

地震動の最大エネルギーと震度との関係

高 木 聖

Relation between the Maximum Value of Seismic Waves Energy and
the Seismic Intensity

by

Sei Takagi

Meteorological Research Institute, Tokyo

(Received December 11, 1968)

Abstract

It has been generally understood the seismic intensity has a good correlation to the maximum acceleration of seismic ground motions. In the present study, it was found that seismic intensity has a better correlation to the maximum energy of seismic waves rather than to maximum acceleration. The material was taken from the seismic data obtained at the Nagano Weather Station for the Matsushiro swarm earthquakes.

Fig. 1 illustrates the relation between the maximum displacement and seismic intensity, which shows a fairly good correlation except for Intensity I. Fig. 2 illustrates the relation between the maximum velocity of seismic waves and intensity. In intensities IV and V, the linearity is poor. Fig. 3 illustrates the relation between maximum acceleration and intensity. In intensities, I and II, the deviation is large. Accordingly, the logarithm of maximum acceleration and seismic intensity does not have a simple linear relation.

The relation between the maximum energy of seismic waves and seismic intensity is shown in Fig. 4, which gives a good linearity all the way from I to V. Fig. 5 shows the relation between the total energy of seismic waves and intensity, in which the deviation is large again in I, II and V.

All these results, the author believes, well support the statement made above.

1. 序

地震波動の物理量の内、人間の感覚に訴える地動の強さ（震度）と関係があるのは何かとい

うことは、まだよく分っていない。大森房吉の研究(1893年)以来、震度は地震波動の加速度と関係があるように考えられ勝ちであった。その後、石本巳四雄(1932年)が加速度地震計(短周期地震計)の記録と震度との関係から、気象庁震度階と加速度との対照表を作成した。これは、あとで、河角広(1943年)によって補正されている。これらの対照表を参考のため、Table 1 に掲載しておく。石本の論文を見れば、よく分ると思うが、震度 *I* と *II* との間には、か

Table 1. 石本と河角の震度、加速度の対照表
Reference table of seismic intensity and acceleration
of seismic waves.

震 度 Intencity	石本の加速度階 Ishimoto's scale	河角の補正階 Kawasumi's scale
0	gal 0~0.5	gal 0~0.8
I	0.5~2	0.8~2.5
II	2~8	2.5~8.0
III	8~32	8.0~25.0
IV	32~128	25.0~80.0
V	128~512	80.0~250.0
VI	512~∞	250.0~∞

なり大きな誤差が含まれている。このことは、この論文のあとで再び問題になってくる。そうして、かなり長い間、あたかも震度は加速度で規定できるように考えられており、これが利用されて来た。しかし、この対照表が実際の地震で、その後、確かめられたことはないように思う。

これとは別に、震度を器械観測できめようと何人かによって試みられたが、確定的な結果は出ていないようである。

今回の研究は、地震動の各種の物理量(変位、速度、加速度、仕事等)の内、どれが一番震度に対応するかを、あらたに確かめるということを試みた。

用いた資料は1955年8月以来1年半に亘って起った松代地震の長野地方気象台の観測である。この地震の間、震度Vまで観測したと、これらの地震の地動周期が大体同じぐらいであったことから、この資料で確かめてみることにした。

気象庁震度階の出来た歴史的記述については、三浦武重(1964年)の調査があることを、ここに記しておく。

2. 物理諸量と震度との関係

Table 2 は、長野地方気象台で観測した地震の発震時とその震度、および、その地震記象から求めた最大変位、最大速度、最大加速度、最大エネルギー値、総エネルギー値である。エネルギー値というのは、地表面の密度を ρ 、その剛性率を μ としたとき、面積素片 $R^2 \sin \theta d\theta d\varphi$ を通る地震波動のエネルギーは、 $R^2 \sin \theta d\theta d\varphi \sqrt{\mu\rho} \pi^2 \sum (A^2/T)$ 、(ここに、 A は波動の振幅であり、 T はその周期、 R は震源から地表までの距離。詳細は論文末尾の付録を参照。)、であるから、 A^2/T または $\sum (A^2/T)$ だけではエネルギーとはいえない。それゆえ、 A^2/T また

Table 2. 震度と物理量読取值
Seismic intensity and physical values of seismic waves.

