

1.3.4 近接した2つの球圧力源による地殻変動

1.3.4.1 はじめに

火山における代表的な地殻変動モデルである茂木-山川モデル（山川，1955；茂木，1957）は，地下に単一の球圧力源が存在する場合の地表面変位の解析解（山川，1955；以下「山川の解」）に基づくモデルである。一方，火山周辺で実際に観測された地殻変動を説明するために複数の球圧力源を仮定し，それぞれの球圧力源に対する山川の解の重ね合わせを行う試みも以前から行われている（例えば，江頭・中村，1986）。しかしながら，山川の解の重ね合わせがどの程度の精度で成立するのか，言い換えれば，複数の球圧力源が存在する場合にそれらがどの程度の相互作用を引き起こすのかについては，これまで定量的な評価は行われておらず，この手法の妥当性は不明である。

このような複数の球圧力源間の相互作用について，解析的手法を用いて定量的に評価することは難しく，数値的手法が有効と考えられる。そこで，本節では，地下に球圧力源が2つ存在する場合の地表面変位を有限要素法（finite element method, FEM）を用いて数値計算し，その特徴を調べる。なお，本節では，地表面が平面で，媒質が均質の場合のみを扱う。

1.3.4.2 FE モデルの概要と計算精度

(1) FE モデルの概要

今回，2つの球圧力源を有するFEモデルを5つ作成した。以下，それらのFEモデル（モデル①～⑤とする）の概要について述べる。FEモデルの作成および解析にはANSYS Ver. 7.0を用い，モデルの基本的な設定は坂井・他（2007a）（本報告1.1.1節参照）に従った。

固体地球表面の曲率は無視し，地表面を平面とする。地下に球圧力源を2つ設定する。各FEモデルの2つの球圧力源に関するパラメータをTable 1.3.4.1に示すと共に，各モデルの中心部の外観をFig. 1.3.4.1-1～1-4に示す（モデル①とモデル②は外観が同じであり，まとめてFig. 1.3.4.1-1に示す）。2つの球圧力源のうち，深い方（以下「第1圧力源」）の中心深さ D_1 を10kmに固定した。その半径 a_1 は，モデル①～④については1kmとし（ $a_1/D_1=0.1$ ），また，モデル⑤については0.5kmとした（ $a_1/D_1=0.05$ ）。この第1圧力源の直上の点を地表面の原点とする。もう一方の浅い球圧力源（以下「第2圧力源」）については，地表面の原点から第1圧力源の中心に下ろした垂線と，第1圧力源の中心から第2圧力源の中心に引いた直線との角度が 45° となるよう，中心位置の深さ D_2 および水平距離 r_2 を設定した。また，半径 a_2 については， a_2/D_2 が最大でも0.125と充分小さくなるようにした。このように，2つの球圧力源とも半径を深さに比して充分小さく設定することにより，圧力源の大きさが地表面変位に及ぼす影響（坂井・他，2007b：本報告1.3.3節参照）を排除し，球圧力源同士の相互作用の影響のみが現れるよう留意した。

これらの球圧力源の周囲に，大きな円柱形のモデル領域を考える。第1圧力源の中心を円柱モデル領域の中心軸が通るようにする。円柱モデル領域の半径 R および高さ H を大きくするほどモデル領域中心部での計算精度は高くなるが，その一方，節点数が必然的に増加し，計算時間が加速度的に増大する。そこで今回は，一定の計

Table 1.3.4.1 Parameters of five FE models that have two spherical pressure sources.

Model	First Pressure Source			Second Pressure Source			
	D_1 [km]	a_1 [km]	ΔP_1 [atm]	r_2 [km]	D_2 [km]	a_2 [km]	ΔP_2 [atm]
①	10	1	1000	5	5	0.5	1000
②	10	1	-125	5	5	0.5	1000
③	10	1	1000	2	8	1	1000
④	10	1	1000	1.5	8.5	1	1000
⑤	10	0.5	8000	2	8	0.5	8000

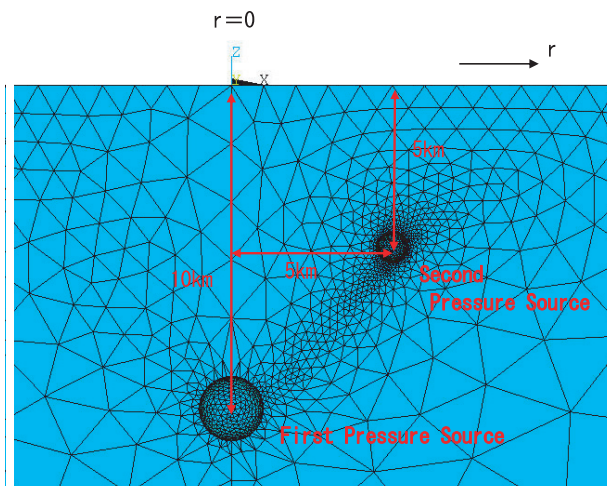


Fig.1.3.4.1-1 Exterior of the central part of Models ① and ②.

