

1.3.1 円柱圧力源が存在する場合の地殻変動

1.3.1.1 はじめに

火山の地殻変動をもたらす地下の圧力源の形状として、茂木-山川モデル（山川，1955；茂木，1957）として知られる球形の圧力源の他にも、様々な形状のものが考えられる。特に、地下のマグマ溜まりから火口底への通路として火道を考える場合、円柱形（パイプ状）の圧力源を想定するのが最も自然であろう。しかしながら、円柱圧力源による地表面変位の解析解は存在せず、また、数値的な計算もこれまでほとんどなされていない。

そこで、本節では、地下に円柱形の圧力源が存在する場合の地表面変位を有限要素法 (finite element method, FEM) を用いて数値計算し、その特徴を調べる。なお、本節では、地表面が平面、かつ媒質が均質の場合のみを扱う。

1.3.1.2 円柱圧力源 FE モデルの概要と計算精度

(1) FE モデルの概要

以下、今回作成した円柱圧力源 FE モデルの概要について述べる。FE モデルの作成および解析には ANSYS Ver. 7.0 を使い、モデルの基本的な設定は坂井・他（2007a）（本報告1.1.1節参照）に従った。

固体地球表面の曲率は無視し、地表面を平面とする。円柱圧力源の中心深さ D を 10km に固定する。円柱の軸は z 軸に平行であるとする。円柱の高さ h_c を 2 km（上端の深さ 9 km，下端の深さ 11km）とし、円柱の半径 a_c を 1 km から 0.1km まで、0.1km 刻みで変化させ、計 10 モデルを作成した。なお、円柱半径 a_c が 1 km の時、その直径は 2 km となり、高さ h_c と等しくなる。このように円柱圧力源の大きさを深さに対して充分小さく設定することにより、圧力源の大きさが地表面変位に及ぼす影響（例えば、坂井・他，2007b：本報告1.3.3節参照）を排除した。

この円柱圧力源の周囲に、大きな円柱形のモデル領域を考える。円柱モデル領域の半径 R および高さ H を大きくするほどモデル領域中心部での計算精度は高くなるが、その一方、節点数が必然的に増加し、計算時間が加速度的に増大する。そこで、今回は R と H をいずれも D の 15 倍の 150km に設定した。 $a_c = 1$ km の場合のモデル中心部（距離 r が約 30km まで）の外観を Fig. 1.3.1.1-1(a) に、円柱圧力源の拡大図を Fig. 1.3.1.1-1(b) に示す。また、 $a_c = 0.3$ km の場合の円柱圧力源の拡大図を Fig. 1.3.1.1-2 に示す。これらのモデルの円柱形モデル領域は方位角方向に 90 度に切断してあるが、今回扱うような軸対称モデルの場合はこの 2 つの切断面に対称境界条件を設定して FE 解析を行うことにより、要素数および節点数を 360 度円柱モデルの場合の約 1/4 に減らし

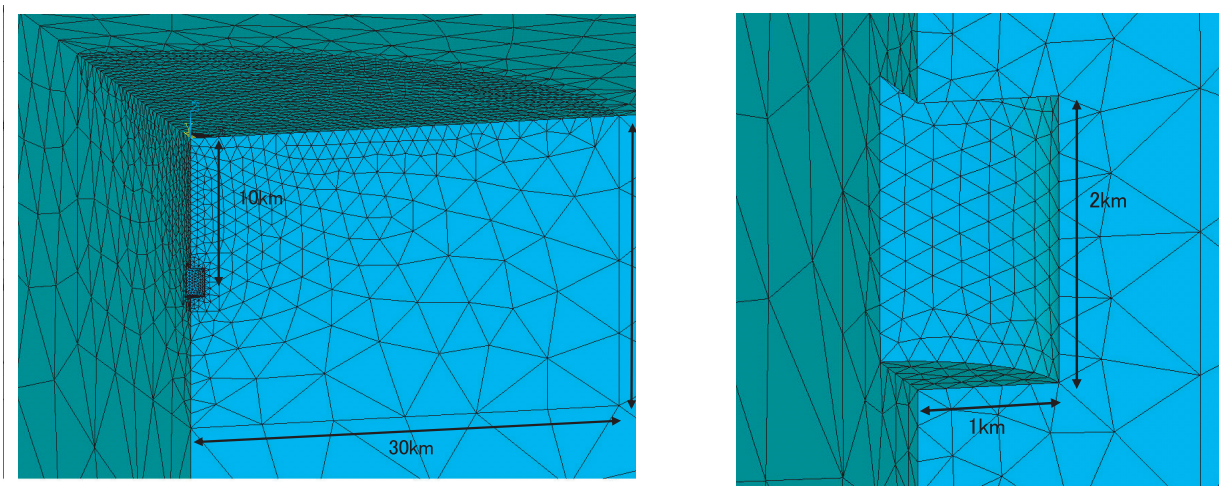


Fig. 1.3.1.1-1 (a) Exterior of the central part of the FE model of $a_c = 1$ km (a_c means radius of the columnar pressure source). (b) Magnification of the columnar pressure source.