発震時 Occurrence time					震度 Seismic intensity	最大変位 Maximum displacement A	最大速度 Maximum velocity A/T	最大加速度 Maximum acceleration A/T ²	最大エネルギー値 Maximum energy A ² /T	総エネルギー値 Total energy Σ A ² /T
Year	Month	Date	Hour	Minute		mm	mm/sec	mm/sec ²	mm ² /sec	mm ² /sec
1966.	6.	28.	15.	37	I	0.166	2.328	365.9	0.883	25.746
	5.	25.	3.	19	I	0.163	1.709	122.8	0.750	10.968
	5.	19.	22.	25	I	0.109	1.088	73.5	0.339	3.512
	4.	28.	14.	38	II	0.351	8.272	431.1	4.894	172.41
	6.	6.	19.	05	II	0.325	3.744	121.4	6.107	71.68
	7.	10.	17.	58	II	0.378	11.104	1050.1	7.485	140.09
	4.	17.	15.	46	III	2.92	12.069	240.5	103.84	1085.18
	5.	30.	13.	27	III	0.81	36.832	199.2	36.44	797.87
	4.	17.	10.	21	IV	4.71	31.168	487.1	409.35	2952.38
	5.	28.	14.	21	IV	10.82	28.576	536.8	812.79	9062.66
	4.	5.	17.	51	V	16.22	46.416	1878.0	2226.10	9705.78

T は振動周期, A は振幅

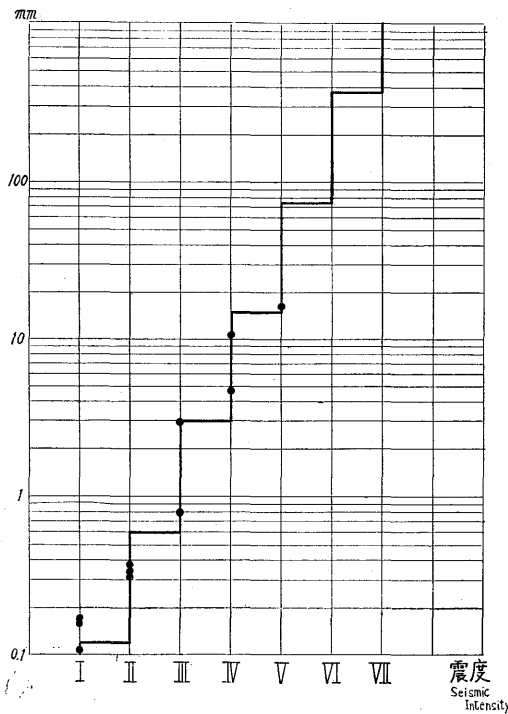


Fig. 1. Relation between the maximum displacement and the seismic intensity.

は $\sum(A^2/T)$ だけを、エネルギー値または総エネルギー値ということにした。

これらの数値と震度との関係を図示するにあたって、人間の感覚量と外界の刺激量 P との間には、

$$L = K \log_e P \quad (K \text{ は定数})$$

の関係があり、ここでは、 L は震度、 P は物理諸量と考えられるので、片対数グラフを用い、対数目盛に物理諸量を取ることにした。

Fig. 1 は震度と最大変位との関係を図示したものである。震度 I のところが大きく乱れているが、震度 II 以上は、ある程度階段におさまっているようである。これは、この地震群の周期が大体同じぐらいのものであったから、振幅が大きい地震は震度も大きくなったものと思われる。しかし、震度 I のところが乱れているのは、わずかの周期の差がきいてきて、震度 I と II とが分離したものと思われる。