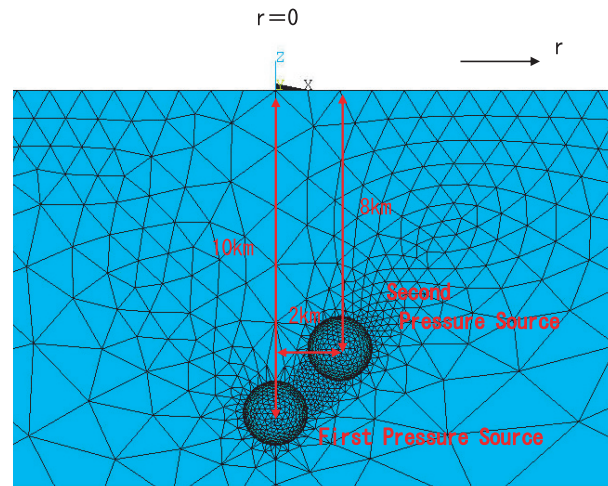


Fig.1.3.4.1-2 Exterior of the central part of Model ③.

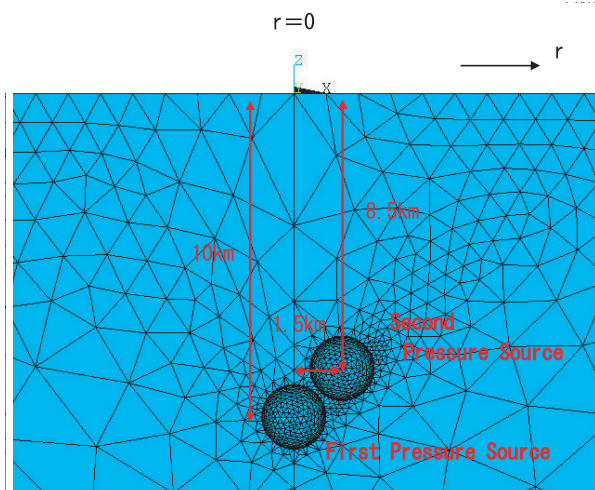


Fig.1.3.4.1-3 Exterior of the central part of Model ④.

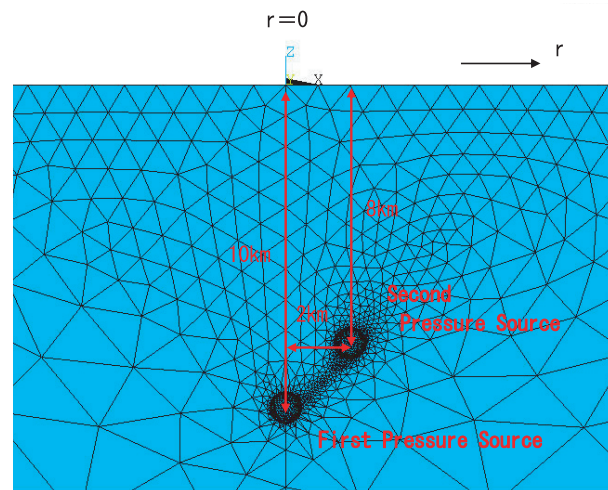


Fig.1.3.4.1-4 Exterior of the central part of Model ⑤.

算精度が得られ、かつ計算時間も比較的短くて済むモデル領域の大きさとして、 R と H をいずれも D_1 の15倍の150kmに設定した。これらのモデルはいずれも面対称の形状をしている（第1圧力源と第2圧力源の水平位置が異なるため、軸対称ではない）。このことから、モデル領域を方位角方向に180度に切断し、この切断面に対称境界条件を設定してFE解析を行った。これにより、要素数および節点数を360度円柱モデルの場合の約1/2に減らしつつ、360度円柱モデルと全く同じ解析結果を得ることができる。円柱モデル領域の底面および外周面の境界条件は完全固定とした。

メッシングの設定は、球圧力源部分のメッシュサイズをそれぞれの球の半径の1/10程度、距離 $r=30\text{km}$ までの地表面のメッシュサイズを1km程度とした。モデルの媒質は均質とし、剛性率 μ の値として上部地殻の標準的な値40GPaを用いた。各圧力源の表面に加える圧力変化（それぞれ ΔP_1 、 ΔP_2 とする）の向きは、モデル②の ΔP_1 を除き、全て正（外向き、増圧）とした（Table 1.3.4.1参照）。

以下では、地表面での上下変位および水平変位をそれぞれ U_z 、 U_r で表し、FE解析結果によるそれらをそれぞれ $U_{z(FEM)}$ 、 $U_{r(FEM)}$ と表記する。なお、 $U_{z(FEM)}$ 、 $U_{r(FEM)}$ は、2つの球圧力源の直上の点同士を結ぶ線上の変位である。

(2) 計算精度の確認

上記の円柱モデル領域（ $R=H=150\text{km}$ ）による計算精度を確認するため、坂井・他（2007a）と同様に茂木-山川モデルをFEモデルで再現し、山川（1955）の解との比較を行う。山川の解による上下変位および水平変位

