14.4		1.16	4.6
20 H4-R10-D10-a1	4	10	21.8	10.0		1000	1.175	2.5	9.3		1.00	1.2	13.1		1.15	4.8
21 H6-R15-D10-a1	6	15	21.8	10.0		1000	0.909	3.0	9.4		1.04	1.2	15.2		1.20	5.5
22 H7-R15-D10-a1	7	10	25.0	10.0		1000	0.864	3.0	9.2		1.06	1.6	15.9		1.25	6.4
23 H4-R4-D10-a1	4	4	45.0	10.0		1000	1.585	3.5	8.7		0.92	5.5	11.2		1.09	3.9
24 H4-R2-D10-a1	4	2	63.4	10.0		1000	1.810	1.9	9.4		1.05	10.7	10.5		1.04	2.2
25 H0-R15-D10-a1-X20	0	15	0.0	10.0	20	1000	1.896	20.0	—	—	—	—	9.9	20.0	0.98	1.8
26 H4-R15-D10-a1-X0	4	15	14.9	10.0	0	1000	1.093	2.0	9.6	0.0	1.02	0.6	13.5	0.0	1.12	3.6
27 H4-R15-Dp1-a03-X5	4	15	14.9	-1.0	5	300	2.033	5.2	-1.0	5.0	1.04	2.2	1.5	5.2	0.90	1.3
28 H4-R15-D10-a1-X5	4	15	14.9	10.0	5	1000	1.305	6.9	9.6	4.9	1.00	0.6	12.2	6.0	1.02	2.8
29 H4-R15-D10-a1-X10	4	15	14.9	10.0	10	1000	1.580	11.7	9.8	9.7	1.00	0.7	10.7	11.0	0.94	2.0
30 H4-R15-D10-a1-X20	4	15	14.9	10.0	20	1000	1.880	20.0	9.9	20.1	0.97	0.5	9.8	20.1	0.95	0.7
31 H4-R4-D10-a1-X2	4	4	45.0	10.0	2	1000	1.822	3.9	9.0	1.6	0.94	4.3	10.6	2.4	1.01	3.1

3D vector								r = 0 to 30 km (r = -30 km to 30 km for model 25-31)								
	Conic topography			Pressure source		Maximum value of FEM simulated data		modified Mogi model				Mogi model				
	H km	R km	Slope Angle	D km	X km	a m	U _{max} cm	r(U _{max}) km	D _{nm}	X _{nm}	K _{nm}	NRMSE(%)	D _m	X _m	K _m	NRMSE(%)
FE model																
1 D1p5-a1	0	0		1.5		1000	127.2800	0.0	—	—	—	—	1.3		1.03	1.3
2 D2-a1	0	0		2.0		1000	55.5350	0.0	—	—	—	—	1.9		1.03	0.6
3 D4-a1	0	0		4.0		1000	12.0850	0.0	—	—	—	—	4.0		1.01	0.2
4 D10-a1	0	0		10.0		1000	1.8969	0.0	—	—	—	—	10.0		0.98	0.2
5 H1-R15-D10-a1	1	15	3.8	10.0		1000	1.612	0.0	9.9		0.99	1.2	10.9		1.03	1.1
6 H1p5-R15-D10-a1	1.5	15	5.7	10.0		1000	1.496	0.5	9.9		0.99	1.9	11.3		1.04	1.7
7 H2-R15-D10-a1	2	15	7.6	10.0		1000	1.397	1.5	9.8		0.98	2.6	11.8		1.06	2.3
8 H4-R30-D10-a1	4	30	7.6	10.0		1000	1.034	1.5	9.8		0.99	2.0	13.6		1.05	2.2
9 H1-R5-D4-a03	1	5	11.3	4.0		300	0.2234	0.6	4.0		1.00	4.0	4.9		1.10	3.1
10 H1-R5-D10-a1	1	5	11.3	10.0												

Table 1.4.1 continued.

U _r	r = 0 to 2R (r = -2R to 2R for model 25-31)								r = 0 to R (r = -R to R for model 25-31)								
	modified Mogi model				Mogi model				modified Mogi model				Mogi model				
	D _{rM}	X _{rM}	K _{rM}	NRMSE(%)	D _M	X _M	K _M	NRMSE(%)	D _{rM}	X _{rM}	K _{rM}	NRMSE(%)	D _M	X _M	K _M	NRMSE(%)	
1	D1p5-a1	-	-	-	-	1.3	0.93	0.4	-	-	-	-	-	1.3	0.93	0.5	
2	D2-a1	-	-	-	-	1.9	0.98	0.2	-	-	-	-	-	1.9	0.98	0.3	
3	D4-a1	-	-	-	-	4.0	1.01	0.3	-	-	-	-	-	4.0	1.01	0.4	
4	D10-a1	-	-	-	-	10.0	1.00	0.2	-	-	-	-	-	10.0	1.00	0.1	
5	H1-R15-D10-a1	9.9	-	0.95	0.6	10.8	1.02	1.7	10.0	0.97	0.7	11.2	-	11.0	1.5		
6	H1p5-R15-D10-a1	9.9	-	0.94	0.9	11.3	1.04	2.5	9.9	0.94	1.1	11.9	-	1.16	2.2		
7	H2-R15-D10-a1	9.9	-	0.92	1.1	11.8	1.07	3.2	10.0	0.94	1.5	12.6	-	1.23	2.8		
8	H4-R30-D10-a1	9.7	-	0.91	1.6	13.6	1.06	3.5	9.9	0.94	1.5	14.2	-	1.16	3.3		
9	H1-R5-D4-a03	4.1	-	0.93	1.7	5.0	1.14	4.4	4.1	0.93	2.1	5.6	-	1.48	3.8		
10	H1-R5-D10-a1	11.8	-	1.33	0.2	12.7	1.55	4.0	18.0	4.16	1.5	22.8	-	7.92	2.1		
11	H2-R10-D10-a1	10.5	-	0.97	1.5	12.3	1.19	4.1	10.4	0.95	2.0	14.6	-	1.80	3.2		
12	H3-R15-D10-a1	10.0	-	0.90	1.7	12.7	1.10	4.7	10.0	0.90	2.2	14.3	-	1.43	4.1		
13	H4-R15-Dp2-a1	-2.1	-	0.90	1.1	1.8	1.15	3.0	-2.1	0.90	1.4	1.8	-	1.15	4.1		
14	H4-R15-D0-a1	-0.1	-	0.88	2.1	3.8	1.16	4.9	0.0	0.91	2.3	3.9	-	1.22	5.9		
15	H4-R15-D1p5-a1	1.4	-	0.88	2.6	5.2	1.14	5.8	1.5	0.91	2.6	5.5	-	1.27	6.5		
16	H4-R15-D2-a1	1.9	-	0.87	2.7	5.7	1.15	6.1	2.0	0.91	2.8	6.0	-	1.27	6.6		
17	H4-R15-D4-a1	3.8	-	0.85	2.8	7.6	1.13	6.7	4.0	0.90	3.0	8.2	-	1.32	6.6		
18	H4-R15-D10-a1	10.1	-	0.87	2.3	13.7	1.15	6.1	10.2	0.89	2.9	16.2	-	1.68	5.3		
19	H5-R15-D10-a1	10.3	-	0.86	2.7	14.8	1.21	7.4	10.4	0.88	3.6	18.8	-	2.12	6.4		
20	H4-R10-D10-a1	11.8	-	1.06	2.8	15.1	1.49	8.2	12.1	1.11	3.7	>30.0	9.28	-	5.5		
21	H6-R15-D10-a1	10.6	-	0.86	3.2	15.9	1.28	8.7	10.8	0.89	4.2	22.2	-	2.86	7.3		
22	H7-R15-D10-a1	11.0	-	0.89	3.5	17.0	1.38	9.9	11.2	0.92	4.8	27.4	-	4.54	8.0		
23	H4-R4-D10-a1	17.4	-	3.34	12.1	20.4	4.98	15.6	-	-	-	-	-	-	-		
24	H4-R2-D10-a1	10.0	-	0.72	12.5	>25.0	>9.0	15.4	-	-	-	-	-	-	-		
25	H0-R15-D10-a1-X20	-	-	-	-	10.0	20.0	1.00	0.2	-	-	-	-	10.0	20.0	1.00	0.1
26	H4-R15-D10-a1-X0	10.1	0.0	0.87	2.3	13.7	0.0	1.15	6.1	10.2	0.0	0.89	2.9	12.0	0.0	0.90	11.9
27	H4-R15-Dp1-a03-X5	-1.0	5.0	1.03	2.4	1.7	5.0	1.14	5.4	-1.0	5.0	1.03	3.3	1.7	5.0	1.14	7.5
28	H4-R15-D10-a1-X5	10.0	6.4	0.94	13.4	11.9	6.3	1.04	3.8	11.6	7.2	1.36	13.2	12.6	6.4	1.18	2.9
29	H4-R15-D10-a1-X10	10.7	11.2	1.20	14.9	11.2	10.9	1.13	4.5	11.1	11.6	1.61	9.9	12.0	11.1	1.31	2.7
30	H4-R15-D10-a1-X20	11.8	19.8	1.48	4.4	10.8	19.0	1.14	4.0	11.8	19.3	1.52	3.5	13.9	23.4	1.78	2.3
31	H4-R4-D10-a1-X2	7.4	4.0	0.64	19.0	8.6	3.4	0.68	16.8	4.5	4.0	0.30	19.5	6.5	4.0	0.30	7.8