つつ、360度円柱モデルと全く同じ解析結果を得ることができる。円柱モデル領域の底面および外周面の境界条件は完全固定とした。

メッシュの設定は、円柱圧力源部分のメッシュサイズをそれぞれのモデルの a_c の $1/5$ 程度、距離 $r=30\text{km}$ までの地表面のメッシュサイズを 1km 程度とした。モデルの媒質は均質とし、剛性率 μ の値として上部地殻の標準的な値 40GPa を用いた。また、円柱圧力源の表面に加わる圧力変化 ΔP は正（外向き）とし、その大きさは $1000\text{atm} (=1.01325 \times 10^8 \text{Pa})$ とした。

以下では、上下変位および水平変位をそれぞれ U_z 、 U_r で表し、FE 解析結果によるそれらをそれぞれ $U_{z(FEM)}$ 、 $U_{r(FEM)}$ と表記する。

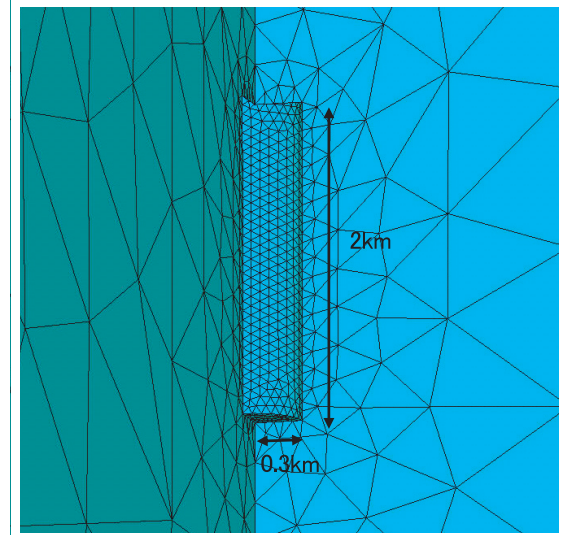


Fig. 1.3.1.1-2 FE model of $a_c = 0.3\text{ km}$.

(2) 計算精度の確認およびFE 解析結果の補正

上記の円柱モデル領域 ($R=H=150\text{km}$) による計算精度を確認するため、坂井・他 (2007a) と同様に茂木-山川モデルを FE モデルで再現し、山川 (1955) の解との比較を行う。山川の解による上下変位および水平変位をそれぞれ $U_{z(YMK)}$ 、 $U_{r(YMK)}$ と表記する。

$R=H=150\text{km}$ の円柱モデル領域によって深さ $D=10\text{km}$ 、半径 $a_0 = 1\text{ km}$ の球圧力源 FE モデルを作成し、 $\Delta P = 1000\text{atm} (=1.01325 \times 10^8 \text{ Pa})$ を与えた場合の $U_{z(FEM)}$ と $U_{r(FEM)}$ を、山川の解と併せて Fig. 1.3.1.2-1 に示す（縦軸は山川の解の U_z の最大値 1.900cm で規格化）。なお、横軸の距離 r は D の 3 倍の 30km までを表示し、 $U_{z(FEM)}$ と $U_{r(FEM)}$ は中間節点を含めて 0.5km 間隔で示した。また、両者の比 ($U_{z(FEM)}/U_{z(YMK)}$ 、 $U_{r(FEM)}/U_{r(YMK)}$) を Fig. 1.3.1.2-2 に示す。今の場合、 $a_0/D=0.1 (=1\text{ km}/10\text{km})$ と充分小さく、山川の解が充分精度良く成り立っている (山川, 1955) ため、両者の比は即ち FEM の計算精度を表すことになる。そこで、以下、両者の比を「計算精度」と呼ぶことにする。 U_r の計算精度は $r=30\text{km}$ までの範囲で 98.7% 以上を実現しており、また、 U_z についても $r=30\text{km}$ までの範囲で 91.6% 以上の計算精度を確保している。