をそれぞれ $U_{z(YMK)}$, $U_{r(YMK)}$ と表記する。

$R=H=150\text{km}$ の円柱モデル領域によって、深さ $D=10\text{km}$ 、半径 $a=1\text{km}$ の単一球圧力源 FE モデルを作成し、 $\Delta P=1000\text{atm}$ ($=1.01325\times 10^8\text{Pa}$) を与えた場合の $U_{z(FEM)}$ と $U_{r(FEM)}$ を、山川の解と併せて Fig. 1. 3. 4. 2-1 に示す（縦軸は山川の解の U_z の最大値 1.900cm で規格化）。なお、横軸の距離 r は D の 2 倍の 20km までを表示し、 $U_{z(FEM)}$ と $U_{r(FEM)}$ は中間節点を含めて 0.5km 間隔で示した。また、両者の比 ($U_{z(FEM)}/U_{z(YMK)}$, $U_{r(FEM)}/U_{r(YMK)}$) を Fig. 1. 3. 4. 2-2 に示す。今の場合、 $a/D=0.1$ ($=1\text{km}/10\text{km}$) と充分小さく、山川の解が充分精度良く成り立っている（山川, 1955）ため、両者の比は即ち FEM の計算精度を表すことになる。そこで、以下、両者の比を「計算精度」と呼ぶことにする。本節で図示する $r=20\text{km}$ までの範囲で、 U_r の計算精度は 99.4% 以上を実現しており、また、 U_z についても 96.8% 以上の計算精度を確保している。

ところで、その深さがいずれも第 1 圧力源と異なり、水平位置もモデル中心軸から少しずれている第 2 圧力源に対するこのモデル領域の計算精度は、当然のことながら第 1 圧力源とは異なるものになる。よって本節では、本報告 1. 2. 3 節などで用いた計算精度補正操作は行わず、計算精度の良いモデル中心部 ($-20\text{km}\leq r\leq 20\text{km}$) の解析結果をそのまま用いることにする。なお、各モデルの第 2 圧力源に対する計算精度の詳細については本稿では省略するが、第 2 圧力源の深さはいずれも第 1 圧力源より浅く、水平位置のモデル中心軸からのずれもモデル領域全体の大きさに比べれば僅かであるため、計算精度はいずれも第 1 圧力源より高い。

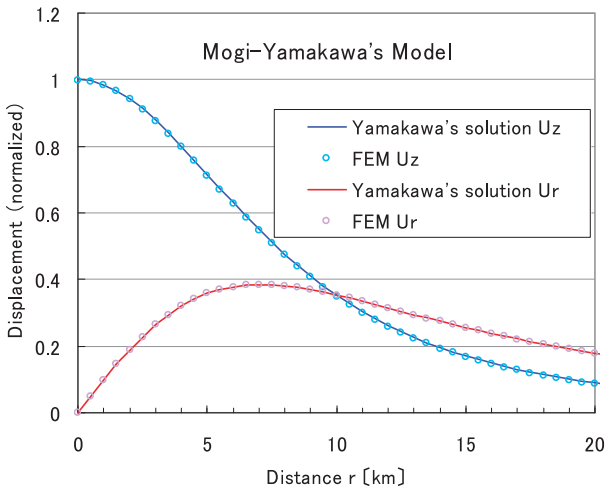


Fig. 1. 3. 4. 2-1 Confirmation of the precision of calculation by the FE model of $R=H=150\text{km}$ (R and H are the radius and the height of the FE model region, respectively). Mogi-Yamakawa's model (depth $D=10\text{km}$ and radius $a_0=1\text{km}$) was reproduced by FEM.

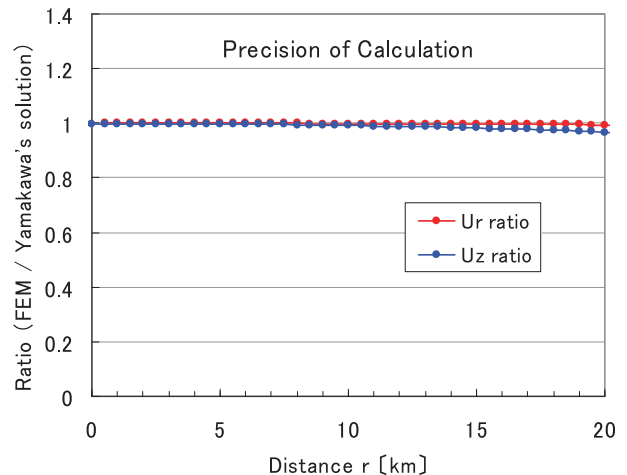


Fig. 1. 3. 4. 2-2 Ratio of the results of FE analysis to Yamakawa's solution. A sufficiently high precision of calculation is realized.