U _z	r = 0 to 2R (r = -2R to 2R for model 25-31)								r = 0 to R (r = -R to R for model 25-31)								
	modified Mogi model				Mogi model				modified Mogi model				Mogi model				
	D _{rM}	X _{rM}	K _{rM}	NRMSE(%)	D _M	X _M	K _M	NRMSE(%)	D _{rM}	X _{rM}	K _{rM}	NRMSE(%)	D _M	X _M	K _M	NRMSE(%)	
1	D1p5-a1	-	-	-	-	1.2	0.96	0.6	-	-	-	-	-	1.2	0.96	0.8	
2	D2-a1	-	-	-	-	1.9	1.03	0.1	-	-	-	-	-	1.9	1.03	0.1	
3	D4-a1	-	-	-	-	4.0	1.01	0.1	-	-	-	-	-	4.0	1.01	0.2	
4	D10-a1	-	-	-	-	9.9	0.98	0.2	-	-	-	-	-	9.9	0.98	0.2	
5	H1-R15-D10-a1	9.9	-	1.00	0.2	10.9	1.03	0.9	9.9	1.00	0.2	11.1	-	11.0	1.06	0.9	
6	H1p5-R15-D10-a1	9.8	-	1.00	0.3	11.3	1.04	1.3	9.8	1.00	0.3	11.5	-	11.0	1.07	1.3	
7	H2-R15-D10-a1	9.7	-	0.99	0.3	11.8	1.06	1.8	9.7	0.99	0.4	12.1	-	11.1	1.18	1.8	
8	H4-R30-D10-a1	9.8	-	1.02	0.3	13.7	1.06	1.6	9.8	1.02	0.3	13.8	-	11.0	1.07	2.0	
9	H1-R5-D4-a03	3.9	-	1.01	0.5	4.9	1.10	2.7	3.9	1.01	0.6	5.2	-	1.22	2.3		
10	H1-R5-D10-a1	9.7	-	0.97	0.7	11.1	1.12	2.2	9.4	0.92	0.6	13.6	-	1.64	1.0		
11	H2-R10-D10-a1	9.6	-	0.98	0.4	11.8	1.10	2.7	9.6	0.98	0.6	12.8	-	1.27	2.1		
12	H3-R15-D10-a1	9.7	-	1.01	0.4	12.7	1.10	2.7	9.7	1.01	0.5	13.3	-	1.19	2.6		
13	H4-R15-Dp2-a1	-2.1	-	1.18	0.7	1.9	1.29	1.6	-2.1	1.18	1.0	1.9	-	1.29	2.3		
14	H4-R15-D0-a1	-0.1	-	1.07	0.6	3.9	1.18	2.4	-0.1	1.07	0.8	3.9	-	1.10	3.3		
15	H4-R15-D1p5-a1	1.4	-	1.06	0.6	5.3	1.14	2.8	1.4	1.06	0.8	5.4	-	1.18	3.8		
16	H4-R15-D2-a1	1.9	-	1.06	0.6	5.8	1.15	2.9	1.9	1.06	0.8	5.9	-	1.18	3.9		
17	H4-R15-D4-a1	3.9	-	1.06	0.5	7.7	1.13	3.3	3.9	1.06	0.8	7.9	-	1.18	4.0		
18	H4-R15-D10-a1	9.6	-	1.02	0.6	13.5	1.12	3.6	9.6	1.02	0.8	14.5	-	1.27	3.4		
19	H5-R15-D10-a1	9.4	-	1.01	0.9	14.4	1.16	4.6	9.4	1.01	1.2	15.8	-	1.37	4.1		
20	H4-R10-D10-a1	9.2	-	0.99	1.4	13.5	1.21	5.4	9.0	0.96	1.9	16.6	-	1.76	3.6		
21	H6-R15-D10-a1	9.4	-	1.04	1.2	15.2	1.20	5.5	9.3	1.02	1.7	22.2	-	2.86	3.4		
22	H7-R15-D10-a1	9.2	-	1.06	1.6	15.9	1.25	6.4	9.2	1.06	2.3	18.8	-	1.68	5.3		
23	H4-R4-D10-a1	7.6	-	0.77	10.0	13.3	1.48	5.5	-	-	-	-	-	-	-		
24	H4-R2-D10-a1	>25.0	6.40	-	9.2	16.0	2.36	2.5	-	-	-	-	-	-	-		
25	H0-R15-D10-a1-X20	-	-	-	-	9.9	20.0	0.98	1.8	-	-	-	-	9.8	19.5	0.91	0.1
26	H4-R15-D10-a1-X0	9.6	0.0	1.02	0.6	13.5	0.0	1.12	3.6	9.6	0.0	1.02	0.8	12.0	0.0	0.94	7.3
27	H4-R15-Dp1-a03-X5	-1.0	5.0	1.04	0.2	1.5	5.2	0.90	1.3	-1.0	5.0	1.04	0.3	1.5	5.2	0.90	1.8
28	H4-R15-D10-a1-X5	9.6	4.9	1.00	0.6	12.2	6.0	1.02	2.8	9.6	4.8	1.00	0.9	13.2	6.4	1.18	2.3
29	H4-R15-D10-a1-X10	9.8	9.7	1.00	0.7	10.7	11.0	0.94	2.0	9.8	9.7	1.00	0.7	10.7	11.0	0.94	0.6
30	H4-R15-D10-a1-X20	10.1	19.0	0.87	0.4	9.9	23.0	1.43	0.7	10.2	19.2	0.90	0.4	10.0	22.8	1.40	0.6
31	H4-R4-D10-a1-X2	8.2	1.4	0.82	7.8	12.6	3.0	1.38	4.4	19.0	7.0	3.95	4.9	19.0	8.0	3.55	2.8

3D vector	r = 0 to 2R (r = -2R to 2R for model 25-31)								r = 0 to R (r = -R to R for model 25-31)							
	modified Mogi model				Mogi model				modified Mogi model				Mogi model			
	D _{rM}	X _{rM}	K _{rM}	NRMSE(%)	D _M	X _M	K _M	NRMSE(%)	D _{rM}	X _{rM}	K _{rM}	NRMSE(%)	D _M	X _M	K _M	NRMSE(%)
1	D1p5-a1	-	-	-	-	1.3	1.03	1.3	-	-	-	-	-	1.3	1.06	1.86934
2	D2-a1	-	-	-	-	1.9	1.03	0.6	-	-	-	-	-	1.9	1.01	0.64806
3	D4-a1	-	-	-	-	4.0	1.01	0.2	-	-	-	-	-	4.0	1.01	0.24692
4	D10-a1	-	-	-	-	10.0	0.98	0.2	-	-	-	-	-	9.9	0.98	0.23512
5	H1-R15-D10-a1	9.9	-	0.99	1.2	10.9	1.03	1.1	10.0	1.01	1.5	11.0	-	11.0	1.05	1.2
6	H1p5-R15-D10-a1	9.9	-	0.99	1.9	11.3	1.04	1.7	10.0	1.01	0.2	11.6	-	1.09	1.8	
7	H2-R15-D10-a1	9.8	-	0.98	2.6	11.8	1.06	2.3	10.0	1.01	3.1	12.2	-	1.13	2.4	
8	H4-R30-D10-a1	9.8	-	0.99	2.0	13.6	1.05	2.2	9.9	1.00	2.5	13.9	-	1.09	2.6	
9	H1-R5-D4-a03	4.0	-	1.00	4.3	4.9	1.10	3.3	42.0	1.08	5.0	5.2	-	1.22	3.2	
10	H1-R5-D10-a1	10.0	-	1.00	2.2	10.7	1.05	2.3	11.6	1.32	3.3	12.6	-	1.42	2.2	
11	H2-R10-D10-a1	10.1	-	1.01	4.4	12.0	1.13	3.3	10.7	1.12	4.0	12.6	-	1.27	2.9	
12	H3-R15-D10-a1	9.9	-	0.99	4.2	1										

Table 1.4.1 continued.

U _r	FE model	r = R to 30 km (r = -30 km to -R and, R to 30 km for model 25-31) Mogi model			
		D _M	X _M	K _M	NRMSE(%)
1	D1p5-a1	1.0		0.97	0.0
2	D2-a1	1.6		0.98	0.0
3	D4-a1	3.9		0.99	0.0
4	D10-a1	9.8		0.98	0.1
5	H1-R15-D10-a1	10.1		0.96	0.1
6	H1p5-R15-D10-a1	10.4		0.96	0.1
7	H2-R15-D10-a1	10.5		0.95	0.1
8	H4-R30-D10-a1	7.5		0.82	0.1
9	H1-R5-D4-a03	4.3		0.96	0.3
10	H1-R5-D10-a1	10.3		1.01	0.9
11	H2-R10-D10-a1	10.7		0.99	0.6
12	H3-R15-D10-a1	10.9		0.94	0.2
13	H4-R15-Dp2-a1	0.0		0.48	0.1
14	H4-R15-D0-a1	0.0		0.64	0.2
15	H4-R15-D1p5-a1	0.0		0.70	0.2
16	H4-R15-D2-a1	0.0		0.71	0.2
17	H4-R15-D4-a1	3.8		0.77	0.1
18	H4-R15-D10-a1	11.2		0.93	0.3
19	H5-R15-D10-a1	11.4		0.92	0.4
20	H4-R10-D10-a1	11.3		1.00	1.2
21	H6-R15-D10-a1	11.9		0.93	0.6
22	H7-R15-D10-a1	12.1		0.95	0.7
23	H4-R4-D10-a1	10.6		1.04	2.8
24	H4-R2-D10-a1	10.2		1.02	1.9
25	H0-R15-D10-a1-X20	10.0	20.0	1.00	0.4
26	H4-R15-D10-a1-X0	11.2	0.0	0.93	0.3
27	H4-R15-Dp1-a03-X5	0.1	6.3	0.54	0.0
28	H4-R15-D10-a1-X5	10.9	7.3	0.79	0.3
29	H4-R15-D10-a1-X10	9.6	11.2	0.85	0.7
30	H4-R15-D10-a1-X20	10.4	19.8	1.09	1.5
31	H4-R4-D10-a1-X2	9.6	2.7	0.91	1.8

U _z	FE model	r = R to 30 km (r = -30 km to -R and, R to 30 km for model 25-31) Mogi model			
		D _M	X _M	K _M	NRMSE(%)
1	D1p5-a1	0.2		6.31	0.0
2	D2-a1	0.3		5.83	0.0
3	D4-a1	0.6		5.85	0.0
4	D10-a1	9.2		1.00	0.0
5	H1-R15-D10-a1	9.9		1.00	0.1
6	H1p5-R15-D10-a1	9.3		1.00	0.1
7	H2-R15-D10-a1	9.2		1.01	0.1
8	H4-R30-D10-a1	1.0		7.98	0.1
9	H1-R5-D4-a03	3.8		1.00	0.1
10	H1-R5-D10-a1	9.8		0.98	0.2
11	H2-R10-D10-a1	9.7		0.99	0.1
12	H3-R15-D10-a1	9.1		1.02	0.1
13	H4-R15-Dp2-a1	-0.6		1.49	0.0
14	H4-R15-D0-a1	11.0		0.51	0.0
15	H4-R15-D1p5-a1	1.3		1.44	0.0
16	H4-R15-D2-a1	1.6		1.45	0.0
17	H4-R15-D4-a1	2.5		1.60	0.0
18	H4-R15-D10-a1	9.0		1.03	0.1
19	H5-R15-D10-a1	9.0		1.04	0.1
20	H4-R10-D10-a1	9.5		1.00	0.1
21	H6-R15-D10-a1	8.5		1.06	0.1
22	H7-R15-D10-a1	8.6		1.11	0.1
23	H4-R4-D10-a1	9.8		0.98	0.2
24	H4-R2-D10-a1	9.9		0.98	0.2
25	H0-R15-D10-a1-X20	9.9	20.0	0.98	0.2
26	H4-R15-D10-a1-X0	9.0	0.0	1.03	0.1
27	H4-R15-Dp1-a03-X5	-0.6	3.9	1.89	0.0
28	H4-R15-D10-a1-X5	9.8	5.6	0.91	0.1
29	H4-R15-D10-a1-X10	9.9	9.9	0.99	0.1
30	H4-R15-D10-a1-X20	9.8	20.1	0.95	0.3
31	H4-R4-D10-a1-X2	9.8	2.0	0.97	0.2