Fig. 2 は地動の最大速度と震度との関係を図示したものである。震度 III までは階段になっているが、震度 IV 以上が大きく乱れている。最大速度と震度との間には簡単な関係がないように思える。

Fig. 3 は地動の最大加速度と震度との関係である。これが従来階段的になるものと考えられていたものである。しかし、実際には、震度 III 以上は、大体階段的になっているように思われるが、震度 I と II とは全々階段的になっていない。石本の研究でも、そうであったことを前に書いた。これは 3 節で述べるように、この地震の振動周期は大体 0.3 秒ぐらいであったか

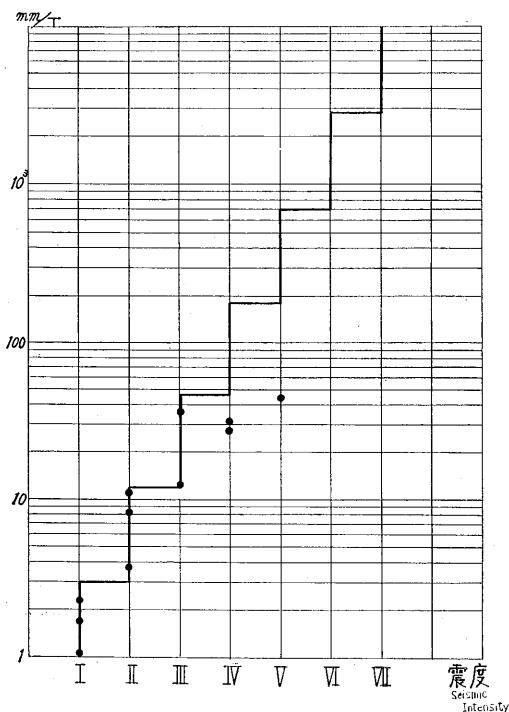


Fig. 2. Relation between the maximum velocity of seismic waves and the seismic intensity.

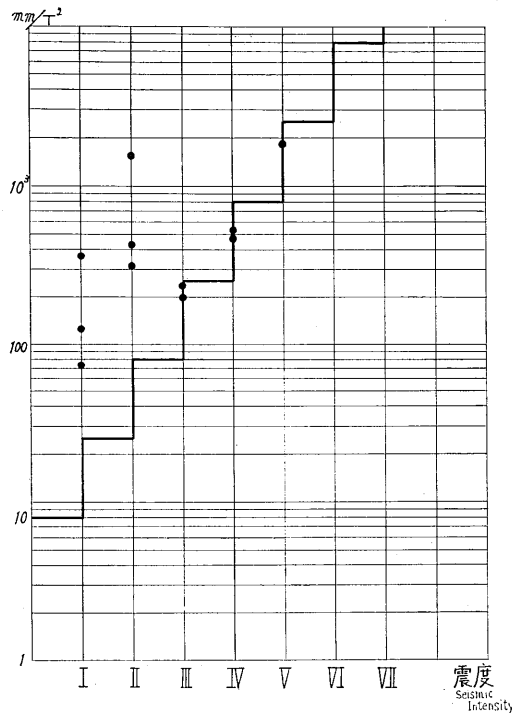


Fig. 3. Relation between the maximum acceleration of seismic waves and the seismic intensity.

ら、震度を加速度と考えると、予想される振幅は $0.002 \sim 0.02 \text{ cm}$ であるのに、実際には、 $0.02 \sim 0.2 \text{ cm}$ であったために、震度 *III* または *IV* ぐらいの加速度が求まったものと思われる。理由はどうかと、Fig. 3 の関係からは、震度と加速度との間に単的な関係があるとは思われない。

Fig. 4 は地動の最大エネルギー値と震度との関係である。これはうまく階段的になっている。この階段を数値的に表現したものが Table 3 である。これを数式に表現すると、

$$I = 1.6990 + \log_{10} Q \quad (\text{小数点以下切捨})$$

となる。ここに I は震度階の度数であり、 Q はミリメートル単位で振幅を測った場合の最大エネルギー値である。この式から Q を求めると、震度に対する最大エネルギー値の下限が求まる。