1. 3. 4. 3 FE 解析結果と山川の解の重ね合わせとの比較

上記 5 モデルの FE 解析結果について、以下、山川の解の重ね合わせとの比較を行いながら順に見ていく。

モデル①

モデル①では第 2 圧力源として $r_2=5\text{km}$, $D_2=5\text{km}$ の位置に $a_2=0.5\text{km}$ の球圧力源 ($a_2/D_2=0.1$) を置き、 $\Delta P_2=1000\text{atm}$ を与えた (Fig. 1. 3. 4. 1-1 参照)。この場合の FE 解析結果を、それぞれの球圧力源に対する山川の解の重ね合わせ (図中では "Superimposition" と表記) と共に Fig. 1. 3. 4. 3-1 に示す。横軸の距離 r は $\pm 20\text{km}$ までの範囲を示した。 $r=0$ は先述のように第 1 圧力源の直上の点であり、第 2 圧力源の中心は $r=+5\text{km}$ の直下に存在する。 U_r については、 r 軸の負の方向への変位は負の値として示した。

さて、Fig. 1. 3. 4. 3-1 に示した通り、山川の解の重ね合わせは図示した全域にわたって FE 解析結果に良く一致している。Fig. 1. 3. 4. 3-2 に示した両者の比から分かるように、その差は最大でも 0.3% 程度であり、モデル

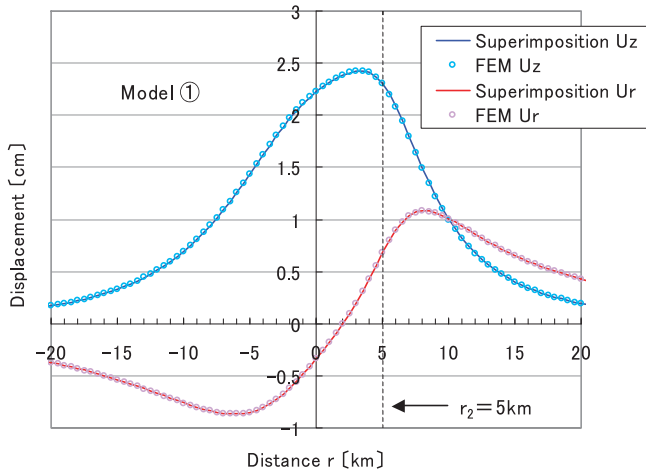


Fig.1.3.4.3-1 Comparison of the results of FE analysis and superimposition of two Yamakawa's solutions for Model ①.

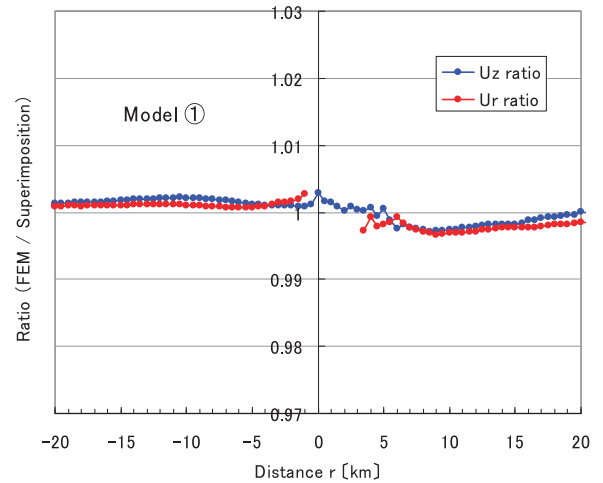


Fig.1.3.4.3-2 Ratio of the results of FE analysis to superimposition of two Yamakawa's solutions.

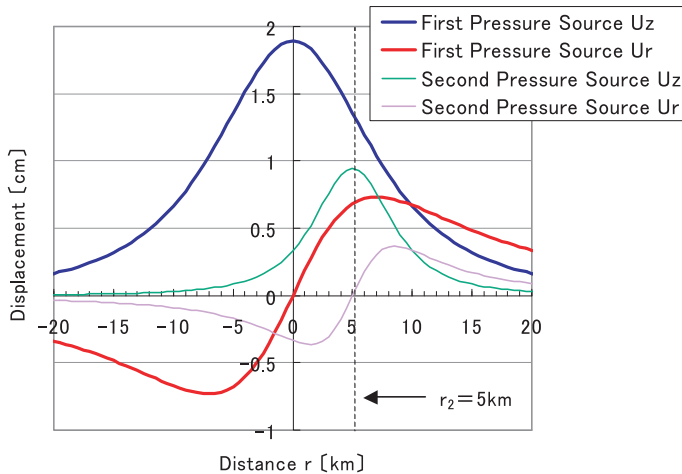


Fig.1.3.4.3-3 Yamakawa's solution for each spherical pressure source.

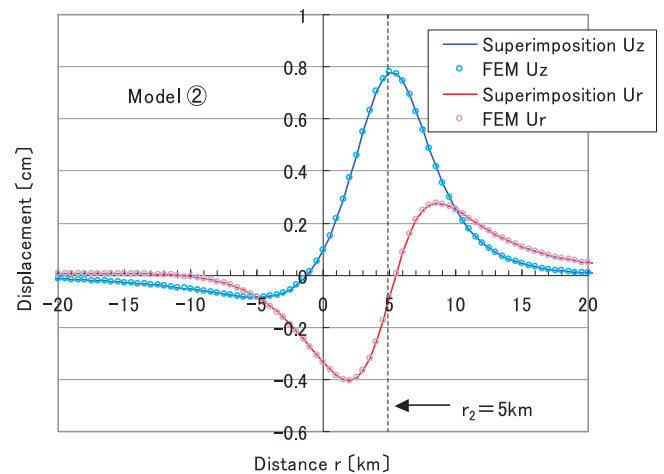


Fig.1.3.4.4 For Model ②.