3D vector	FE model	r = R to 30 km (r = -30 km to -R and, R to 30 km for model 25-31) Mogi model			
		D _M	X _M	K _M	NRMSE(%)
1	D1p5-a1	1.3		0.97	0.00258
2	D2-a1	1.8		0.98	0.00616
3	D4-a1	3.8		0.98	0.02524
4	D10-a1	9.8		0.98	0.10227
5	H1-R15-D10-a1	10.2		0.97	0.2
6	H1p5-R15-D10-a1	10.4		0.96	0.2
7	H2-R15-D10-a1	10.7		0.96	0.3
8	H4-R30-D10-a1	10.2		0.86	0.2
9	H1-R5-D4-a03	4.4		0.98	0.6
10	H1-R5-D10-a1	10.6		1.05	0.9
11	H2-R10-D10-a1	10.6		0.99	0.7
12	H3-R15-D10-a1	11.0		0.95	0.5
13	H4-R15-Dp2-a1	-1.7		0.49	0.0
14	H4-R15-D0-a1	0.8		0.64	0.1
15	H4-R15-D1p5-a1	2.6		0.72	0.1
16	H4-R15-D2-a1	3.1		0.74	0.2
17	H4-R15-D4-a1	5.4		0.82	0.2
18	H4-R15-D10-a1	11.2		0.93	0.1
19	H5-R15-D10-a1	11.9		0.96	0.9
20	H4-R10-D10-a1	11.3		1.00	0.6
21	H6-R15-D10-a1	12.2		0.96	1.2
22	H7-R15-D10-a1	12.6		0.99	1.5
23	H4-R4-D10-a1	10.3		1.02	1.8
24	H4-R2-D10-a1	10.0		0.99	1.0
25	H0-R15-D10-a1-X20	9.9	20.0	0.98	0.2
26	H4-R15-D10-a1-X0	11.4	0.0	0.95	0.7
27	H4-R15-Dp1-a03-X5	-1.1	6.4	0.54	0.0
28	H4-R15-D10-a1-X5	10.4	6.3	0.84	0.5
29	H4-R15-D10-a1-X10	9.8	10.7	0.88	0.9
30	H4-R15-D10-a1-X20	10.0	19.9	0.99	1.3
31	H4-R4-D10-a1-X2	9.7	2.5	0.91	1.1

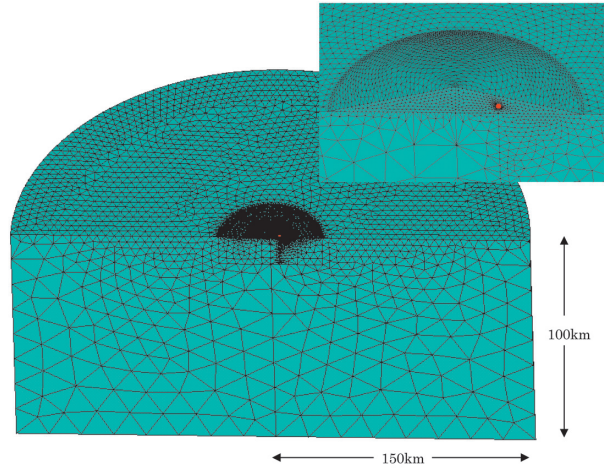


Fig. 1.4.3 Example of a 3D FE model of a conical volcanic topography on a cylinder. The conic radius (R) is 15 km and the height (H) is 4 km. The radius of the cylinder is 150 km and the height is 100 km. The red circle denotes a pressure source of which the depth (D) is -1 km (1 km above the top surface of the cylinder), the horizontal shift from the summit of the cone is 5 km, the radius (a) is 0.3 km, and the pressure load (ΔP) is 1000 atm. The boundary conditions on the bottom and lateral surface of the cylinder are fixed, and the radius section is symmetric. The rigidity of the medium (μ) is 40 GPa, and the poisson ration is 0.25. The mesh size on the horizontal conic surface is 500 m; the mesh size of the surface of the pressure source is about 50 m; and the mesh size on the outer side of the cylinder is about 20 km. This model is called the H4-R15-Dp 1-a03-X5 model.

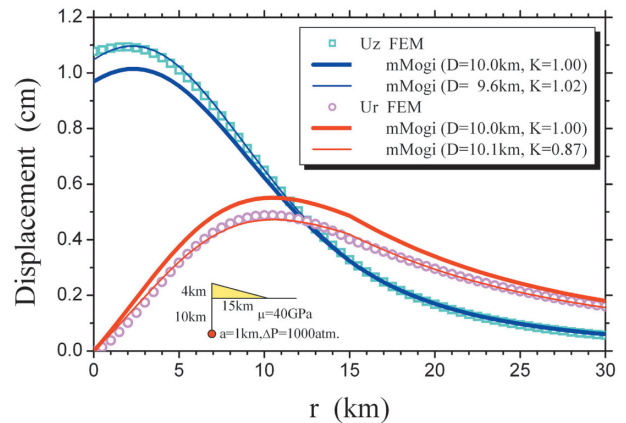


Fig. 1.4.4 Example of displacement calculated by the FEM for a conical volcanic topography on a cylinder ($H = 4$ km, $R = 15$ km), on a 150 km cylinder (H4-R15-D10-a1 model), and fitting curves for the mMogi model (thin line) and the mMogi model for $D = 10$ km (thick line).

のような山体を付加しないモデルでは $R=15\text{km}$ とし、圧力源が山頂から外れたものは、 r が負の領域のデータも使用した。

山体を付加しないモデルの推定結果を見ると、圧力源が 2km よりも深ければ深さは 0.1km 、 K は 2% の精度で推定できている。 $D=1.5\text{km}$ の場合、差はやや大きくなっている。これは坂井・他（2007b, 本報告1.3.3項）で述べたように深さに比して圧力源が大きい場合、茂木モデルで与えられる変位よりも大きくなるためである。山体外の上下変位を用いて推定すると $D=4\text{km}$ 以下で非常に浅く、 K が 5 以上の値となってしまう。これは1.1.1項で述べたように、FE解析による U_z の誤算が遠方で大きくなるためである。従って、Table 1.4.1において $D=4\text{km}$ 以下のモデルにおいて、 U_z の $r=R\sim 30\text{km}$ のデータを用いて推定した結果を利用する場合、注意が必要である。

Fig. 1.4.4に H4-R15-D10-a1 モデルに対して FE 解析で求められた U_r 、 U_z （中空きの印）と $D=10\text{km}$ の標高補正茂木モデルによる変位（太線）、 U_r 、 U_z 各成分のデータに対して求めた最適な D 、 K を用いた標高補正茂木モデルの変位分布（細線）を示す。標高補正茂木モデルの U_r は U_r （FEM）よりも大きく、 U_z は U_z （FEM）よりも小さくなっている。標高補正茂木モデルでは観測点標高より下に一様に物質があるとしているが、実際は一部にしか山体は存在せず、過剰に補正されたものとなっている。このため U_z （FEM）は標高補正茂木モデルの U_z より大きくなる。 U_r （FEM）が標高補正茂木モデルの U_r より小さくなることは1.2.1項で述べた急峻な山体の場合、水平変位がほとんど生じないことと同じ理由で考えられる。すなわち、山体斜面が立っているほど水平変位が生じにくくなるためである。実際、圧力源からの水平方向、鉛直方向の距離が等しくなる、H4-R30-D10-a1 モデル（斜面傾斜 7.6° ）および H6-R15-D10-a1 モデル（斜面傾斜 21.8° ）の $r=7.5\text{km}$ における U_r はそれぞれ 0.404 、 0.389cm であり、斜面が急な方が、 U_r が小さくなっている。なお、この位置における U_z は各々、 0.755 、 0.790cm と斜面が緩やかな方が小さくなっている。これは山体が大きいほど地表面の変形が抑えられることに起因している。最適な D 、 K を用いた変位曲線は FE 解析値を良く表現しており、 U_z からは圧力源が浅めで、 K はほぼ正しい大きさに、 U_r からは圧力源の深さはほぼ正しく、 K は小さ目に求められている。

Fig. 1.4.5～1.4.7にいくつかのモデルについて FE 解析で得られた変位（中空きの印）と $r=0\sim 30\text{km}$ の FE 計算結果に標高補正茂木モデル（図中 mM、太線）、茂木モデル（灰色線）を当てはめた変位分布を示す。Fig. 1.4.5 は円錐山体の底面半径が同じで高さが異なる場合、Fig. 1.4.6 は山体の高さが同じで、底面半径が異なる場合、Fig. 1.4.7 は H4-R15 モデルに対して圧力源の深さが異なる場合の結果をまとめたものである。山体がゆるやかな場合、標高補正茂木モデルで FE 解析結果を良く表現できているが、H4-R2、H4-R4 モデルのように急峻な山体の場合、山体だけでなく、山体の外部においても標高補正茂木モデルでは表現できない変位を示す。Fig. 1.4.7 の $D=-2\text{km}$ のケース（H4-R15-Dp2-a1 モデル）のように圧力源が山体内にある場合、圧力源よりも下にある山麓部より外側の領域で下向きの変位を示す。

1.4.3.3 斜面傾斜の影響

Fig. 1.4.8は $H=1\sim 7\text{km}$ 、 $R=15\text{km}$ の円錐山体付加モデルの山頂直下 $D=10\text{km}$ に球状圧力源がある場合の変位を FE 解析で求め、これを観測量として茂木モデルおよび標高補正茂木モデルによって推定した D 、 K と山体斜面の傾きとの関係を観測量として使用する変位成分、使用するデータ範囲とに区分して示した図である。Fig. 1.4.8(a) は U_r を観測量として推定した圧力源深さである。山頂から $2R$ までの距離のデータに対して標高補正茂木モデルで推定したものを黒丸印で、茂木モデルによる推定値を赤四角印で、山体部分（ $r=0\sim R$ ）のみのデータを使用して標高補正茂木モデルで推定したものを中空き黒丸印で（この図では黒丸と重なって白丸で表示されている）、茂木モデルで推定したものを中空き赤四角印で、山体外のデータ（ $r=R\sim 2R$ ）のみを使用して茂木モデルで推定したものを赤三角印で示している。言うまでもないが、山体外のデータでは標高補正茂木モデルによる推定は行えない。赤線は山頂から与えた圧力源までの距離である。山体内外のデータを使って茂木モデルで推定した圧力源の深さは山頂からの深さに見なせば、真の深さに決まることが分かる。しかし、山体