ついでに、Fig. 5 が総エネルギー値と震度との関係を示す。震度 *I* と *II* のところが少し乱れていて、前者ほどよい相関がみられない。

3. エネルギーと加速度との比較

地動 x の振幅を a とすると、

$$a = T^2 / 4\pi^2 \cdot \left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)$$

として、加速度に対する地動の振幅 a が求まる。ここに T は地動の周期を示す。これより、各

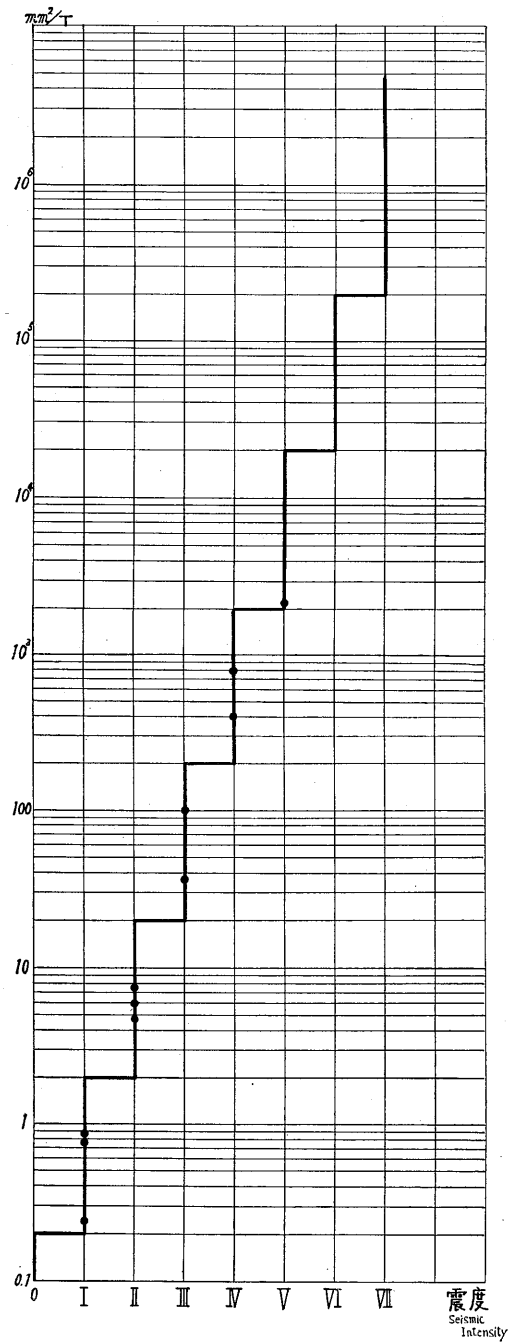


Fig. 4. Relation between the maximum energy of seismic waves and the seismic intensity.