①では山川の解の重ね合わせが精度良く成立していることが示される。なお、 U_r の値が0に近い地点では、両者の比の値が周囲の地点に比べてやや大きなばらつきを示したため表示を省略した（以下同様）。このような現象はFE解析結果と解析解との比を取った場合にしばしば見られるものであり、その主な原因は、FEMでモデル全体の残差をゼロにするために各要素に分散される残差が、変位量の非常に小さい要素では相対的に大きくなるためと考えられる。

参考までに、それぞれの球圧力源に対する山川の解を Fig. 1. 3. 4. 3-3に示す。これらを成分毎に足し合わせたのが Fig. 1. 3. 4. 3-1中の山川の解の重ね合わせである。なお、距離 1 m ごとに山川の解の重ね合わせを算出した結果、 U_z の最大値が現れるのは $r = 3333\text{m}$ 、 U_r の最大値が現れるのは $r = 8142\text{m}$ であった。

ところで、第1圧力源に対する U_z の計算精度は、Fig. 1. 3. 4. 2-2に見られたように、例えば $r = 20\text{km}$ 地点では約 3 % 低下しているはずである。しかし、Fig. 1. 3. 4. 3-1のFE解析結果には、それによって生じるはずの値の低下が見られず、 $r = 20\text{km}$ までの全域でFE解析結果は山川の解の重ね合わせに0.3%以内の非常に高い精度で合致している。これは恐らく、2つの球圧力源間の僅かな相互作用と、計算精度の遠方での低下とがちょうど打ち消し合った結果と思われる。2つの球圧力源間の相互作用については後にモデル④で詳しく考察する。

モデル②

モデル①では2つの圧力源の ΔP をいずれも正としたが、一方の ΔP を負にした場合にも山川の解の重ね合わ

せは成立するであろうか。そこで、モデル①の第1圧力源の ΔP を-125atmにしてFE解析を行った。その結果を、山川の解の重ね合わせと共にFig. 1.3.4.4に示す。この場合も山川の解の重ね合わせはFE解析結果に概ね0.4%以内で良く一致しており、このモデルの場合には一方の球圧力源の ΔP を負にしても山川の解の重ね合わせが問題なく成立することが示された。

モデル③

次に、第2圧力源を第1圧力源にさらに接近させる。第2圧力源として $r_2 = 2$ km、 $D_2 = 8$ kmの位置に $a_2 = 1$ kmの球圧力源 ($a_2/D_2 = 0.125$) を置き、 $\Delta P_2 = 1000$ atmを与えた (Fig. 1.3.4.1-2参照)。両圧力源の中心位置の距離は2.828kmであり、圧力源の表面同士の最短距離は0.828kmである。

このモデルのFE解析結果を、山川の解の重ね合わせと共にFig. 1.3.4.5-1に示す。また、両者の比のグラフをFig. 1.3.4.5-2に示す。球圧力源同士がこの程度まで接近すると両者の相互作用の影響が現れるようになり、山川の解の重ね合わせは精度良く成立しなくなる様子が分かる。 $r > 0$ では $U_z(FEM)$ 、 $U_r(FEM)$ とも山川の解の重ね合わせより小さく、一方、 $r < 0$ では、 $U_z(FEM)$ 、および $U_r(FEM)$ の絶対値とも山川の解の重ね合わせより大きくなっており、FE解析結果と山川の解の重ね合わせとの差は U_z 、 U_r とも最大で約10%に達する ($r = 10$ km付近)。球圧力源間の相互作用の影響によって何故このような地表面変位が現れるかについては、次のモデル④で定性的な考察を試みる。

また、 U_z が最大となる地点についても、上記のような変位曲線の差異に伴い、 $U_z(FEM)$ と山川の解の重ね合わせとの間で若干の違いが見られる。FE解析に用いられる2次の形状関数を使用するANSYSの補間ツールを用いて $U_z(FEM)$ を1 m間隔で補間した結果、 $U_z(FEM)$ の最大値は、山川の解の重ね合わせが最大値を取る地点よりも約400m 原点寄りの地点に現れることが分かった。なお、 U_r が最大となる地点については、 $U_r(FEM)$ と山川の解の重ね合わせは約1%で一致した。

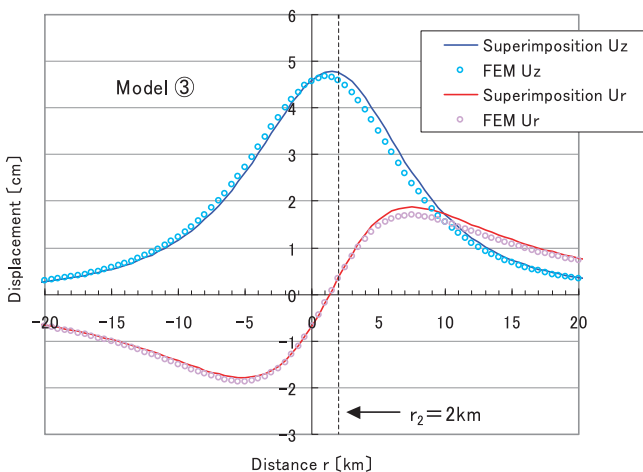


Fig.1.3.4.5-1 For Model ③.