このように、今回設定した円柱モデル領域は一定の計算精度を有しているが、本稿ではさらに精度の良い計算

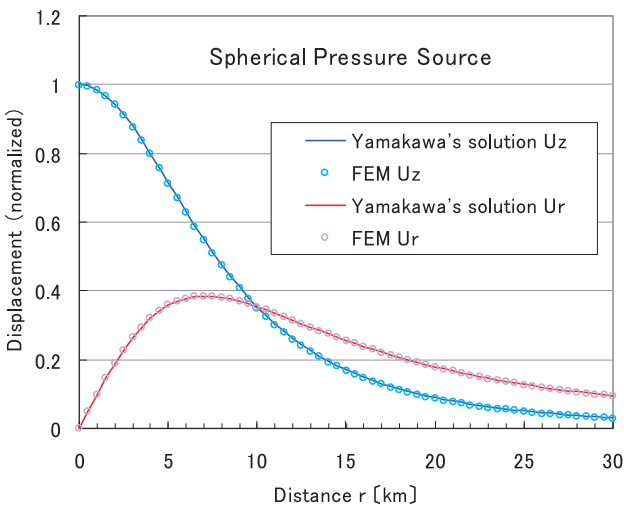


Fig. 1.3.1.2-1 Confirmation of the precision of calculation by the FE model of $R = H = 150\text{ km}$ (R and H are the radius and the height of the FE model region, respectively). Mogi-Yamakawa's model (depth $D = 10\text{ km}$ and radius $a_0 = 1\text{ km}$) was reproduced by FEM.

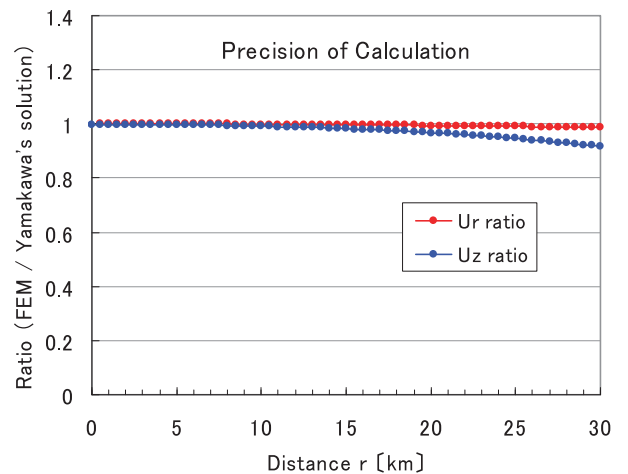


Fig. 1.3.1.2-2 Ratio of the results of FE analysis to Yamakawa's solution. A sufficiently high precision of calculation is realized.

結果を得るため、本報告1.2.3節（低速度表層が存在する場合）と同様に、Fig. 1.3.1.2-2に示した計算精度を
 基にFE解析結果を補正する。具体的には、Fig. 1.3.1.2-2の各節点での計算精度の値で、FEモデルの各節点
 での $U_{z(FEM)}$ および $U_{r(FEM)}$ を割る。あるいは、計算精度の逆数を補正係数として各節点での $U_{z(FEM)}$ および $U_{r(FEM)}$
 に掛けると考えても良い。以下に示すFE解析結果は全てこの計算精度補正操作を施した後の値である。

1.3.1.3 解析結果

上記10モデルのFE解析結果を以下にまとめる。以下では $U_{z(FEM)}$ および $U_{r(FEM)}$ の最大値をそれぞれ U_{zMAX} 、
 U_{rMAX} と表記する。

(1) 解析結果の概要

まず、結果を概観するために、円柱圧力源半径 $a_c = 1\text{ km}$ 、 0.5 km 、 0.3 km 、 0.2 km および 0.1 km の場合のFE
 解析結果を Fig. 1.3.1.3-1~5に示す。 a_c が大きい場合、FE解析結果は山川の解に良く類似した変位を示すが、
 a_c が 0.3 km より小さくなると、 U_{zMAX} が距離 $r = 0$ （圧力源直上）ではなく少し離れた地点に現れるという著し
 い特徴を示すようになる。これを3次元的に考えた場合、 U_{zMAX} は圧力源直上を中心とする円周上に現れること
 になる。