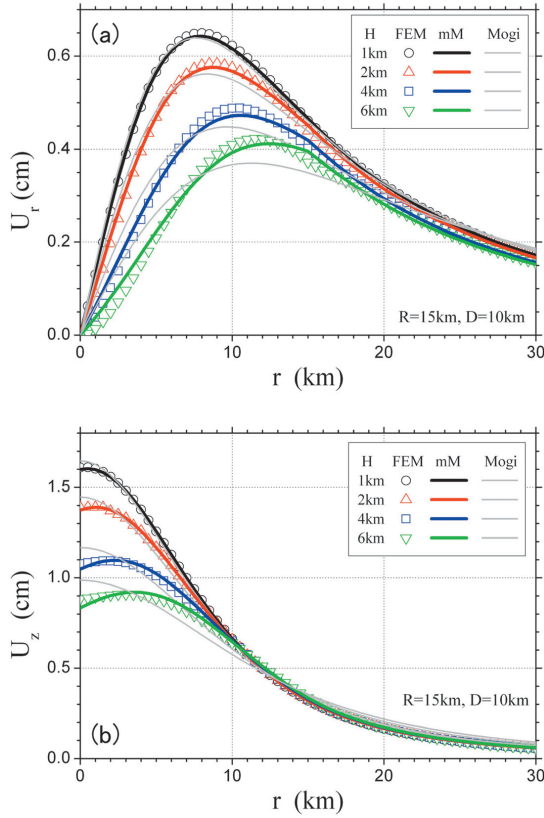


Fig. 1.4.5 FEM-simulated displacements on conical topography ($R = 15$ km, $H = 1, 2, 4$, and 6 km) for a spherical pressure source ($D = 10$ km, $a = 1$ km, $\Delta P = 1.01325 \times 10^8$ Pa) and the fitting curves for the mMogi and Mogi models. (a) Horizontal displacements. (b) Vertical displacements.

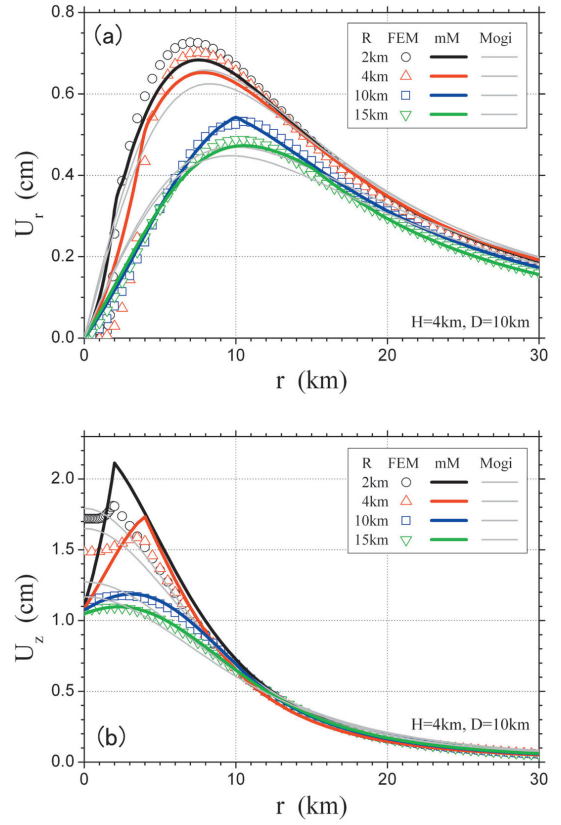


Fig. 1.4.6 Same as Fig. 1.4.5 except for the topographic parameters ($H = 4$ km, $R = 2, 4, 10$, and 15 km).

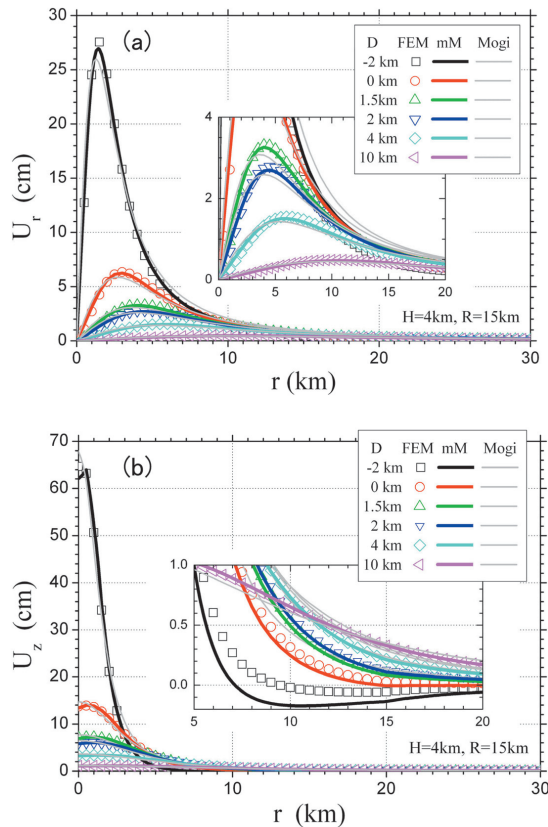


Fig. 1.4.7 FEM-simulated displacements on the conical topography ($R = 15$ km, $H = 4$ km) for a spherical pressure source ($D = -2, 0, 1.5, 2, 4$, and 10 km, $a = 1$ km, $\Delta P = 1.01325 \times 10^8$ Pa) and the fitting curves for the mMogi model and the Mogi model.

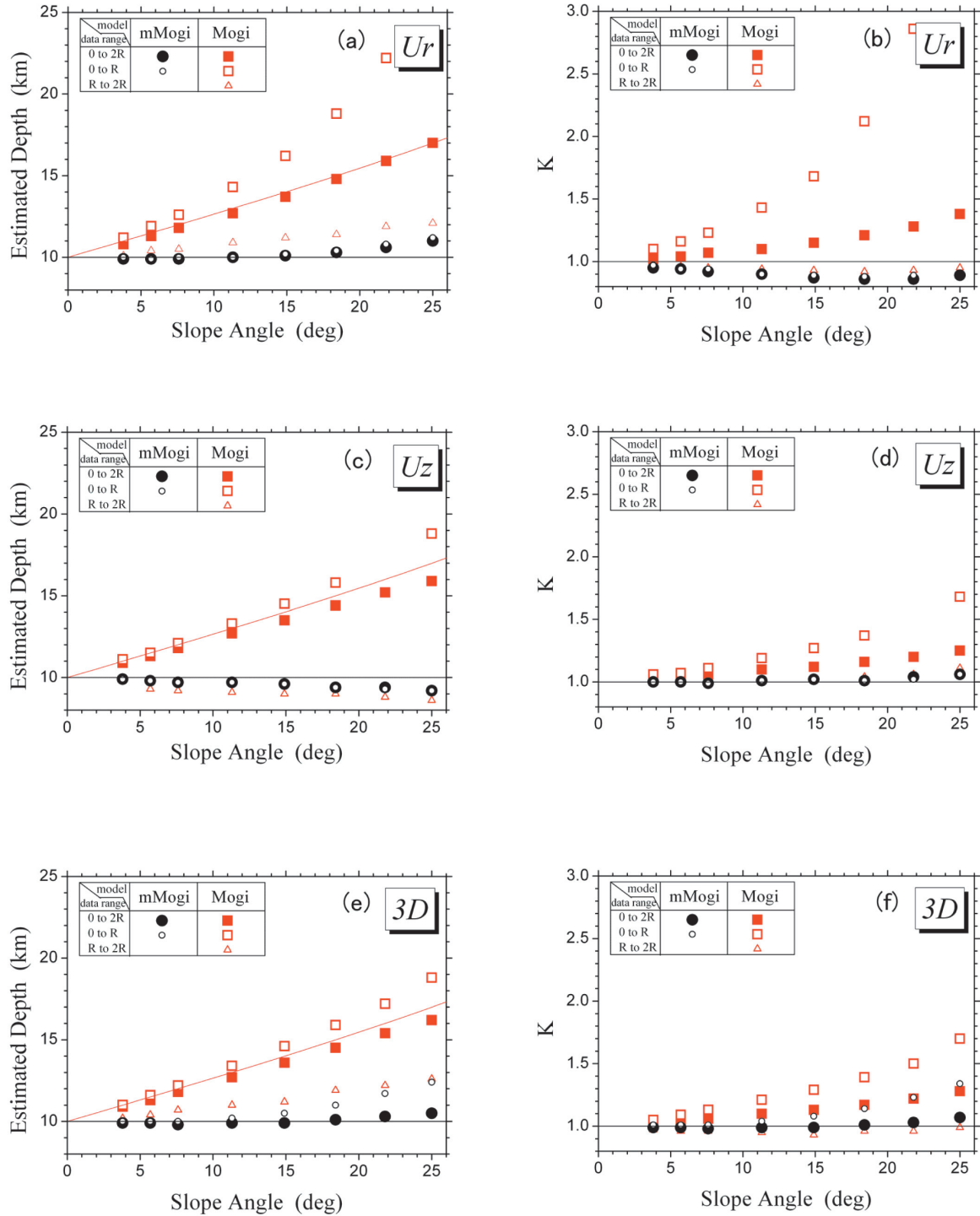


Fig. 1.4.8 Relationship between slope angle and estimated pressure source parameters (depth and K (amplification for given magnitude $3a^3\Delta P/4\mu$)) with mMogi and Mogi models for the data set of the simulated displacement. The ground deformation for a spherical pressure source ($a = 1$ km, $\Delta P = 1.01325 \times 10^8$ Pa) at depth $D = 10$ km is simulated by using a 3D FEM for the topography given by a flat surface and a cone (bottom radius (R) = 15 km, height (H) = 1~7 km). Here, $\mu = 40$ GPa. This figure denotes the difference with the area of the used data (0 to $2R$, in and out of cone; 0 to R , limit on the cone; R to $2R$, out of cone). Here, (a) and (b) indicate the relationship between D and K estimated from U_r , (c) and (d) from U_z , and (e) and (f) from the 3D displacement vector.