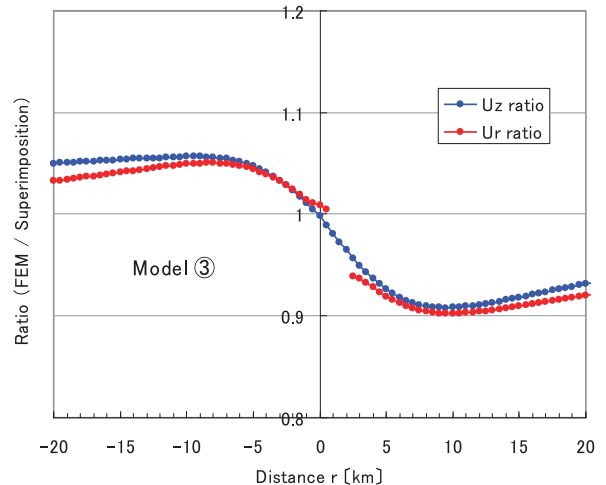


Fig.1.3.4.5-2 For Model ③.

モデル④

さらに、第2圧力源を第1圧力源に極端に接近させる。第2圧力源として $r_2 = 1.5$ km、 $D_2 = 8.5$ kmの位置に $a_2 = 1$ kmの球圧力源 ($a_2/D_2 = 0.118$) を置き、 $\Delta P_2 = 1000$ atmを与えた (Fig. 1.3.4.1-3参照)。両圧力源の中心位置の距離は2.121km、表面同士の最短距離は0.121kmである。この場合のFE解析結果を、山川の解の重ね合わせと共にFig. 1.3.4.6-1に示す。また、両者の比のグラフをFig. 1.3.4.6-2に示す。球圧力源同士の相互作用の影響はさらに顕著となり、FE解析結果と山川の解の重ね合わせとの差は U_z 、 U_r とも最大で約20%に達するようになる。また、 U_z が最大となる地点にも明らかな違いが見られる。モデル③と同様にして $U_z(FEM)$ を1 m間隔で補間した結果、 $U_z(FEM)$ の最大値は、山川の解の重ね合わせが最大値を取る地点よりも約1300m 原点寄りの地点に現れた。

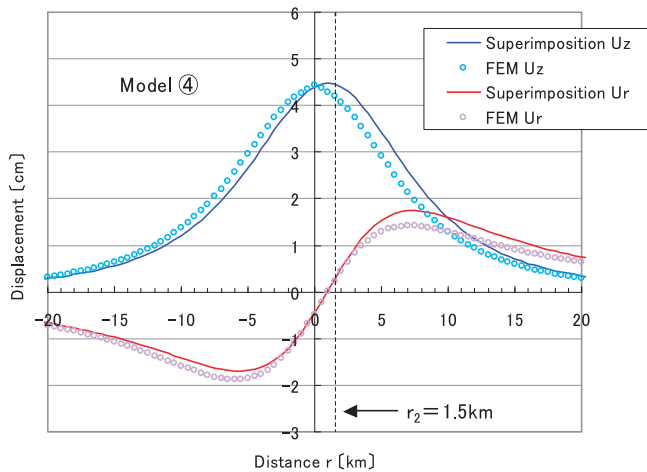


Fig.1.3.4.6-1 For Model ④.

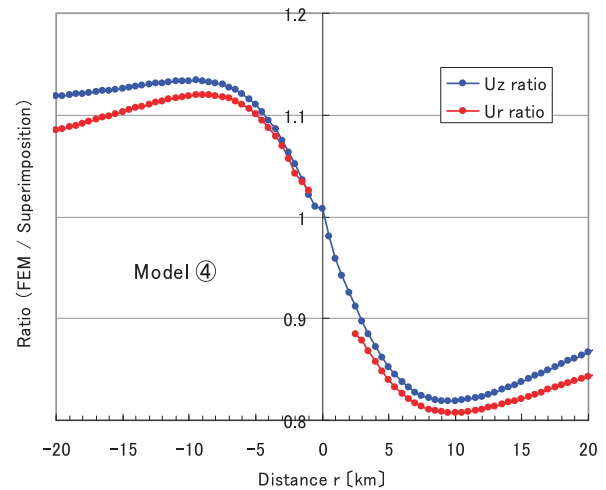


Fig.1.3.4.6-2 For Model ④.