また、 a_c が小さくなるにつれて、 U_{zMAX} の U_{rMAX} に対する比が次第に小さくなっていくことも分かる。

なお、 a_c が小さくなるにつれて縦軸の変位量が非常に小さくなっていくが、変位量は μ に反比例して、また ΔP
 に比例してすぐに変化する値であり、今の場合、その絶対値はさほど重要ではない。

一方、変位ベクトルの向きについて見ると、各モデルとも各節点での $U_{z(FEM)}/U_{r(FEM)}$ は D/r に概ね2%以内
 の精度で一致した。Fig. 1.3.1.4に $a_c = 0.5\text{ km}$ の場合について両者の比較を示す。両者が良く一致している様子
 が分かる。従って、各節点での変位ベクトルは円柱圧力源の中心をほぼ指し示すことになる。さらに、もし2地
 点で変位ベクトルが得られれば、それらの延長線の交点に圧力源中心が存在すると見なして良いことになる。

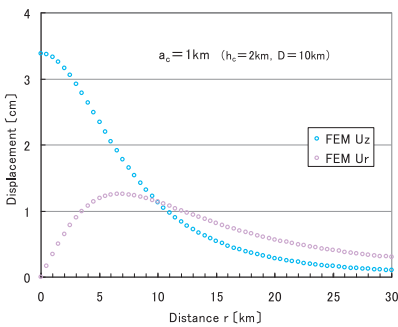


Fig. 1.3.1.3-1 Results of FE analysis of the model of $a_c = 1\text{ km}$.

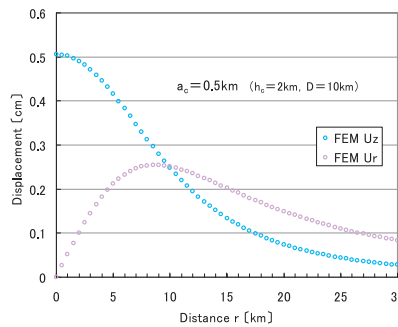


Fig. 1.3.1.3-2 For $a_c = 0.5\text{ km}$.

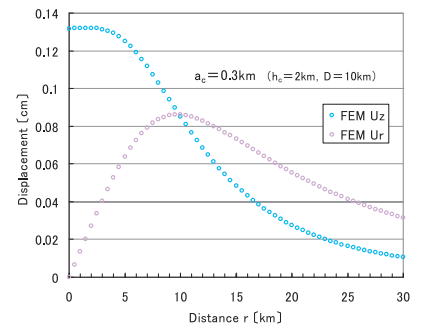


Fig. 1.3.1.3-3 For $a_c = 0.3\text{ km}$.

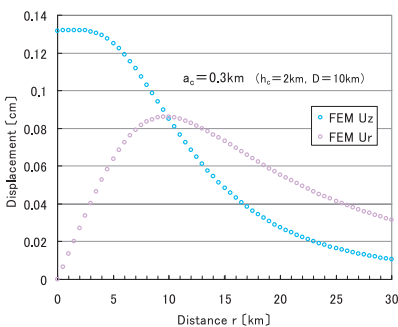


Fig. 1.3.1.3-4 For $a_c = 0.2\text{ km}$.

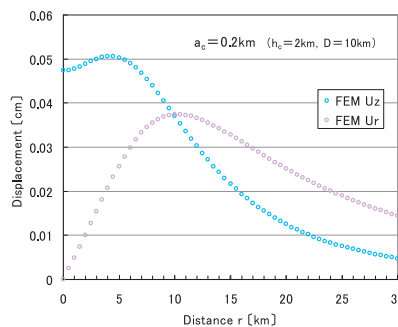


Fig. 1.3.1.3-5 For $a_c = 0.1\text{ km}$.

(2) 解析結果の定量的な検討

次に、変位曲線を特徴付ける量として、

- ・ 比 $\phi = U_{zMAX} / U_{rMAX}$
- ・ U_{zMAX} が現れる地点の距離 $r(U_{zMAX})$
- ・ U_{rMAX} が現れる地点の距離 $r(U_{rMAX})$
- ・ U_z と U_r との交点 r_i

の4つの量に注目する。なお、ここでは、ANSYSの補間ツールを使用して地表面変位を1m間隔で算出し、それに先述と同様の計算精度補正操作を行った結果から上記の4つの量を決定した。 r_i については、 U_z と U_r の差の絶対値が最も小さくなる地点を交点と見なした。