内のデータだけを使用した場合、真の深さとはかけ離れた値となり、その差は山体が急峻になるほど急激に大きくなってしまいます。一方、標高補正茂木モデルを使用すると、傾斜が大きくなるとやや深く求められてしまうが、山体内部のデータのみを使用した場合でも、山体傾斜によらず、安定して真の値に近い推定値が得られる。山体外のみのデータを使用する場合、標高補正茂木モデルによる推定値より大きくなるものの、真の値に比較的近い

値となる。今回の推定に用いたデータは山体の2倍までの距離のものであり、1.2.1項でも述べたように山体荷重の影響を受け、山麓部では水平変位は小さくなるため、やや深く求められているが、さらに遠方のデータを使用すれば、茂木モデルによって良い推定値が得られる。しかし、この場合、変位量そのものは山体部に比べ非常に小さくなるため、実際の観測データへの当てはめの際には観測精度が問題となってくる。

Fig. 1.4.8(b) は増幅率 K と斜面傾斜の関係を示す。Fig. 1.4.8(a) と同じ印でモデルやデータ範囲を区別している。標高補正茂木モデルを使えば、山体内のデータのみを使う場合でも10%程度の精度で K を推定できる。茂木モデルでは山体内外あるいは山体外のみのデータを使用する場合、緩やかな山体であれば10%程度の精度で K を推定できるが、山体内のデータだけで推定した場合、真の値からかけ離れた値となる。

Fig. 1.4.8(c), (d) には U_z を観測量として推定した結果を示す。標高補正茂木モデルによる推定値は U_r を使った場合より真の値に近くなっている。 U_r からは D は若干深めに求められたが、 U_z からは逆に浅く求められる。 K についても真の値とのずれ方は U_r と U_z で逆になっている。茂木モデルを用いる場合、山体内外あるいは山体内のデータから推定される圧力源深さは U_r から推定される場合と同様に、山頂からの深さと見なせば真の値に近くなる。 U_z を用いる場合、山体内のデータを用いて茂木モデルを当てはめると真の値とのずれは U_r を用いた場合より小さくなる。

Fig. 1.4.8(e), (f) には U_r , U_z を合成した三次元ベクトルとして推定した結果を示す。山体内外のデータに標高補正茂木モデルを適用すれば、 U_z からの推定よりも若干改善される。例えば、傾斜25度の H7-R15モデルの D , K の推定値は、 U_r から11.0km, 0.89, U_z から9.2km, 1.06, 三次元ベクトルから10.5km, 1.07となる。しかし、山体内のみのデータに標高補正茂木モデルを適用する場合や、山体外のデータを使用する場合のように U_z の結果よりも悪くなる場合もある。

Fig. 1.4.8は傾斜25度までのケースについて示したが、Table 1.4.1の傾斜42.5度の H4-R4, 63.4度の H4-R2モデルの場合、山体外のデータから推定すると真の値に近くなるが、山体部のデータを使うと悪い結果となる。これは Fig. 1.4.6の $R=2$ km, 4 km のグラフや1.2.1項で示したように、急峻な場合、山体部の変位が茂木モデルあるいは標高補正茂木モデルで期待される変位分布とはかけ離れた様相を示し、この部分のデータをパラメータ推定に用いることが不適切であるためである。このような急峻な地形における観測データを使用する場合はFEMを利用した解析が必要となってくる。

同じ傾斜で山体の大きさが違うケース、すなわち斜面傾斜7.6度の H2-R15-D10と H4-R30-D10, 11.3度の H1-R5-D10, と H2-R10-D10, H3-R15-D10, 21.8度の H4-R10-D10と H6-R15-D10の推定結果 (Table 1.4.1) を比較すると、標高補正茂木モデルを適用すれば一般的には山体の大きさに係わらず同じような結果が得られる。但し、H1-R5-D10で山体のみの U_r を用いて推定した場合、 $D=18.0$, $K=4.16$ と異常な値となっている。これは U_r が $r=7.5$ kmで最大となるが、推定には5 kmまでの変位が次第に大きくなっていく領域のデータしか使用していないためである。このように、想定される最大変位に至る距離よりも圧力源に近い領域の水平変位データのみを使用する場合、注意が必要である。

1.4.3.4 圧力源深さの影響

$H=4$ km, $R=15$ km, 斜面傾斜14.9度の円錐山体付加モデルの山頂直下 $D=-2\sim 10$ km に球状圧力源がある場合の変位をFE解析で求め、これらを観測量として茂木モデルおよび標高補正茂木モデルによって推定した D , K と圧力源深さとの関係を Fig. 1.4.9に示す。ここでは、Fig. 1.4.8と同様に観測量として使用する変位成分、使用するデータ範囲を区分して示している。 $D=-2$ kmのケースは円柱表面の上2 km, 山頂からの深さ2 kmの山体内部に圧力源を置いたモデルである。Fig. 1.4.9(a), (c), (e) の黒線は推定値と与えた深さが一致することを示す線であり、赤線は山頂から与えた圧力源までの距離を示す。ここで示した比較的ゆるやかな山体の場合、標高補正茂木モデルを用いれば、山体内のデータのみを用いた場合でも、どの変位成分を用いても推定される深さは与えた深さと良く一致することが分かる。茂木モデルの場合、山体内のデータを用いると求められる圧力源の深さは山頂からの深さと見なせば正しい深さに求まり、山体外のみのデータを用いる場合は1 km程度の

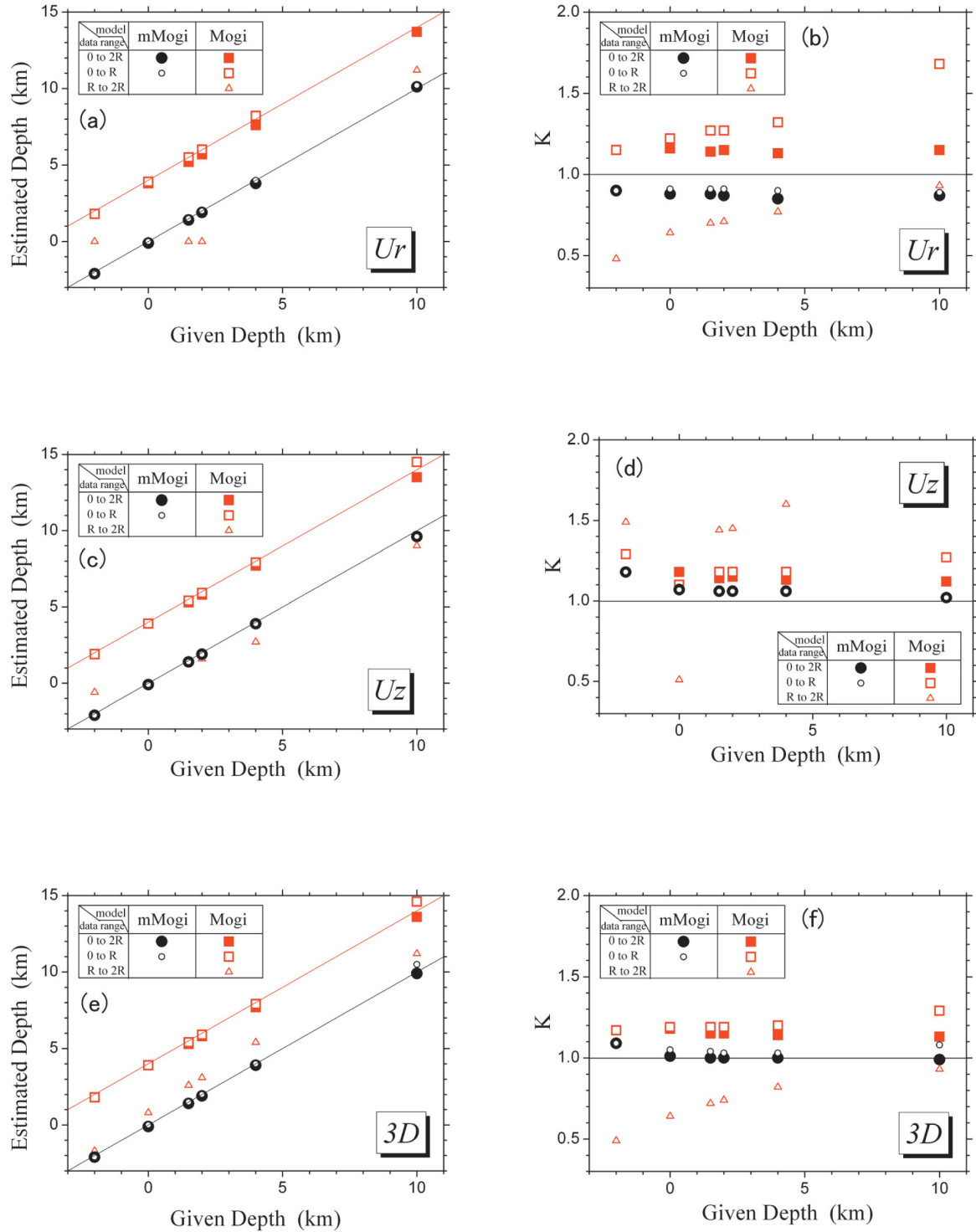


Fig. 1.4.9 Same as Fig. 1.4.8 except for the relationship between the given pressure depth and estimated pressure source parameters (depth and K).

精度で深さが求まることが分かる。標高補正茂木モデルによって求められる K は、 U_r を用いた場合は10%程度小さく、 U_z を用いた場合は数%大きく、三次元ベクトルとして推定するとほぼ正しく推定できることが分かる。茂木モデルの場合、山体内外のデータを用いれば10~20%程度の精度で K を推定できる。しかし、山体内だけの U_r を用いて推定した K は $D=10\text{km}$ の場合約70%大きくなるなど、圧力源の深さに強く依存した結果となる。山体外のデータのみを用いる場合は、使用する変位成分や圧力源の深さによってまったく異なる結果となりうる。

1.4.3.5 観測値が存在する範囲と推定値

Fig. 1.4.10はH4-R15-D10-a1モデル（傾斜14.9度）についてFE解析で求めた変位を観測量として茂木モデルおよび標高補正茂木モデルによって推定した D 、 K と使用するデータ範囲との関係を示した図である。Fig. 1.4.10(a)，(b)は山頂から r までの距離のデータを用いて推定した D 、 K ，Fig. 1.4.10(c)，(d)は山頂からの距離 r から山体の倍（30km）までの距離のデータを使用した場合の結果である。図に示したように、使用する変位成分、モデルに応じて記号を使い分けている。山頂付近のデータしか使用しない場合はいずれの方法でも異常な推定結果が得られることが分かる。特に、水平変位を使用する場合に、この特徴は顕著である。 U_z に対して標高補正茂木モデルを適用する場合、使用するデータ範囲の依存性は他に比べ低くなっており、圧力源は浅く、 K は小さく求められる。前項および前々項で標高補正茂木モデルを使用すれば山体内のデータのみからでも、ほぼ正しい圧力源深さが推定されると述べた。しかし、この図からは山体全体のデータを使用した場合、あるいは U_z については山体の半分以上のデータを使用した時のみあてはまる結果であることが分かる。 U_z について山頂からどの程度の距離までのデータを用いれば正しい結果が得られるのかは圧力源の深さとも関係するであろう。