両者の間にこのような違いが発生する原因について定性的に考察する。FEMによる2つの球圧力源の変形形状をFig. 1. 3. 4. 6-3に示す。なお、ここでは変位を200倍に拡大し、圧力源の変形形状を誇張して示した。球圧力源が1つだけ存在する場合には、圧力源は球形をほぼ保ったまま膨張する（このことは単一の球圧力源を有するFEモデルの解析結果から簡単に確かめることができる）が、このモデルの場合、いずれの球圧力源とも、もう一方の球圧力源に相対する面が自由に膨張できずに、球形から歪んだ形状に変形している様子が分かる。このため、2つの球圧力源の変形形状を全体として捉えると、長軸が鉛直から45°傾いた単一の回転楕円体に似た形状となっている。また、2つの球圧力源が全体として周囲の媒質に及ぼす力も、もう一方の球圧力源に相対する面同士の力は互いに打ち消し合うため、単一の傾いた回転楕円体圧力源が及ぼす力に類似していると考えることができる。回転楕円体圧力源の場合、長軸方向の変位は小さく、短軸方向の変位は大きくなる（本報告1.3.2節参照）。よって、このモデルの場合も、2つの球圧力源を大まかに1つの回転楕円体と近似し、2つの球圧力源の中心を結ぶ直線をその近似楕円体の長軸と見なすと、長軸が向いている $r > 0$ の領域では変位が小さくなり、短軸が向いている $r < 0$ の領域では変位が大きくなったとしてFig. 1. 3. 4. 6-1の変位の様子を定性的に説明できる。

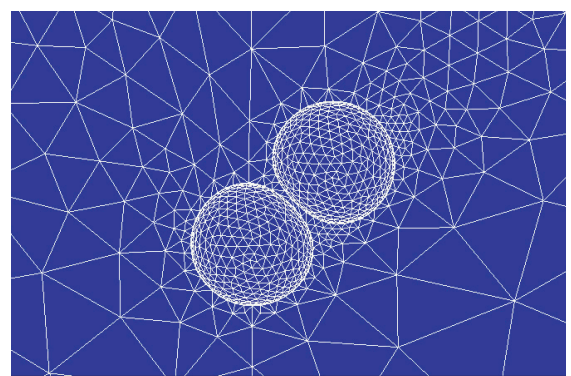


Fig.1.3.4.6-3 The shape of two spherical pressure sources after deformation. Displacement is magnified 200 times.

しかしながら、現実の火山の地下にもし実際に2つの圧力源が存在するとしても、それらがモデル③④のように極端に接近した状態で安定的に存在するとは考えにくく、圧力源の表面同士はある程度離れているものと推察される。よって、現実の火山においては、山川の解の重ね合わせが通常は充分良く成り立つと考えて良いものと思われる。

モデル⑤

山川の解によると、球圧力源の半径 a を小さくしても、それに見合うだけの強い ΔP を与えれば、元の球圧力源と全く同じ地表面変位が現れる。それでは、球圧力源同士の相互作用が見られたモデル③の2つの球圧力源半径を小さくした場合、相互作用は一体どうなるであろうか。

それを確かめるため、2つの圧力源の中心位置はモデル③と同じとして、それらの半径 a_1 および a_2 をいずれもモデル③の1/2の0.5kmとした（Fig. 1. 3. 4. 1-4参照）。両圧力源の中心位置の距離は2.828kmでモデル③と変わらないが、圧力源の表面同士の最短距離は1.828kmと約2.2倍になっている。一方、 ΔP_1 および ΔP_2 はいず

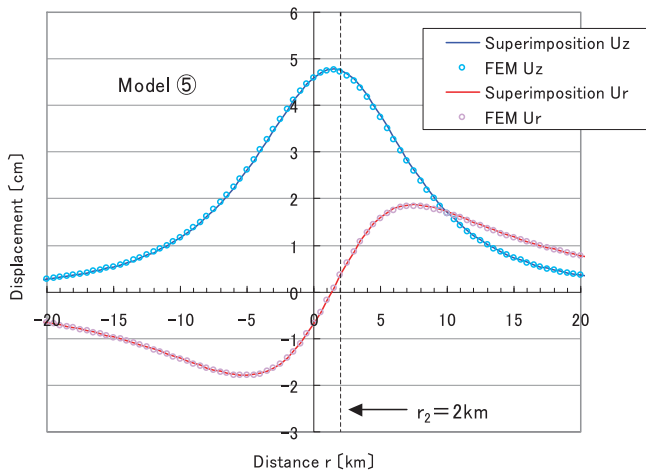


Fig.1.3.4.7-17-1 & For Model ⑤.

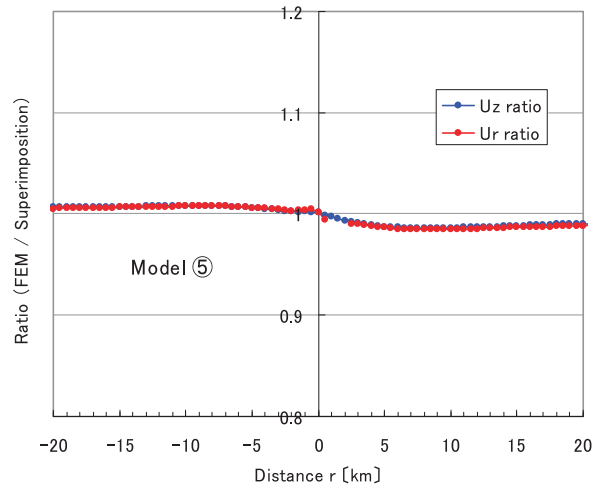


Fig.1.3.4.7-2 For Model ⑤.