U_{zMAX} と U_{rMAX} との比 ϕ をFig. 1.3.1.5-1に示す。 a_c が1kmあるいはそれに近い場合は球圧力源に関する山川の解の値(2.598)に近い値を取るが、 a_c が小さくなるにつれ、 ϕ は次第に山川の解の値より小さくなっていく。これは、 a_c が小さくなるほど円柱圧力源の上面から地表面を上へ押し上げる力が減少するためと考えることができる(円柱圧力源の上面の面積と側面の面積との比は $a_c / 4 h_c$ で与えられ、 a_c が小さいほどこの比も小さくなる)。一方、 ϕ の変化の様子を曲線として捉えた場合、グラフの両端で傾きがやや緩やかになっており、全体として3次曲線ではほぼ近似される変化を示す。

次に、 U_{zMAX} が現れる地点の距離 $r(U_{zMAX})$ 、および U_{rMAX} が現れる地点の距離 $r(U_{rMAX})$ を併せてFig. 1.3.1.5-2に示す。 $r(U_{zMAX})$ は a_c が0.3km以下の3モデルで圧力源直上($r=0$)から離れた地点となり、その離れ方の度合いは a_c が小さくなるほど著しい。また、このグラフから、 $r(U_{zMAX})$ が0となる場合と0以外の値を取る場合との境目となる a_c は、0.3kmより少し大きい値であることが分かる。一方、 $r(U_{rMAX})$ は、 a_c が1kmあるいはそれに近い場合は山川の解の値(7.071km)に近い値を取るが、 a_c が小さくなるにつれて次第に山川の解の値より大きくなっていく。つまり、 U_r はより遠い地点で最大値を取るようになる。従って、GPSで観測された水平変位データに山川の解を適用して D を推定するという一般的な手法を用いる際に、地表面変位をもたらしている圧力源の形状が実際には球ではなく縦長の円柱であった場合、 D を本来の値より過剰に深く見積もってしまうことになる。

一方、 U_z と U_r との交点 r_i については、いずれも $D(=10\text{km})$ と1%以内で一致した(図示は省略)。従って、

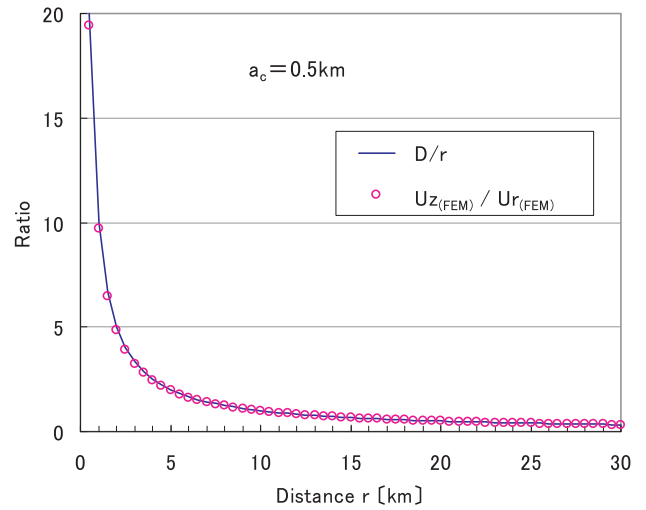


Fig. 1.3.1.4 Comparison of $U_{z(FEM)}/U_{r(FEM)}$ and D/r for $a_c = 0.5$ km. $U_{z(FEM)}/U_{r(FEM)}$ agrees with D/r within 2% throughout the graph.

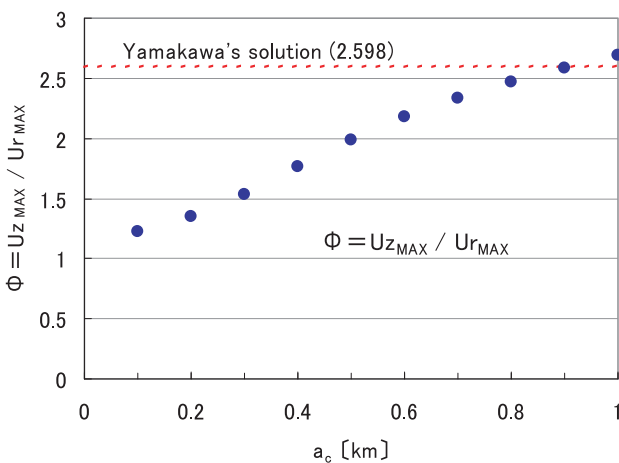


Fig. 1.3.1.5-1 Comparison of ϕ (ratio of U_{zMAX} to U_{rMAX}) of each model.