山体外のデータのみを用いる場合、山体の外側で山体に近い場所のデータのみを使って推定する場合（言うまでもないがこの場合、標高補正は施されず茂木モデルによる推定である）、山体が周辺に及ぼす影響を、圧力源に押しつけた形でモデル推定することになり、 U_r からは圧力源は深めに、 K は小さめに求められ、 U_z からは浅く、 K は大きく求められる。Table 1.4.1に示したように圧力源が浅い場合、山体外の U_r から推定すると $D=0$ で残差二乗和が最小になってしまい、 U_z からも異常な値に求められてしまう。前項、前々項において茂木モ

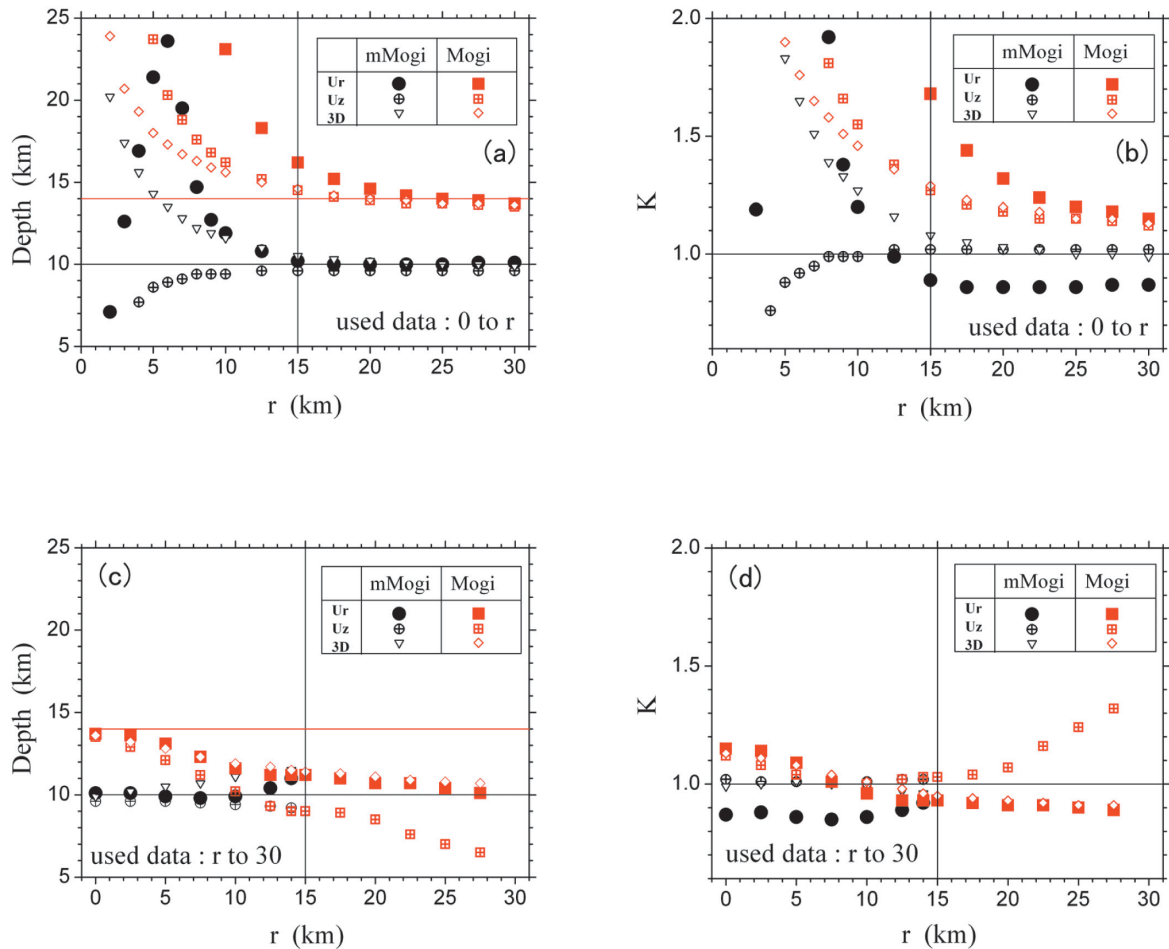


Fig. 1.4.10 Relationship between the domain of data sets and D and K . Here, (a) and (b) indicate D and K , which were estimated with mMogi and Mogi models from the simulated data on the domain of $r = 0$ to r ; (c) and (d) indicate D and K , which were estimated with mMogi and Mogi models from the simulated data on the domain of $r = r$ to 30 km.

デルで求められる圧力源深さは、山体内外のデータを用いる場合、山頂からの深さと見なせば正しい推定値となり、山体外のデータを使用する場合、与えた深さに求まると述べた。Fig. 1. 4. 10 (c) の U_r あるいは $3D$ の推定結果は $(r, D) = (0, 14), (15, 10)$ を結んだ線上近くある。すなわち、圧力源は使用するデータのうち標高が最も高い地点からの深さと見なせば正しい位置に求められることになる。山体部分を含んだ U_z に標高補正茂木モデルを当てはめると D, K とも良い推定値が得られる。すなわち、山麓から山体の外側周辺部にかけての観測データを利用して標高補正茂木モデルを適用すれば最も良い推定結果が得られると言える。その際、上下変位あるいは三次元ベクトルを利用して推定できればなお良い。

1. 4. 3. 6 圧力源が山頂直下でない場合の推定値の特徴

Fig. 1. 4. 1. 11に高さ4km、底面半径15kmの円錐山体内部の標高1km、山頂からの水平距離5kmの地点に半径300m、内部圧1000atm.の圧力球を置いたモデル(H4-R15-Dp1-a03-X5モデル)についてFE解析で求めた変位(黒丸)と、これに標高補正茂木モデル(赤太線)および茂木モデル(黒細線)を当てはめた変位の山頂と圧力源を結ぶ方向の分布を示す。図の上部には山体の形状を示している。FE解析で求めた変位は圧力源の左右で非対称になっており(U_r では絶対値が非対称)、標高補正茂木モデルはこの非対称性を比較的良く表現している。しかし、茂木モデルは左右対称であり、この非対称性を表現することはできない。Fig. 1. 4. 1. 11(c)は円錐山体の外部を含めた部分の上下変位を拡大して示している。標高補正茂木モデルでは増圧の場合、圧力源より下にある地点で下向きに変位することになるが、FEMによる計算結果でも下向き変位が生じている。詳しく見ると、圧力源の遠方側の山体で圧力源よりも上にある地点から下向きに変位していることが興味深い。

山頂直下および山頂から5, 10, 20km離れた地点の深さ10kmに圧力源がある場合に茂木モデル(青丸)、標高補正茂木モデル(赤丸)によって推定された圧力源の位置、大きさをFig. 1. 4. 12に図示した(丸印の半径を K に比例させて表示)。白丸は与えた圧力源である。これらは $r = -30 \sim 30$ kmの範囲の水平、上下変位、三次元ベクトルを観測量として用いた結果であり、茂木モデルで推定された圧力源深さはその直上の地表面からの深さに置き換えて図示している。三次元ベクトルあるいは U_z を用いて標高補正茂木モデルを適用すると良い推定値が得られる。水平変位を用いる場合、圧力源が山頂からずれると、位置、大きさとも真の値からのずれが大きくなる。茂木モデルを用いる場合は、推定される圧力源の深さを直上の地表面からの深さと見れば、水平、上下とも2km程度の精度で位置が求められる。

1. 4. 4 傾斜に対する標高補正茂木モデル

茂木モデルによる傾斜 Γ は次式で与えられる。ここで r 方向に下がる時を正にとっている。

$$\Gamma = -\frac{\partial U_z}{\partial r} = -\frac{9a^3 \Delta P}{4\mu} \frac{Dr}{(D^2 + r^2)^{5/2}} \quad (9)$$

傾斜についても、標高補正茂木モデルによって地形の効果を取り入れることができるであろうか。水平、上下変位と同様、圧力源の深さ D を地表面からの深さ $D+h$ で置き換えた

$$\Gamma = -\frac{9a^3 \Delta P}{4\mu} \frac{(D+h)r}{((D+h)^2 + r^2)^{5/2}} \quad (10)$$

あるいは標高補正茂木モデルによる上下変位(4)式を r で微分した

$$\Gamma = -\frac{\partial U_z}{\partial r} = -\frac{3a^3 \Delta P}{4\mu} \left[3(D+h)r - \{r^2 - 2(D+h)^2\} \frac{dh}{dr} \right] / ((D+h)^2 + r^2)^{5/2} \quad (11)$$

とするのが、良いだろうか。Fig. 1. 4. 13はH4-R15-D4-a1モデルのFE解析で得られた上下変位を r 方向に微分して求めた傾斜量(赤丸)と $D=4$ km(青細線)、8kmの茂木モデル(水色細線)、 $D=4$ kmとして(10)

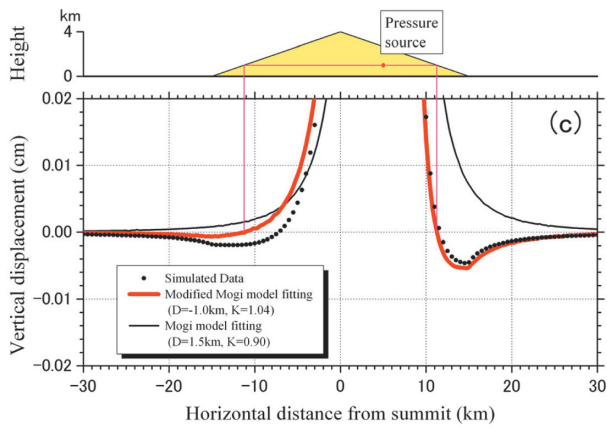
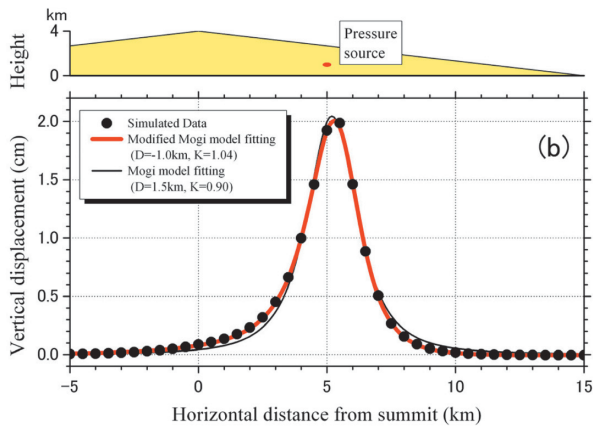
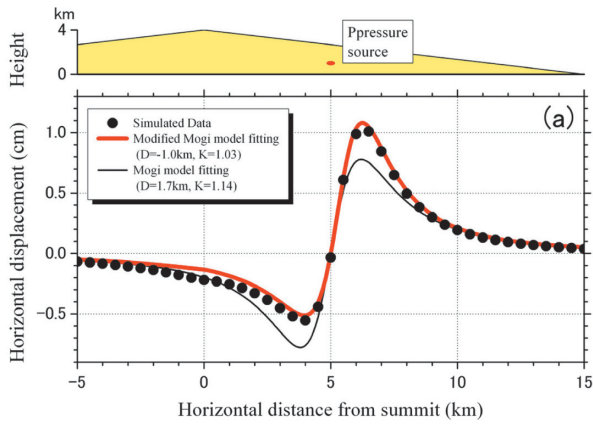


Fig. 1.4.11 Simulated displacement on a conical volcanic topography on a cylinder ($H = 4 \text{ km}$, $R = 15 \text{ km}$), on a 150 km cylinder generated by a spherical pressure source ($H = -1 \text{ km}$, $a = 300 \text{ m}$, $\Delta P = 1.01325 \times 10^8 \text{ Pa}$), and the fitting curves for the mMogi (thick line) and Mogi (thin line) models. The topography is illustrated in the upper part.