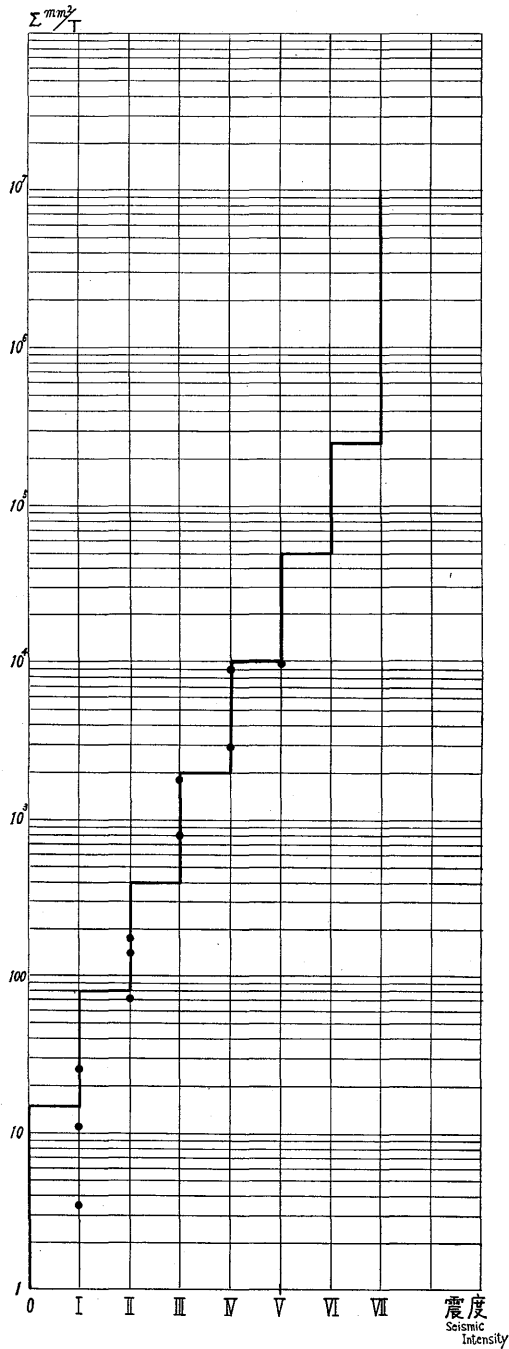


Fig. 5. Relation between total energy of seismic waves and the seismic intensity.

Table 3. 震度と最大エネルギー値との対照表
Reference table of seismic intensity and maximum energy of seismic waves.

震度 Intensity	0	I	II	III	IV	V	VI	VII
最大エネルギー値 Maximum energy	mm ² /sec 0~0.2	0.2~ 2.0	2.0~ 20.0	20.0~ 200	200~ 2000	2000~ 20000	20000~ 200000	200000 ~∞

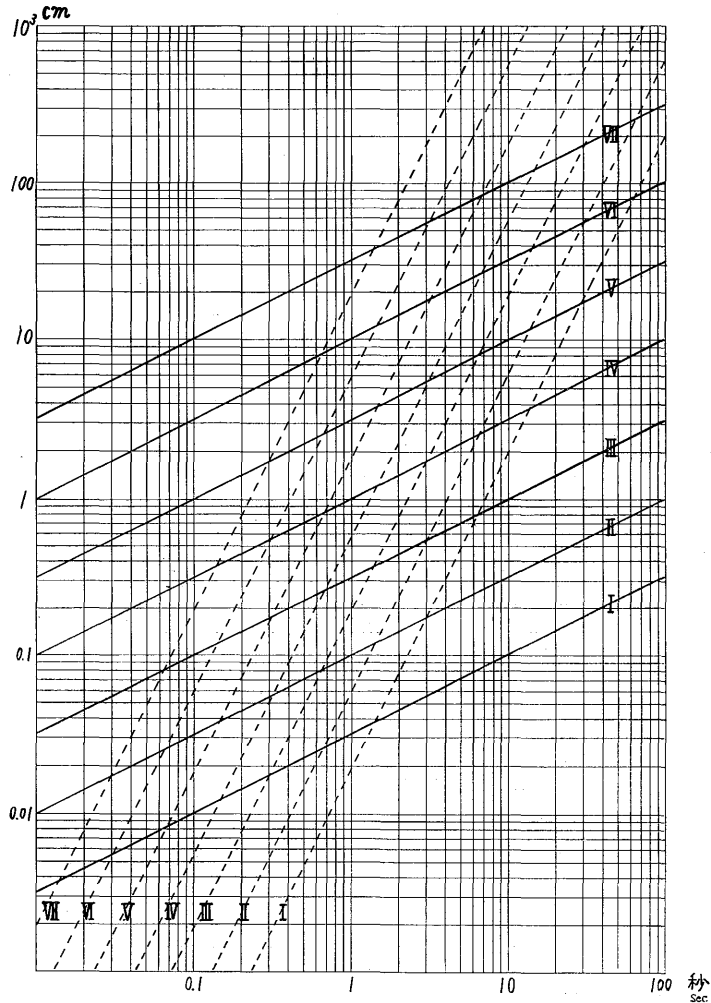


Fig. 6. Relation between the displacement and the period.