れもモデル③の8倍の8000atmとした。山川の解より、両者は単独で存在する場合、それぞれ $a = 1$ km, $\Delta P = 1000$ atm の球圧力源と全く同じ地表面変位を示す。

この場合のFE解析結果を、山川の解の重ね合わせと共に Fig. 1. 3. 4. 7-1に示す。また、両者の比のグラフを Fig. 1. 3. 4. 7-2に示す（なお、Fig. 7-2の縦軸のスケールは Fig. 5-2および Fig. 6-2に揃えた）。モデル③ではFE解析結果と山川の解の重ね合わせとの差は U_z , U_r とも最大で約10%に達した（Fig. 5-2参照）が、このモデルでは両者の差は最大でも1.5%程度であり、モデル③の場合と違って山川の解の重ね合わせが良く成立していることが示される。

FEMによる2つの球圧力源の変形状を Fig. 1. 3. 4. 7-3に示す。ここでも変位を200倍に拡大して示した。Fig. 1. 3. 4. 6-3（モデル④）では2つの球圧力源は相互作用のために球形から歪んだ形状に変形したが、このモデルでは2つの球圧力源がほぼ球形を保持したまま膨張している様子が見られる。このことは球圧力源間の相互作用が少ないことを示しており、よって山川の解の重ね合わせが良く成り立つことになる。

ここで、 ΔP の大きさは相互作用の強さに無関係である。例えば、このモデルで2つの圧力源の ΔP を1000atmと1/8に小さくしても、Fig. 1. 3. 4. 7-1の変位量を単に1/8倍したFE解析結果が得られるだけである。あるいは、本稿で扱った5モデルのうち球圧力源同士の相互作用が最も強いモデル④の場合にも同様のことが成り立つ。つまり、 ΔP を変化させても、相互作用の強さが変化する（あるいは変位曲線の形が変化する）ことはない。

以上のことから、圧力源が複数存在する場合、相互作用の強さを決定する要因は圧力源の表面同士の最短距離であることが示された。

1. 3. 4. 4 まとめ

2つの球圧力源を有するFEモデルを作成して解析を行った。その結果、球圧力源同士がある程度離れていればそれらの相互作用が地表面変位に及ぼす影響は小さく、山川の解の重ね合わせが良く成り立つことが確かめられた。2つの球圧力源を極端に接近させた場合には両者の相互作用の影響が見られ、山川の解の重ね合わせではFE解析結果をうまく説明できなくなる。しかしながら、現実の火山の地下にも実際に2つの圧力源が存在するとしても、それらが極端に接近した状態で安定的に存在するとは考えにくく、従って、現実の火山においては、山川の解の重ね合わせが通常は充分良く成り立つと考えて良いであろう。球圧力源間の相互作用の強さを決定す

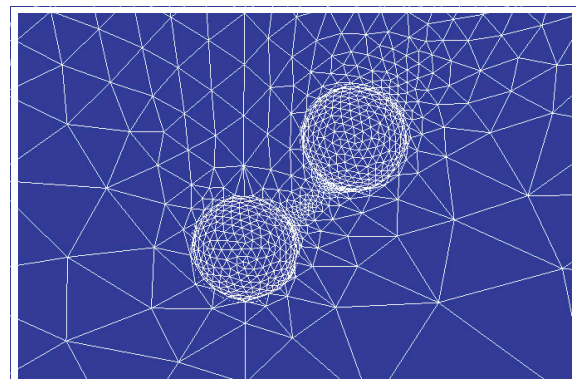


Fig.1.3.4.7-3 The shape of two spherical pressure sources after deformation. Displacement is magnified 200 times.

るのは球圧力源の表面同士の最短距離であり、 ΔP の大きさは無関係である。

(坂井孝行)

参考文献

- 江頭庸夫・中村貞美, 1986: 桜島火山周辺における地盤変動—1974～1982 年—, 第 5 回桜島火山の集中総合観測, 11-21.
- 茂木清夫, 1957: 桜島の噴火と周辺の地殻変動との関係, 火山, **1**, 9-18.
- 坂井孝行・山本哲也・福井敬一・藤原健治・高木朗充・中禮正明, 2007a: 有限要素法による火山性地殻変動の計算精度の確立—茂木-山川モデルの再現—, 気象研究所研究報告, **58**, 1-15.
- 坂井孝行・山本哲也・福井敬一・藤原健治・高木朗充・中禮正明, 2007b: 深さに比して相対的に大きな半径を有する球圧力源による地表面変位—有限要素法による計算—, 気象研究所研究報告, **58**, 17-30.
- 山川宜男, 1955: 内部力源による半無限弾性体の変形について. 地震, **8**, 84-98.