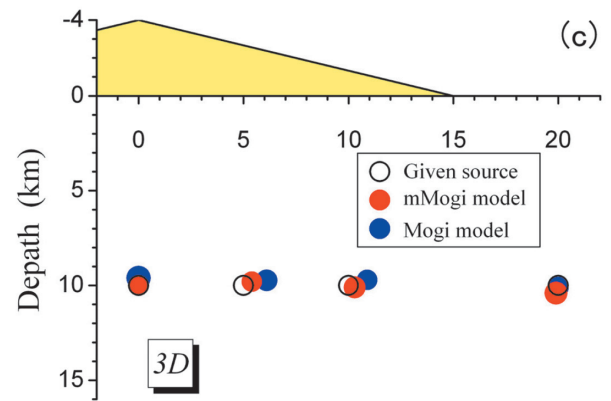
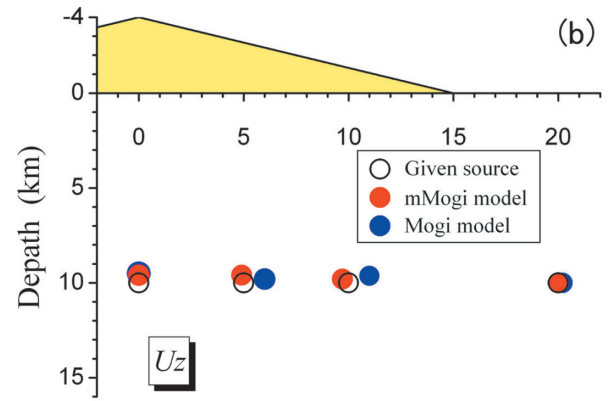
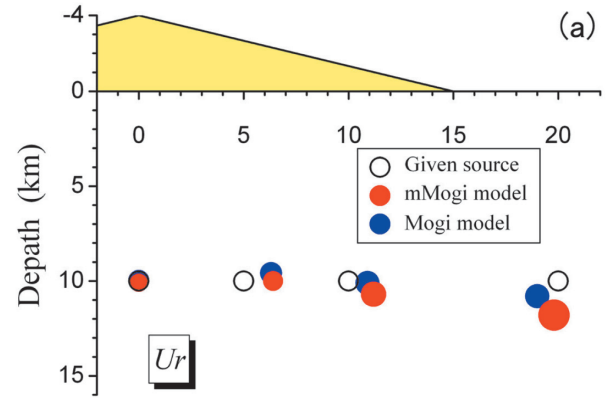


Fig. 1.4.12 Estimated pressure source from (a) the horizontal, (b) the vertical, and (c) the 3D displacement caused by a spherical pressure source at a depth of 10 km and several horizontal positions. The open circle denotes the given source, the red circle denotes the estimated source of the mMogi model, and the blue circle denotes the estimated source of the Mogi model.

式（黒太線）、(11) 式（ピンク太線）の標高補正茂木モデルによって求めた傾斜量を示す。FE 解析結果は (11) 式に近くなっている。FE 解析で求められる U_z は FEM の各要素を構成する面が一様に傾斜しているモデルで求められる値であり、これを水平方向に微分した傾斜量にはこの要素面の傾き (dh/dr) によって生じる傾動が含まれている。(11) 式の分子の括弧内第 2 項がこの変動量に相当しており、FE 解析結果が (10) 式ではなく (11) 式に似た分布を示すことになる。しかし、通常傾斜計は平坦な場所に設置され、この効果は少なくなることが想定される。このため、傾斜計などによる観測データに標高補正茂木モデルを適用する場合、(10) 式を利用する方法が妥当であると考えられる。

1.4.5 実地形への標高補正茂木モデルの適用

霧島山を例として、茂木モデルおよび実地形に標高補

正茂木モデルを適用して求めた変位と FE 解析で得られる変位とを比較し、実地形に対して標高補正茂木モデルを適用する場合の問題点を示す。

本報告 2.1.3.5 項に述べる国土地理院 50m メッシュ数値標高データを利用して作成した霧島山の FE モデル (Fig. 2.1.3.21) の中心部、御鉢新噴気孔（本報告 2.1.3 項参照）の直下、海水面に半径 200m, $\Delta P = 100 \text{ atm}$, $= 1.01325 \times 10^7 \text{ Pa}$ の球状圧力源を置いて求めた水平変位、上下変位を Fig. 1.4.14(a), (b) に示す。Fig. 1.4.14(c), (d) は圧力源の深さを圧力源直上の地表面からの圧力源までの距離 1244m とした茂木モデルによる変位、Fig. 1.4.14(e), (f) は標高補正茂木モデルによって求めた変位である。各図には 100m 毎の等高線も示している。中心から離れた地点における茂木モデルによる変位量は FE 解析で得られた変位量と同じ程度であるが、最大値付近ではかなり小さくなる。例えば、水平変位の最大値は FE 解析の 6 割程度である。標高補正茂木モデルでは御鉢南西部で変位が大きくなる様子が再現されているが、 U_r は過大に、 U_z は過小になっている。御鉢北部や高千穂峰における U_r の違いが目立つ。

FE 解析で得られた変位量と茂木モデルおよび標高補正茂木モデルによって求められる変位量との比の空間分布を Fig. 1.4.15(a) ~ (d) に示す。Fig. 1.4.15(e) は FE 解析で得られた上下変位を動径方向に微分した傾斜量と茂木モデルによる傾斜量との比を、Fig. 1.4.15(f) は (11) 式による標高補正茂木モデルによる傾斜量との比の分布である。Fig. 1.4.15(g) は動径方向の斜面の傾斜量（度）である。 U_r の標高補正茂木モデルに対する比は非常に急峻な高千穂峰周辺において 1.5 以上、所によっては 2 以上の大きな値を示し、新燃山頂部で 1.15 程度になっている。しかし、これ以外のほとんどの地域では 0.85 から 1 程度の範囲である。一方、茂木モデルの場合は高千穂峰での増幅具合は標高補正茂木モデルよりも小さいものの、御鉢の南西部で 1.4 程度の値となるなど、急峻な地域を除くと標高補正茂木モデルが FE 解析結果と良く合っている。 U_z の場合、高千穂峰山頂部を含め、標高補正茂木モデルで良く表現できている。茂木モデルでは御鉢南西部と周辺部でずれが大きくなっている。傾斜についても茂木モデルでは御鉢の南西部での差が目立つが、標高補正茂木モデルではこの地域でも良く一致している。周辺部でまだら模様になっているのは傾斜量自体も小さく、FE 解析の誤差が影響している可能性がある。詳しくは FE モデル領域をさらに大きくして検討する必要がある。これらのことから標高補正茂木モデルによる変位量は圧力源直上付近の急峻な地域における水平変位を除けば、有限要素法の結果と良く合っており、実際の観測データに標高補正茂木モデルを適用すれば良い推定値が得られることが期待できる。しかしながら、火口付近の GPS 観測データなど急峻な地形の観測データを用いる場合、有限要素法を用いた解析が必要であると言

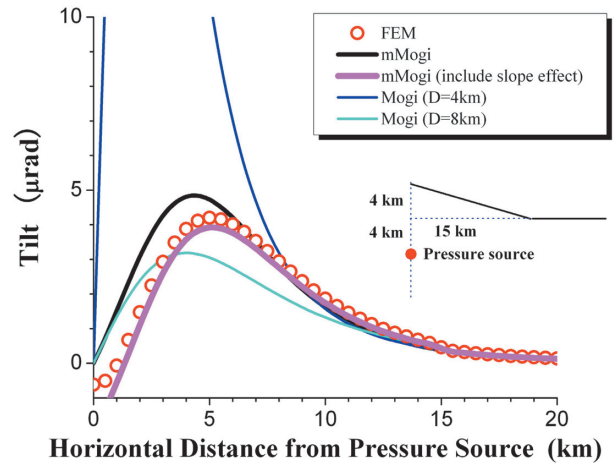


Fig. 1.4.13 Example of tilt calculated by the FEM for the topography given by a flat surface and a cone (bottom radius = 15 km, height = 4 km), and calculated by the mMogi model of eq. (10), the mMogi model of eq. (11), and the Mogi model for depths of 4 km and 8 km.