震度の下限に対する振幅と周期との関係が求まる。Fig. 6 の破線がそれである。
一方、地動の1波長に含まれるエネルギーを W とすると、

$$a = \sqrt{T/2\pi^2 \cdot (W/\sqrt{\mu\rho} R^2 \sin \theta d\theta d\varphi)}$$

として、エネルギーに対する地動の振幅 a が求まる。根号の中の括弧内がエネルギー値として求まる部分である。これより、各震度の下限に対する振幅と周期との関係を求めると、Fig. 6 の実線の斜線となる。

この図を見ると、加速度の方が地動の周期に対し鋭敏である。エネルギーの方は、地動の周期に対し、あまり敏感ではない。それゆえ、Fig. 1 のように、最大振幅が震度に関係あるように見えたのであろうと思われる。また、最大加速度と震度との関係が、Fig. 3 のように、震度 I, II のあたりで非常に乱れていたのは、もともと、震度と最大加速度とは、単的な関係がなかったからだろうと思う。

震度が最大エネルギーと単的な関係があるとすると、従来の考え（震度は最大加速度と単的な関係があるという）と比較して、大きな差異が出て来る。たとえば、震度 VI の時、地動の周期を 4 秒とすると、Fig. 6 より、最大加速度から予想される振幅は 100 cm 以上となるが、最大エネルギーから予想される振幅は 20 cm 以上あればよいことになる。建築物等には振幅が伝達されるとすれば、どちらを震度と考えるかによって、このような大きな差異を生ずる。

4. 結 び

震度が最大エネルギーで規制されるとすれば、人間の感覚は、地震動が人間に作用した最大仕事量を感じ取っていることになる。

この研究は、従来の不明確であった震度と地震動の物理量との関係を明らかにしたものである。

最後に、この根気のいる読み取り、および計算の労を取られた高橋和子嬢に感謝の意を表わします。

付 録

この部分を詳しく記述すると、次のようになる。

地震の震源に原点を持つ球座標を用い、地震波のエネルギーを計算する。波動方程式の解は、この座標のもとでは、高次の部分を省略すると、

$$\left. \begin{aligned} P \text{ 波: } & u = \frac{1}{r} f(\theta, \varphi, r - v_p t), \quad v = 0 \quad w = 0 \\ S \text{ 波: } & u = 0, \quad v = \frac{1}{r} g(\theta, \varphi, r - v_s t), \quad w = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

の形を取る。S 波には w が存在する場合もあるが、考え方は同じだから、簡単のため、上記のように考えることにする。

次に、面積素片 $r^2 \sin \theta d\theta d\varphi$ を通る波動のエネルギーは、P 波については、 dt 時間に du だけ変位したとすれば、単位時間には du/dt の変位があったことになり、この間、面力は \widehat{rr} であるから、単位時間内の仕事量は $\widehat{rr}(du/dt)$ となる。したがって、P 波の全エネルギー E_p は

$$\left. E_p = \int_{\theta} \int_{\varphi} \int_{r_0} \widehat{rr} \frac{du}{dt} dt r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \right\} \quad (2)$$

である。

同様に S 波については、

$$E_s = \int_{\iota} \int_{\theta} \int_{\varphi} \widehat{r\theta} \frac{dv}{dt} dt r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \quad \left. \right\}$$