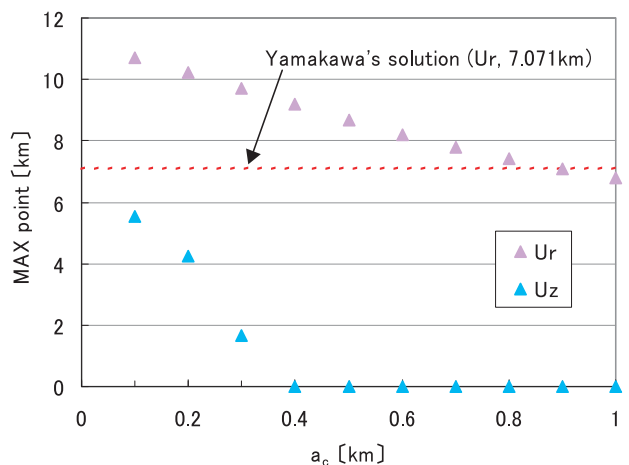


Fig. 1.3.1.5-2 Comparison of $r(U_{zMAX})$ (the distance where U_{zMAX} appears) and $r(U_{rMAX})$ (the distance where U_{rMAX} appears).

もし地下に円柱圧力源が存在する場合、多数の観測点で精度の良い U_z と U_r のデータが得られたならば、離散的な両データのそれぞれに曲線をフィッティングさせて両者の交点を求めることにより、 a_c の大小にかかわらず D を精度良く決定できるであろう。

1.3.1.4 円柱圧力源に関する今後の課題

本節で計算した $D=10\text{km}$, $h_c=2\text{km}$ の円柱圧力源モデルの場合、 a_c が 0.3km 以下の時に $r(U_{zMAX})$ が圧力源直上 ($r=0$) から離れた地点となったが、 a_c が 0.3km 以下であっても D を浅くすると $r(U_{zMAX})$ は圧力源直上となることが我々のこれまでの計算で分かっている。これは、坂井・他 (2007b) が球圧力源の場合について示したと同様に、圧力源の大きさがその深さ D に対して大きい場合、圧力源直上からの距離 r が近い地点ほど、圧力源の大きさの影響を受けて変位量が大きくなるためと考えられる。円柱圧力源の場合、 $r(U_{zMAX})$ が圧力源直上となるか否かの条件は D , h_c および a_c の3パラメータの関係式で表されることが予想される。今後、これら3パラメータを様々に変化させた円柱圧力源モデルを作成して計算を進め、 $r(U_{zMAX})$ が圧力源直上となる条件を明らかにしたい。

また、円柱圧力源による変位は、次の1.3.2節で述べる「回転楕円体圧力源による地表面変位の近似式」のパラメータを調整することにより、ある程度精度良く表すことができる。今後パラメータの整理を進め、円柱圧力源による変位についても近似式の形で表すことができるようにしたい。

1.3.1.5 まとめ

火道の一般的な形状として想定される円柱形の圧力源による地表面変位を FEM を用いて計算した。円柱の直径が高さにほぼ等しい場合には球圧力源 (茂木-山川モデル) の場合に類似した地表面変位を示すが、円柱半径を小さくした場合には上下変位が比較的小さくなったり、上下変位の最大値が圧力源直上から離れた地点に現れるなど、球圧力源の場合とはかなり様相の異なる地表面変位を示すようになることが分かった。一方、上下変位と水平変位が等しくなる地点の圧力源直上からの距離は、円柱圧力源の形状にかかわらず圧力源深さにほぼ一致することも判明した。

(坂井孝行)

参考文献

- 茂木清夫, 1957: 桜島の噴火と周辺の地殻変動との関係, 火山, **1**, 9-18.
- 坂井孝行・山本哲也・福井敬一・藤原健治・高木朗充・中禮正明, 2007a: 有限要素法による火山性地殻変動の計算精度の確立-茂木-山川モデルの再現-, 気象研究所研究報告, **58**, 1-15.
- 坂井孝行・山本哲也・福井敬一・藤原健治・高木朗充・中禮正明, 2007b: 深さに比して相対的に大きな半径を有する球圧力源による地表面変位-有限要素法による計算-, 気象研究所研究報告, **58**, 17-30.
- 山川宜男, 1955: 内部力源による半無限弾性体の変形について, 地震, **8**, 84-98.