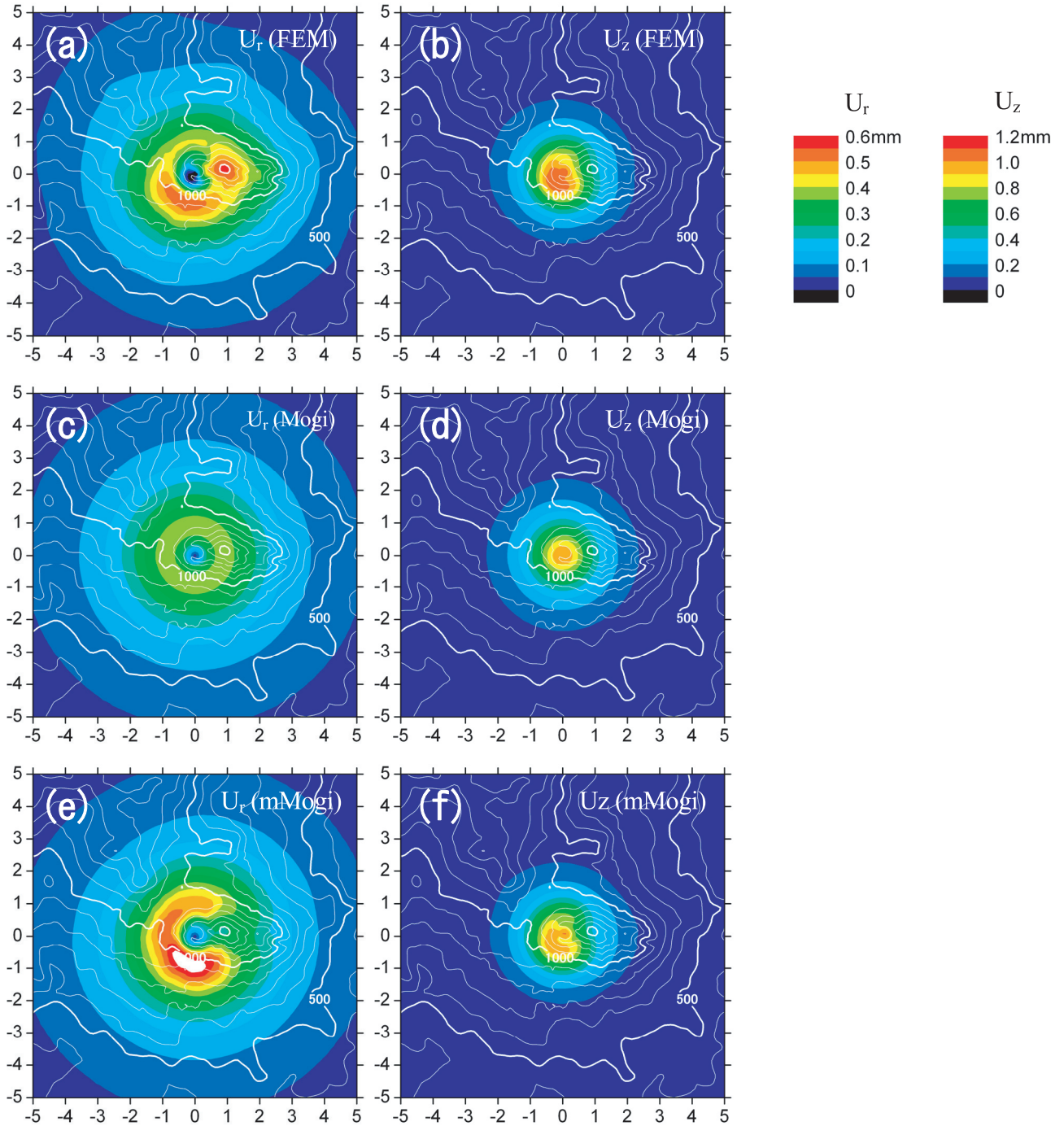


Fig. 1.4.14 (a) Horizontal and (b) vertical displacement for a spherical pressure source ($a = 300$ m, $\Delta P = 1.01325 \times 10^7$ Pa) at depth 0 m asl. calculated by the FEM for the actual topography of Kirishima volcano. (c), (d) Mogi's solution for $D = 1244$ m (This value is equal to the distance from the ground surface to 0 masl.), (e), (f) mMogi solution for $D = 0$ km.

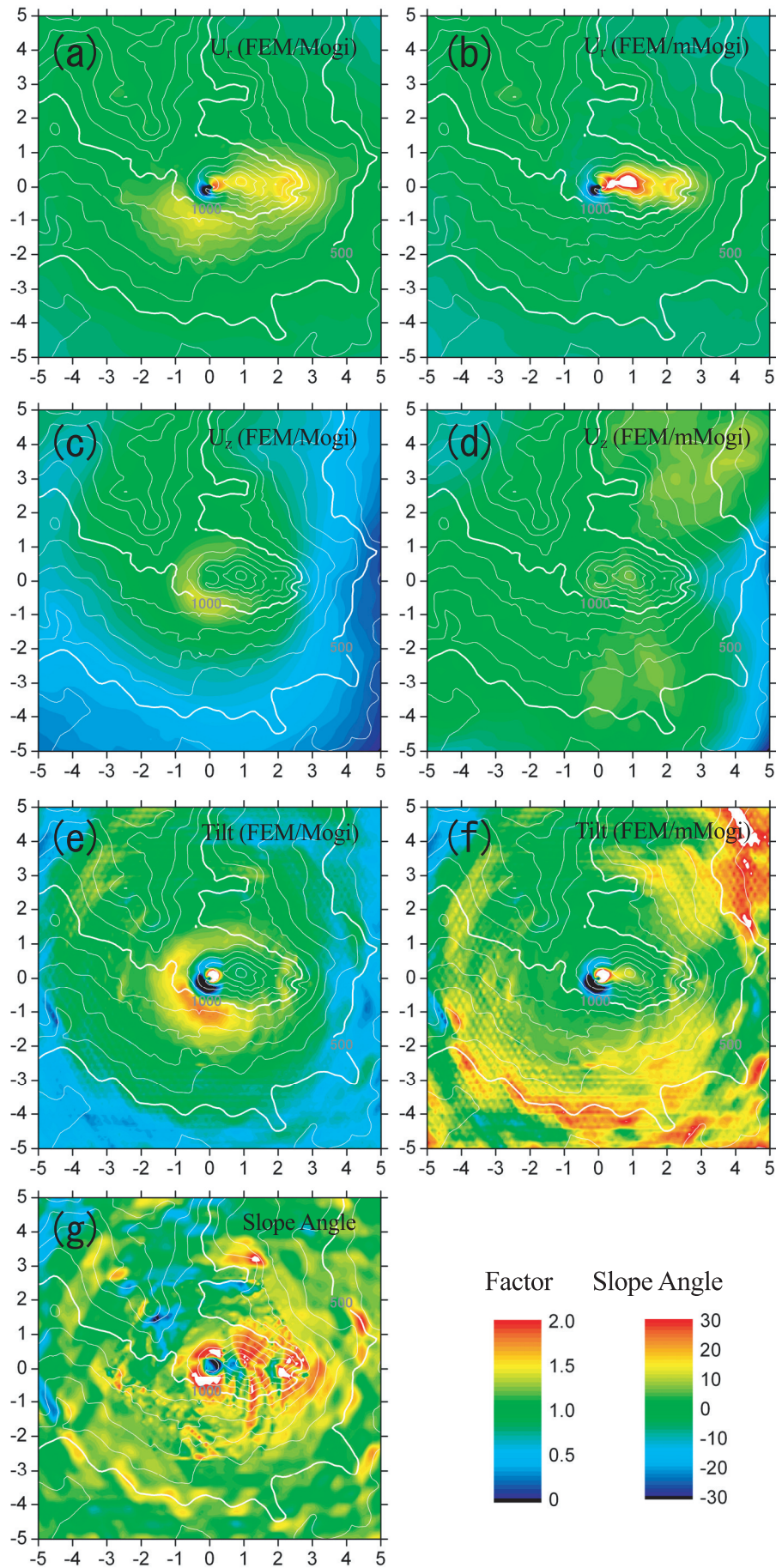


Fig. 1.4.15 (a) Ratio between FEM-simulated horizontal displacement and mMogi solution. (b) Ratio between FEM-simulated vertical displacement and mMogi solution. (c), (d) For vertical displacement. (e), (f) For tilt for radial direction. (g) Slope angle for radial direction.

1.4.6 まとめ

火山活動に伴う地殻変動を説明するモデルとして茂木-山川モデルが広く用いられてきた。このモデルにおける圧力源の深さをその地点の標高を加えた値で置き換えたものを「標高補正茂木モデル」と呼び、これを用いれば地表の起伏の影響をある程度考慮したモデル推定が可能になると考えられる。この手法の有効性と適用範囲を確認するために、有限要素法で求めた種々の円錐山体上における地殻変動量を観測量として茂木モデル、標高補正茂木モデルによるパラメータ推定を行った。その結果、①山体が特別に急峻でなければ標高補正茂木モデルによって正しい深さを推定することができる、②上下変動データに対して標高補正茂木モデルを適用すると良い推定結果を与える、③茂木モデルによって推定される圧力源の深さは地表面からの深さと考えると真の値に近い、④山頂部付近の水平変動データのみを使用して標高補正茂木モデルを適用すると誤った結果が得られることが分かった。

(福井 敬一)

参考文献

- 中禮正明・福井敬一・山本哲也・藤原健治・高木朗充・坂井孝行・山崎明・湯山弘明・瀧沢倫明, 2002: 火山用
地殻活動解析支援ソフトウェアの開発. 日本火山学会2002年秋季大会, 予稿集2002, No. 2, 164.
- 茂木清夫, 1957: 桜島の噴火と周辺の地殻変動との関係. 火山, **1**, 9-18.
- Mogi, K., 1958: Relations between the eruptions of various volcanoes and the deformations of the ground
surfaces around them. *Bull. Earthquake Res. Inst.*, **36**, 99-134.
- 坂井孝行・山本哲也・福井敬一・藤原健治・高木朗充・中禮正明, 2002: 有限要素法による基礎的な圧力源モ
デルの計算. 日本火山学会2002年秋季大会, 予稿集2002, No. 2, 111.
- 坂井孝行・山本哲也・福井敬一・藤原健治・高木朗充・中禮正明, 2007a: 有限要素法による火山性地殻変動の
計算精度の確立－茂木-山川モデルの再現－, 気象研究所研究報告, **58**, 1-15.
- 坂井孝行・山本哲也・福井敬一・藤原健治・高木朗充・中禮正明, 2007b: 深さに比して相対的に大きな半径を
有する球圧力源による地表面変位－有限要素法による計算－. 気象研究所研究報告, **58**, 17-30.
- Wick, C. W. Jr., D. Dzurlisin, S. Ingebritsen, W. Thatcher, Z. Lu, J. Iverson, 2002: Magmatic activity beneath the
quiescent Three Sisters volcanic center, central Oregon Cascade Range, USA. *Geophys. Res. Lett.*, **29**, doi:
10.1029/2001GL014205.
- Williams, C. A. and G. Wadge, 1998: The effects of topography on magma chamber deformation models:
Application to Mt. Etna radar interferometry. *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 1549-1552.
- Williams, C. A. and G. Wadge, 2000: An accurate and efficient method for including the effects of topography
in three-dimensional elastic models of ground deformation with applications to radar interferometry. *J.*
Geophys. Res., **105**, 8103-8120.
- 山川宣男, 1955: 内部圧力源による半無限弾性体の変形について. 地震, **8**, 84-98.