となる。ここに、

$$\widehat{rr} = \lambda A + 2\mu \frac{\partial u}{\partial r},$$

$$A = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial (ur^2 \sin \theta)}{\partial r} = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2}{r} u$$

$$\widehat{r\theta} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right)$$

である。\$u/r\$ は (1) を参考にすれば、\$O(1/r^2)\$ となるので省略出来る。そうすると、\$\widehat{rr} = (\lambda + 2\mu)(\partial u/\partial r)\$ となるが、(1) を参考にすると、

$$\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{v_p} \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{v_p} \frac{du}{dt}$$

であるから、

$$\widehat{rr} = -(\lambda + 2\mu) \frac{1}{v_p} \frac{du}{dt}$$

となり、

$$\left. \begin{aligned} E_p &= \int_{\iota} \int_{\theta} \int_{\varphi} -(\lambda + 2\mu) \frac{1}{v_p} \left(\frac{du}{dt} \right)^2 dt r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \\ E_s &= \int_{\iota} \int_{\theta} \int_{\varphi} -\mu \frac{1}{v_s} \left(\frac{dv}{dt} \right)^2 dt r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに、

$$v_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

である。これを考慮に入れて、\$\lambda = \mu\$ とおけるものとすれば、(3) は

$$\left. \begin{aligned} E_p &= \int_{\iota} \int_{\theta} \int_{\varphi} -\sqrt{3} \sqrt{\mu\rho} \left(\frac{du}{dt} \right)^2 dt r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \\ E_s &= \int_{\iota} \int_{\theta} \int_{\varphi} -\sqrt{\mu\rho} \left(\frac{dv}{dt} \right)^2 dt r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \end{aligned} \right\}$$

となる。それゆえ、地震波動による全エネルギー \$E\$ は、

$$E = E_p + E_s = -\sqrt{\mu\rho} \int_{\iota} \int_{\theta} \int_{\varphi} \left\{ \sqrt{3} \left(\frac{du}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dv}{dt} \right)^2 \right\} dt r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \quad (4)$$

となる。

今、簡単のため、(1) の解の \$r, \theta, \varphi\$ の部分を定数的に考えれば、

$$u = A \sin pt$$

と、模式的に書ける。これを用いると、

$$\int_t \left(\frac{du}{dt} \right)^2 dt = A^2 p^2 \int_t \cos^2 pt dt$$

ここに、

$$T = \frac{2\pi}{p}$$

とおけば、 T は波動の周期となる。これを用いると、

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{T}{2}} \left(\frac{du}{dt} \right)^2 dt &= A^2 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \int_0^{\frac{T}{2}} \cos^2 \frac{2\pi}{T} t dt \\ &= A^2 \frac{\pi^2}{T} \end{aligned}$$

となる。同様に、

$$v = B \sin qt$$

とおけば、

$$\int_0^{\frac{T}{2}} \left(\frac{dv}{dt} \right)^2 dt = B^2 \frac{\pi^2}{T}$$

となるから、(4)は

$$E = -\sqrt{\mu\rho} \pi^2 \sum_{T^2} \left(\sqrt{3} \frac{A^2}{T} + \frac{B^2}{T} \right) \iint_{\theta, \varphi} r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \quad (5)$$

となる。実際には P 波のエネルギーは S 波のエネルギーより小さい。

参 考 文 献

- 石本巳四雄, 1932: 震度階と地震最大加速度 (仏文). 震研年報, **10**, 614-626.
 河角 広, 1943: 震度と震度階. 地震, **15**, 6-12, 187-192.
 三浦武亜, 1964: 気象庁震度階の変遷. 測候時報 **31**, 134-138.

地震動の最大エネルギーと震度との関係

高 木 聖

従来、震度は最大加速度でおきかえられるように考えられて来たが、それはまちがいであることがわかった。

松代地震の際、長野地方气象台で観測した地震記象と震度とを用いて、地震動の最大変位、最大速度、最大加速度、最大エネルギー値と震度との間の関係を調べたところ、震度を規定しているものは、最大エネルギー値であることがわかった。